

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO NA CAPACIDADE RESISTENTE DE
PERFIS DE CHAPA DOBRADA A FRIO SOB FLAMBAGEM DISTORCIONAL**

PATRÍCIA DOS SANTOS ANDRADE

FEIRA DE SANTANA, BA – BRASIL

MARÇO/2020

PATRÍCIA DOS SANTOS ANDRADE

INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO NA CAPACIDADE RESISTENTE DE PERFIS
DE CHAPA DOBRADA A FRIO SOB FLAMBAGEM DISTORCIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Estadual de Feira de Santana como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências em Engenharia Civil e Ambiental.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Mônica Batista Leite

Coorientador: Prof. Dr. Koji de Jesus Nagahama

FEIRA DE SANTANA, BA – BRASIL

MARÇO/2020

Ficha catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteado - UEFS

Andrade, Patrícia dos Santos

A569i Influência do comprimento na capacidade resistente de perfis de chapa dobrada a frio sob flambagem distorcional / Patrícia dos Santos Andrade. – 2020.

82f.: il.

Orientadora: Mônica Batista Leite
Coorientador: Koji de Jesus Nagahama

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Feira de Santana.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2020.

1. Rede neural artificial. 2. Aço formado a frio. 3. Flambagem distorcional. 4. Resistência de materiais. I. Leite, Mônica Batista, orient. II. Nagahama, Koji de Jesus, coorient. III. Universidade Estadual de Feira de Santana. IV. Título.

CDU: 624.014

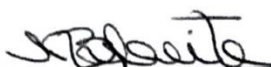
Rejane Maria Rosa Ribeiro – Bibliotecária CRB-5/695

INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO NA CAPACIDADE RESISTENTE DE PERFIS
DE CHAPA DOBRADA A FRIO SOB FLAMBAGEM DISTORCIONAL

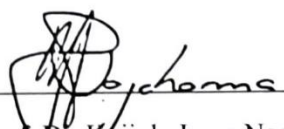
Patrícia dos Santos Andrade

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL.

Aprovado por:



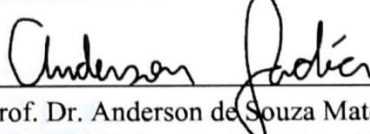
Prof.^a. Dr.^a. Mônica Batista Leite
(Universidade Estadual de Feira de Santana)



Prof. Dr. Koji de Jesus Nagahama,
(Universidade Estadual de Feira de Santana)



Prof. Dr. Carlos Frederico Macêdo Cortês
(Universidade Federal do Recôncavo da Bahia)



Prof. Dr. Anderson de Souza Matos Gadéa
(Universidade Estadual de Feira de Santana)

FEIRA DE SANTANA, BA – BRASIL

MARÇO/2020

*Dedico este trabalho aos meus avós
Dindo Geraldo (in memoriam), Dona
Rita, Seu Neco e Dona Edite.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, *pois até aqui o Senhor nos ajudou* (1 Samuel 7:12).

Aos meus pais, Rogério e Jovina, e ao meu irmão, Junior, pelo carinho, amor, dedicação, compreensão e apoio.

Aos meus orientadores, professores Koji e Mônica, pela paciência, apoio, disponibilidade, confiança e pela orientação.

À Juliane pela amizade, pelo apoio em vários momentos, por toda ajuda, por todos os momentos de descontração, pela paciência, por ter sido a pessoa mais presente em minha vida nessa jornada.

Aos meus amigos e colegas que a UEFS me presenteou, Itamara, Lidiane, Paulo Henrique, Matheus, Emanuel e Iolanda pela amizade, pelo apoio, por toda ajuda nos momentos mais difíceis e por todos os momentos de descontração que tornaram essa jornada ou parte dela mais leve.

Aos meus amigos do Luzes de Cristo pelo acolhimento, amizade, carinho e apoio em diversos momentos.

Ao professor Gadéa pela disponibilidade, atenção, ajuda.

Aos meus amigos de longa data, Marcos e Jaqueline, pela compreensão dos momentos de ausência, amizade, carinho e apoio.

Ao prof. MSc. Gesner pela amizade e apoio.

Aos meus demais familiares, em especial aos meus avós e a Babi, pela compreensão dos momentos de ausência, amor, carinho e apoio.

À Mariana e a Cátia pela disponibilidade e todo apoio dado.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental, à CAPES e à Universidade Estadual de Feira de Santana pela oportunidade em desenvolver este trabalho.

À Fapesb pelo apoio financeiro (bolsa de mestrado).

Enfim, agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta pesquisa.

Resumo da Dissertação apresentada ao PPGECEA/UEFS como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO NA CAPACIDADE RESISTENTE DE PERFIS DE CHAPA DOBRADA A FRIO SOB FLAMBAGEM DISTORCIONAL

Patrícia dos Santos Andrade

Março/2020

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Mônica Batista Leite

Coorientador: Prof. Dr. Koji de Jesus Nagahama

Programa: Engenharia Civil e Ambiental

Diante da ausência de um método de cálculo recomendado pela norma NBR 14762 (ABNT, 2010), pesquisas buscaram obter um método simples para a obtenção da tensão elástica crítica associada ao modo distorcional em perfis de chapa dobrada. Muitos dos métodos desenvolvidos apresentam dificuldades na determinação dessa tensão elástica crítica. Em vista disso, algumas pesquisas utilizaram o comprimento crítico associado ao modo distorcional para auxiliar na determinação da tensão elástica crítica distorcional. Nesse sentido, diante da relevância do comprimento na determinação da tensão elástica, este trabalho visou verificar a influência do comprimento do perfil na determinação da capacidade resistente de perfis de chapa dobrada a frio, sob flambagem distorcional. Para tal, foram definidas equações para o comprimento crítico associado à tensão elástica crítica distorcional de perfis com seção transversal C enrijecido sob compressão centrada e flexão simples usando Redes Neurais Artificiais. As equações apresentaram boa correlação com perfis cujos resultados experimentais e numéricos estão disponíveis na literatura. Além disso, foi analisada como ocorre a influência do comprimento na determinação da tensão resistente de compressão associada a flambagem distorcional. Para perfis de chapa dobrada sob compressão, o comprimento só exerce influência na tensão resistente em perfis cujo índice de esbeltez reduzido é superior a 0,561.

Palavras-chave: rede neural artificial; método da resistência direta; perfis de aço formados à frio; flambagem distorcional; comprimento crítico.

Abstract of Dissertation presented to PPGECEA/UEFS as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

INFLUENCE OF LENGTH ON THE RESISTANT CAPACITY OF COLD BENDED SHEET PROFILES UNDER DISTORCIONAL BUCKLING

Patrícia dos Santos Andrade

March/2020

Advisor: Prof^ª. Dr^ª. Mônica Batista Leite

Co-advisor: Prof. Dr. Koji de Jesus Nagahama

Department: Civil and Environmental Engineering

In the absence of a calculation method recommended by standard NBR 14762 (ABNT, 2010), research has sought to develop a simple method for obtaining the critical elastic stress associated with the distortional mode in cold-formed steel members. Many of the methods developed have difficulties in determining these critical elastic stresses. In view of this, some studies have used the critical length associated with the distortional mode to assist in the determination of the distortion critical elastic stress. In this sense, in view of the relevance of the length in determining the elastic stresses, this work aimed to verify the influence of the length of the profile in determining the resistant capacity of cold-formed steel members, under distortional buckling. To this end, equations were defined for the critical length associated with the distortion critical elastic stresses of profiles with C cross section stiffened under centered compression and simple flexion using Artificial Neural Networks. The equations showed good correlation with profiles whose experimental and numerical results are available in the literature. In addition, it was analyzed how the influence of length occurs in determining the compressive strength associated with distortion buckling. For cold-formed steel members under compression, the length only influences the resistant stress in profiles whose reduced slinness index is greater than 0,561.

Keywords: artificial neural network; direct strength method; cold-formed steel members; distortional buckling; critical length.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVO GERAL	17
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	PERFIS DE CHAPA DOBRADA.....	19
2.2	FLAMBAGEM EM PERFIS DE CHAPA DOBRADA	19
2.2.1	Flambagem local de placa.....	20
2.2.2	Flambagem global	24
2.2.3	Flambagem distorcional.....	26
2.2.3.1	Comprimento crítico de flambagem distorcional.....	33
2.2.4	Interação entre modos de flambagem	38
3	REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	39
3.1.1	Neurônio humano biológico <i>versus</i> neurônio artificial	39
3.1.2	Arquitetura da rede.....	41
3.1.3	Aprendizagem.....	43
3.1.4	Aplicações.....	44
4	METODOLOGIA	47
4.1	PRIMEIRA ETAPA.....	47
4.2	SEGUNDA ETAPA.....	50
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	52
5.1	ANÁLISES DAS RNA	52
5.2	INTERAÇÃO ENTRE MODOS LOCAL DE PLACA E DISTORCIONAL.....	52
5.3	ANÁLISE DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS – COMPRESSÃO CENTRADA	54
5.3.1	Equação para o comprimento crítico de flambagem distorcional de perfis sob compressão	59
5.3.2	Comparações com resultados da literatura	60
5.4	ANÁLISE DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS – FLEXÃO SIMPLES 65	

5.4.1	Equação para o comprimento crítico de flambagem distorcional para perfis sob flexão	67
5.4.2	Comparações com resultados da literatura	68
5.5	ANÁLISES SOBRE O COMPRIMENTO.....	70
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	74
6.1	CONCLUSÕES	74
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	75
	REFERÊNCIAS	77

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Configuração dos 10 modos de flambagem de um perfil C enrijecido mais relevantes (Fonte: SILVESTRE <i>et al.</i> , 2001)	20
Figura 2 – Modos de instabilidades locais em perfis rack e C enrijecido (Fonte: NAGAHAMA, 2003)	21
Figura 3 – Distribuição de tensões e comportamento pós-flambagem: (a) local; (b) distorcional de colunas biarticuladas em seção rack (Fonte: CAMOTIM <i>et al.</i> , 2000) .	21
Figura 4 – Distribuição de tensões conforme o Método das Larguras Efetivas (Fonte: PÉREZ, 2003).....	22
Figura 5 – Análise de colunas de seção transversal em C com o mesmo comprimento e condições de apoio diferentes realizada no CUFSM (Fonte: Adaptado de LU <i>et al.</i> , 2017)	24
Figura 6 – Modos de flambagem global: a) Flexão; b) Torção; c) Flexo-torção (Fonte: ALMEIDA, 2007)	25
Figura 7 – Modo distorcional em perfis com seção transversal C enrijecido, rack e Z (Fonte: NBR 14762, ABNT, 2010)	26
Figura 8 – Modelo analítico de Lau e Hancock (1987) para vigas de aços formados a frio sob flexão (Fonte: LAU; HANCOCK, 1987, citados por AJEESH; JAYACHANDRAN, 2016).....	28
Figura 9 – Discretização em Elementos Finitos de um pilar sob compressão centrada: a) elemento quadrático S4/S4R; b) malha “grosseira”; c) malha média; d) malha fina (Fonte: SCHAFER <i>et al.</i> , 2010).....	30
Figura 10 – Discretização em Faixas Finitas de um perfil em seção em C com enrijecedor nas bordas (Fonte: Adaptado de PIRES, 2012; GRIGOLETTI, 2008)	31
Figura 11 – Discretização dos nós e paredes de um perfil C enrijecido e apresentação dos campos de deslocamentos pela Teoria Generalizada da Viga (Fonte: Adaptado de SILVESTRE; CAMOTIM, 2004a)	31
Figura 12 – Razão entre a carga crítica e a carga de escoamento <i>versus</i> Comprimento de flambagem (Fonte: Adaptado de AISI, 2016)	33

Figura 13 – Tensão de flambagem <i>versus</i> Comprimento de flambagem: a) para um perfil com apoio biarticulado com empenamento livre; b) e biengastado com empenamento restrito (Fonte: Adaptado de SILVESTRE; CAMOTIM, 2004b)	34
Figura 14 – Modelos de neurônios: a) humano biológico; b) artificial (Fonte: HAYKIN, 2001; OSÓRIO; VIEIRA, 1999)	40
Figura 15 – Modelo de neurônio com multicamadas (Fonte: ARAÚJO, 2015)	41
Figura 16 – Rede recorrente com neurônios ocultos (Fonte: HAYKIN, 2001)	43
Figura 17 – Modelos de rede <i>feedforward</i> : a) única camada; b) múltiplas camadas (Fonte: HAYKIN, 2001)	43
Figura 18 – “Mapa” da relação entre tensões críticas com o modo distorcional puro ($\sigma_{crd,GBT}$) e todos os modos de deformação ativados ($\sigma_{cr,GBT}$) (Fonte: Adaptado de CARDOSO et al., 2017).....	53
Figura 19 – Histograma de distribuição de erros de RNA com três e quatro neurônios na camada intermediária e funções de ativação sigmoide logarítmica e tangente hiperbólica	56
Figura 20 – Topologia da RNA com três neurônios na camada intermediária	57
Figura 21 – Curva de assinatura à flambagem do perfil 80x35x10x1,80 mm	58
Figura 22 – Diagrama de participação modal do perfil 80x35x10x1,80 mm.....	58
Figura 23 – “Mapa” da relação entre tensões críticas com o modo distorcional puro ($\sigma_{crd,GBT}$) e todos os modos de deformação ativados ($\sigma_{cr,GBT}$) com os perfis analisados na Tabela 7 (Fonte: modificado de CARDOSO <i>et al.</i> , 2017)	61
Figura 24 – Curva de assinatura à flambagem do perfil C enrijecido de 80,06x41,86x17,93x3,02 mm.....	62
Figura 25 – Diagrama de participação modal do perfil 80,06x41,86x17,93x3,02 mm. 62	
Figura 26 – Curva de assinatura à flambagem do perfil 41,28x20,65x9,53x1,91 mm . 63	
Figura 27 – Diagrama de participação modal do perfil 41,28x20,65x9,53x1,91 mm... 63	
Figura 28 – Histograma de distribuição de erros de RNA com dois e três neurônios na camada intermediária e funções de ativação sigmoide logarítmica e tangente hiperbólica	66
Figura 29 – Topologia da RNA com dois neurônios na camada intermediária	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Limitações geométricas para perfis C e Z enrijecido e sob flexão para o método de Yu e Yan (2011)	37
Tabela 2 – Funções de ativação usuais	41
Tabela 3 – Faixa de variação de valores dos parâmetros geométricos dos perfis analisados para a geração do banco de dados de entrada das RNA	48
Tabela 4 – Especificações geométricas e mecânicas dos perfis estudados	49
Tabela 5 – Resumo dos resultados obtidos das RNA para perfis sob compressão centrada	55
Tabela 6 – Relações geométricas do perfil com seção transversal C enrijecido com 80x35x10x1,80 mm	57
Tabela 7 – Comparação da RNA com três neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica e a tensão crítica de flambagem distorcional dos perfis analisados	60
Tabela 8 – Aplicação das equações geradas pela RNA com três neurônios na camada intermediária a perfis estudados por Weng e Pekoz (1990), Dinis et al. (2007) e Landsmann e Camotim (2013) em desacordo com as especificações geométricas pré-estabelecidas	64
Tabela 9 – Resumo dos resultados obtidos das RNA para perfis sob flexão simples ...	65
Tabela 10 – Comparação da RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica.....	68
Tabela 11 – Validação da RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica	69
Tabela 12 – Características geométricas e mecânicas dos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990).....	70
Tabela 13 – Tensões com Método da Resistência Direta e seus respectivos comprimentos dos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990).....	73

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIACÕES

σ_l	– tensão crítica de flambagem local de placa
σ_{lr}	– tensão de flambagem local associada ao comprimento real do perfil
σ_{dist}	– tensão crítica de flambagem elástica por distorção
$\sigma_{dist r}$	– tensão de flambagem local associada ao comprimento real do perfil
$L_{cr dist}$	– comprimento crítico associado ao modo distorcional
L_{real}	– comprimento real do perfil
$\sigma_{ult exp}$	– tensão última experimental
$\sigma_{c,RL}$	– tensão de compressão resistente, associada à flambagem local de placa
$\sigma_{c,RLr}$	– tensão de compressão resistente, associada à flambagem local de placa no comprimento real do perfil
λ_{dist}	– índice de esbeltez reduzido
$\sigma_{c,Rdist}$	– tensão de compressão resistente, associada à flambagem distorcional
$\sigma_{c,R dist r}$	– tensão de compressão resistente, associada à flambagem distorcional no comprimento real do perfil
$\sigma_{c,Re}$	– tensão de compressão resistente, associada à flambagem global
CUFSM	– Constrained and Unconstrained Finite Strip Method
GBT	– <i>Generalized Beam Theory</i>
MEF	– Método dos Elementos Finitos
MFF	– Método das Faixas Finitas
MRD	– Método da Resistência Direta
RNA	– Redes Neurais Artificiais

1 INTRODUÇÃO

Desde a descoberta do modo de produção do aço, diversos processos de conformação, como extrusão, laminação, conformação à frio entre outros, foram introduzidos na criação de diversos tipos de perfis de aço. Ainda assim, alguns tipos de perfis de aço eram pouco utilizados na construção civil, principalmente devido à falta de maiores informações sobre o comportamento estrutural dos mesmos, a exemplo dos perfis de aços formados à frio. Os perfis de aço formados à frio, também comumente chamados de perfis de chapa dobrada, são oriundos do processo de conformação à frio e só obtiveram a disseminação e consolidação de uso na construção civil, nos Estados Unidos, após a publicação da norma referente as especificações para projeto de estruturas leves pela *American Iron and Steel Institute* (AISI) em 1946, derivada de estudos coordenados por George Winter (BRANDÃO, 2007).

No Brasil, até a Segunda Guerra Mundial, o principal fornecedor de aço do país era a Europa. Ao final desse conflito, o Brasil iniciou a importação de aço principalmente dos Estados Unidos (BELLEI *et al.*, 2008). Em 1946, com a valorização da indústria, o aumento da demanda interna por aço e as necessidades da defesa nacional, a siderurgia no país foi alavancada durante o governo Getúlio Vargas, principalmente após a criação da Companhia Siderúrgica Nacional (CSN) em 1941 (FGV, 2017). Ainda assim, a produção de perfis de chapa dobrada só foi ampliada na década de 1960 com a compra de equipamentos específicos para o processo de conformação à frio e funcionamento das usinas da Usiminas e Cosipa, acarretando na ampliação do uso desses perfis em diversos setores, em especial na construção civil (BELLEI *et al.*, 2008). LAU; HANCOCK, 1987, citados por AJEESH; JAYACHANDRAN, 2016

Em 1967, foi criada a NB 143 (ABNT, 1967, citado por CHODRAUI, 2006) que se destinava ao cálculo de estruturas compostas por perfis leves e tinha como base a norma publicada pela AISI, em 1962, para esse tipo de estrutura. Devido à falta de revisões e por abordar o método das tensões admissíveis, a NB 143 (ABNT, 1967, citado por CHODRAUI, 2006) deixou de ser utilizada por projetistas. Por isso, muitos projetistas utilizavam normas estrangeiras para o dimensionamento de estruturas de perfis de chapa dobrada (CHODRAUI, 2006; BRANDÃO, 2007).

As vantagens proporcionadas pela utilização de perfis de chapa dobrada, como a otimização de projetos e a redução do consumo de material, e a desativação de

laminadores na CSN destinados a produção de perfis laminados leves foram fatores que propiciaram ainda mais a disseminação do uso de perfis de chapa dobrada da construção civil na década de 1990. Diante disso e da carência de informações técnicas para o cálculo de estruturas de chapa dobrada, em 2001, foi publicada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) a NBR 14762, que estabelece recomendações para o dimensionamento de perfis de chapa dobrada (CSN, 2016; CHODRAUI, 2006). A NBR 14762 (ABNT, 2001) era baseada nas prescrições de normas estrangeiras, como AISI S 100, Eurocode 3, partes 1:3 (ECS, 1993), AS/NZS 4600 (ANZS, 1996). Em 2010, uma das principais modificações apresentadas na revisão da NBR 14762 foi a retirada do procedimento de cálculo do “modelo australiano” para a tensão de flambagem distorcional, que se baseava no método desenvolvido por Lau e Hancock (1987) e era adotado na versão de 2001 (CHODRAUI, 2003). Com isso, a NBR 14762 (ABNT, 2010) deixou de apresentar algum método de cálculo para determinação da tensão elástica crítica de flambagem distorcional.

A NBR 14762 (ABNT, 2010) apresenta outros métodos para determinação das tensões de flambagem, como os métodos das Larguras Efetivas (MLE) e das Seções Efetivas (MSE) e o da Resistência Direta (MRD). Os métodos das Larguras Efetivas e das Seções Efetivas não são capazes de indicar a tensão elástica crítica de flambagem distorcional. O Método da Resistência Direta, por sua vez, requer uma análise de estabilidade prévia para obtenção da tensão resistente associada ao modo distorcional e, assim, determinar a tensão de bifurcação do perfil (SCHAFER, 2008). Essa análise pode ser feita por meio de abordagens analíticas, como a Teoria da Estabilidade (TIMOSHENKO; GERE, 1961) e do uso de softwares baseados na Teoria Generalizada da Viga, nos Métodos de Faixas Finitas e Elementos Finitos. Por outro lado, os métodos de cálculo oriundos de outras normas, como a AS/NZS 4600 (ANZS, 2005), AISI S-100 (AIS, 2016) e EUROCODE 3 parte 1:3 (ECS, 2006) para determinação da tensão de flambagem distorcional mostram elevado conservadorismo ou são pouco simplificadas (PÉREZ, 2003).

Diversas pesquisas surgiram com o intuito de desenvolver um método que descrevesse o comportamento de perfis de chapa dobrada à flambagem distorcional usando métodos alternativos aos das normas, como Método dos Elementos Finitos (MEF) (NEIVA *et al.*, 2018a, 2018b), Método de Faixas Finitas (MFF) (SCHAFER, 2013), a Teoria Generalizada da Viga (GBT) (SILVESTRE *et al.*, 2001; SILVESTRE; CAMOTIM, 2004a, 2004b), abordagens analíticas baseadas na energia potencial ou

adaptações de métodos normativos (YU; YAN, 2011; XINGYOU *et al.*, 2016; CARDOSO *et al.*, 2017) e Redes Neurais Artificiais (RNA) (PALA, 2006; PINTO NETO, 2017; PINTO NETO *et al.*, 2017). Tais métodos são pouco disseminados ou usados fora do ambiente acadêmico. Com relação ao uso de ferramentas computacionais, como softwares comerciais de dimensionamento de estruturas metálicas, essas não apresentam cálculo para a tensão elástica de flambagem distorcional ou utilizam métodos que resultam em valores com alto conservadorismo, como o método semiempírico da AISI S 100 versão de 2007 (CARVALHO, 2016).

Os métodos desenvolvidos para determinar a tensão de flambagem distorcional, sejam por meio do uso de ferramentas numérico-computacionais ou por abordagens analíticas, são relativas à situação crítica, isto é, à menor tensão que se pode obter para um perfil sujeito à flambagem distorcional (PALA, 2006; YU; YAN, 2011; AYAHAN; SCHAFER, 2015; NADERIAN; RONAGH, 2015; AJEESH; JAYACHANDRAN, 2016; XINGYOU; YANLI; YUANQI, 2016; CARDOSO *et al.*, 2017; MARTINS; CAMOTIM; DINIS, 2017; PINTO NETO, 2017; PINTO NETO *et al.*, 2017; NEIVA *et al.*, 2018a; NEIVA *et al.*, 2018b; YU *et al.*, 2019).

O processo de conformação à frio confere aos perfis de chapa dobrada algumas particularidades como alta resistência, possibilidade de confecção de perfis com fina espessura e alta esbeltez local. Essas particularidades tornam esses perfis, principalmente os que possuem enrijecedores de borda, mais suscetíveis às instabilidades local, distorcional e global. A ocorrência desses fenômenos de instabilidade é influenciada por alguns fatores como a geometria da seção transversal, o tipo de carregamento, as condições de apoio, as propriedades do aço e o comprimento do perfil (INOUE, 2003; SANTOS, 2014). As influências de todos esses fatores, com exceção do comprimento do perfil, foram analisadas em alguns estudos (NAGAHAMA, 2003; PÉREZ, 2003).

Embora ainda não considerado na determinação da tensão elástica distorcional, o comprimento exibe relevância na definição do modo de flambagem atuante sobre um perfil. Pelos estudos de Euler, a carga crítica global em colunas sob cargas centradas, isentas de imperfeições geométricas e tensões residuais, depende da rigidez e do comprimento da coluna, de tal forma que quanto maior o comprimento menor é a carga crítica. Em perfis de chapa dobrada, o modo local, por sua vez, tende a ocorrer em perfis com comprimento curto; o distorcional, nos perfis com comprimento intermediário (PINTO NETO, 2017).

Por outro lado, as curvas de assinatura de flambagem apresentam o comportamento à flambagem de cada perfil, relacionando a tensão com o comprimento do perfil. Tais curvas permitem a identificação das tensões elásticas críticas relativas a cada modo de flambagem, as quais são usadas na determinação da tensão de bifurcação por meio do Método da Resistência Direta (MRD). Essa identificação de modos críticos é facilmente realizada a depender da condição de apoio do perfil, como é o caso de perfis de chapa dobrada com apoios bi rotulados e empenamento livre, por ser a configuração de apoio mais desfavorável em termos de estabilidade. Para perfis com demais condição de apoio, há dificuldades associadas a determinação dos pontos de tensões mínimas relativas aos modos local de placa e distorcional, pois as demais condições de apoio influenciam no comportamento à flambagem de perfis de chapa dobrada, aumentando a rigidez, o número de semiondas ou as tensões (NAGAHAMA, 2003; FERNANDES, 2017). Em vista disso, Fernandes (2017) e Landsman e Camotim (2013) utilizaram o comprimento crítico para auxiliar na identificação da tensão crítica elástica distorcional.

As curvas de assinatura de flambagem mostram também um acréscimo de tensão elástica associada à flambagem distorcional para perfis cujo comprimento é diferente do comprimento crítico, que é associado à tensão crítica distorcional. Por isso, e como alternativa às dificuldades na determinação da tensão de flambagem distorcional, este trabalho tem o intuito de verificar a influência do comprimento na determinação da capacidade resistente de perfis de chapa dobrada a frio, sob flambagem distorcional.

1.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral a determinação comprimento crítico de flambagem distorcional e sua influência na determinação da capacidade resistente de perfis de chapa dobrada a frio.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Esse estudo tem como objetivos específicos:

- obter equações para determinação do comprimento crítico de flambagem distorcional usando redes neurais artificiais;
- aplicar e validar a equação obtida por meio de redes neurais artificiais usando dados experimentais e numéricos disponíveis na literatura;
- avaliar a influência do comprimento crítico de flambagem distorcional aplicando o método da resistência direta.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A apresentação deste trabalho foi realizada em seis capítulos. O primeiro capítulo refere-se a uma breve introdução da pesquisa, bem como os objetivos e justificativa da mesma.

As características dos perfis de chapa dobrada e dos fenômenos de flambagem são expostos no segundo capítulo, com maior enfoque dado ao fenômeno de flambagem distorcional.

As definições e as características das Redes Neurais Artificiais são apresentadas no terceiro capítulo. São também expostas o uso de RNA na engenharia civil destacando os estudos referentes a estabilidades de perfis de chapa dobrada.

A metodologia para aplicação das RNA e as considerações utilizadas sobre a seção do perfil, condições de apoio e hipóteses são expostas no quarto capítulo.

As análises e a determinação das Redes Neurais Artificiais que representam os comprimentos críticos associados ao modo distorcional em perfis sob compressão centrada e flexão simples são apresentadas no quinto capítulo. Também são apresentados análise a influência do comprimento real na determinação da tensão resistente distorcional.

Por fim, são apresentadas as conclusões deste trabalho assim como sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros relacionados com este trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 PERFIS DE CHAPA DOBRADA

Os perfis de chapa dobrada são perfis produzidos por meio do processo de conformação a frio, sendo este realizado por dobramento em prensa dobradeira ou processo de conformação contínuo em conjunto de matrizes rotativas em temperatura ambiente (NBR 14762, ABNT, 2010). O processo de dobramento das chapas permite a produção com alta resistência, elevada esbelteza local e fina espessura, além de possibilitar a fabricação de perfis com grande variedade de seções transversais. A padronização desses perfis é indicada na NBR 6355 (ABNT, 2012).

Estruturas compostas por perfis de chapa dobrada são versáteis e adaptáveis, sendo empregadas na construção de galpões industriais, edifícios, reservatórios, passarelas, coberturas, entre outras edificações. Para fins estruturais, os perfis de chapa dobrada devem atender a qualificação estrutural e as propriedades mecânicas especificadas no item 4.1.1 da NBR 14762 (ABNT, 2010), como:

- relação entre as resistências à ruptura e ao escoamento (f_u/f_y) igual ou superior a 1,08;
- o alongamento após ruptura não deve ser inferior a 10 % para base de medida igual a 50 mm ou a 7 % para base de medida igual a 200 mm.

2.2 FLAMBAGEM EM PERFIS DE CHAPA DOBRADA

As particularidades de perfis de chapa dobrada, como alta resistência, fina espessura e alta esbelteza local, os tornam propícios à flambagem. A flambagem consiste em um fenômeno de instabilidade caracterizado pelas deformações associadas a cada modo respectivo, podendo se apresentar no estado “puro” ou dominante (local de placa, distorcional e global por flexão, torção e flexo-torção) ou sob interação entre dois ou mais modos (DEPOLLI, 2018). A Figura 1 apresenta os principais modos de instabilidade em perfis C enrijecido, sendo: o primeiro modo referente à extensão axial; os modos dois,

três e quatro associados ao modo global (flexão associada ao maior e menor momento de inércia e torção); as configurações modais cinco e seis referem-se ao modo distorcional, simétrico (simples curvatura) e antissimétrico (dupla curvatura); os modos sete e oito associados aos modos locais de placa da alma, simétrico e antissimétrico; e os modais nove e dez referem-se aos modos local de placa nas mesas, simétrico e antissimétrico (SILVESTRE *et al.*, 2001).

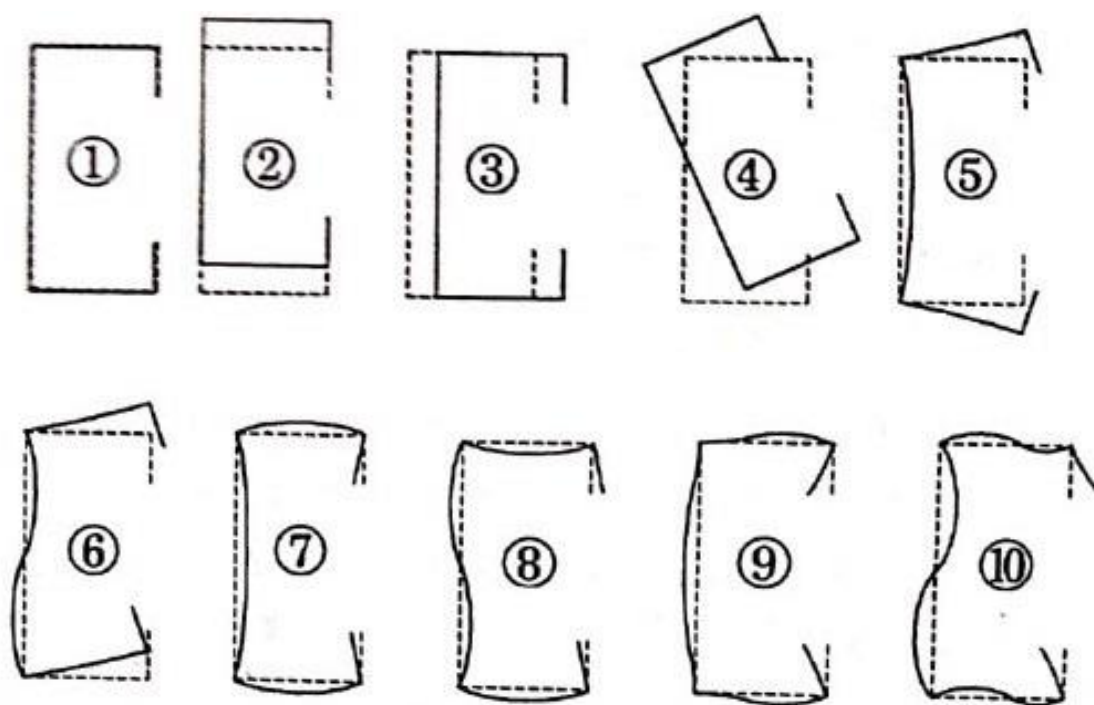


Figura 1 – Configuração dos 10 modos de flambagem de um perfil C enrijecido mais relevantes (Fonte: SILVESTRE *et al.*, 2001)

Fatores como a geometria da seção transversal, condições de apoio nas extremidades e o comprimento do perfil influenciam no comportamento à flambagem de perfis de chapa dobrada com e sem enrijecedor (INOUE, 2003; SANTOS, 2014). Essa influência exibe importante papel na definição do modo dominante ou na interação modal.

2.2.1 Flambagem local de placa

O modo local de placa é caracterizado pela ocorrência de deformações no plano transversal do elemento comprimido, envolvendo apenas deslocamentos de flexão nas “paredes” que compõem o perfil (Figura 2). Esse modo destaca-se também por ter uma reserva pós-crítica maior que a distorcional dos membros que compõem um perfil, após

a flambagem, conforme Figura 3 (CAMOTIM *et al.*, 2000; KWON; HANCOCK, 1992a; PROLA; CAMOTIM, 2001).

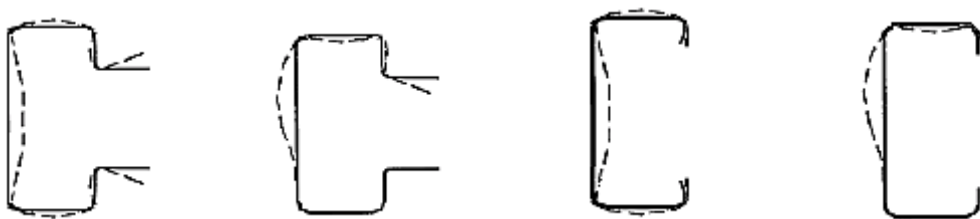
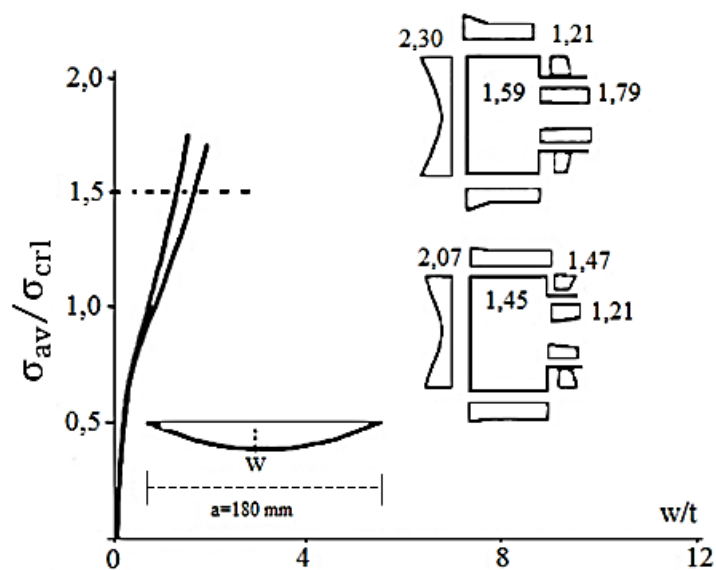
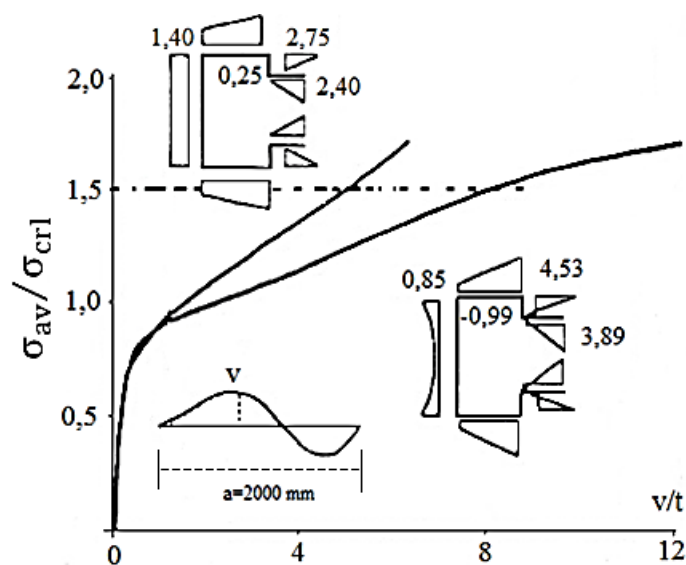


Figura 2 – Modos de instabilidades locais em perfis rack e C enrijecido (Fonte: NAGAHAMA, 2003)



(a)



(b)

Figura 3 – Distribuição de tensões e comportamento pós-flambagem: (a) local; (b) distorcional de colunas biarticuladas em seção rack (Fonte: CAMOTIM *et al.*, 2000)

O arranjo das tensões uniforme nos elementos de mesa e enrijecedores verticais e horizontais apresentadas nas seções rack da Figura 3a na situação pós-flambagem possibilita a determinação da tensão crítica de flambagem local de placa por meio dos Métodos das Larguras Efetivas (MLE) e das Seções Efetivas (MSE). Esse arranjo de tensões é não linear, no entanto o mesmo apresenta uma uniformidade pela qual ainda é possível realizar a homogeneização das tensões por meio do MLE, transformando a seção transversal bruta em uma seção equivalente reduzida, conforme Figura 4 (SCHAFER; PEKOZ, 1998; SCHAFER, 2008). Uma das desvantagens do uso do MLE é a desconsideração da interação entre os elementos que compõem a seção, pois a contribuição de cada elemento da seção transversal para a tensão resistente é calculada isoladamente. Por isso, o cálculo de seções complexas usando o MLE é muito trabalhoso manualmente, requerendo o uso de métodos iterativos computacionais (GRIGOLETTI, 2008).

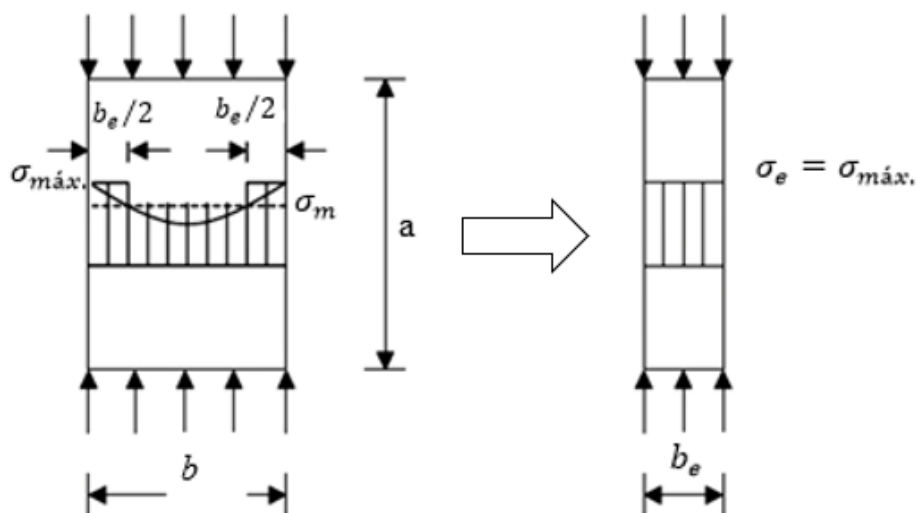


Figura 4 – Distribuição de tensões conforme o Método das Larguras Efetivas (Fonte: PÉREZ, 2003)

Batista *et al.* (1999) mostraram como as características geométricas da seção transversal de um perfil podem definir a natureza do modo crítico em distorcional ou local de placa. Tais características são usadas para determinação da tensão de flambagem local de placa com o auxílio dos Métodos das Larguras Efetivas e das Seções Efetivas. O Quadro 1 elenca as situações em que há tendência a dominância dos modos local de placa e distorcional com relação as características geométricas de um perfil U enrijecido.

Quadro 1 – Influência das relações geométricas de perfis U enrijecidos no comportamento a flambagem

Modo local	Relações geométricas	Modo distorcional
Alto	$\frac{b_w}{t}$	Baixo
Baixo	$\frac{d}{b_w}$	Alto
Baixo	$\frac{b_f}{b_w}$	Alto

Fonte: Adaptado de Batista *et al.* (1999).

Apoios biarticulados com empenamento livre se configuram como a condição de apoio mais desfavorável no comportamento à flambagem de perfis de chapa dobrada, pois é nessa condição em que são obtidas as menores tensões em um perfil quando submetido a uma carga. A comparação entre os comportamentos à flambagem de dois perfis com seção transversal C enrijecido 152x41x12,7x1 mm e condições de apoios biarticulado e fixo (engaste) é apresentada na Figura 5. Devido ao engaste, o perfil obteve um ganho de resistência e de rigidez, que proporcionou a ocorrência da primeira semionda em um comprimento maior que o comprimento crítico do modo local de placa do perfil biarticulado nos apoios. No entanto, ao longo do comprimento, o perfil engastado tende ao comportamento a flambagem do perfil biarticulado. O mesmo ocorre para perfis com outras condições de apoio. Para vigas ou colunas com condições de apoio diferente da situação de biarticulado com empenamento livre há um ganho de tensão crítica local de placa ou aumento da rigidez e/ou o número de semiondas (BRADFORD; AZHARI, 1995; CAMOTIM *et al.*, 2000; KWON; HANCOCK, 1992b; LU *et al.*, 2017; NAGAHAMA, 2003; YOUNG; RASMUSSEN, 1999).

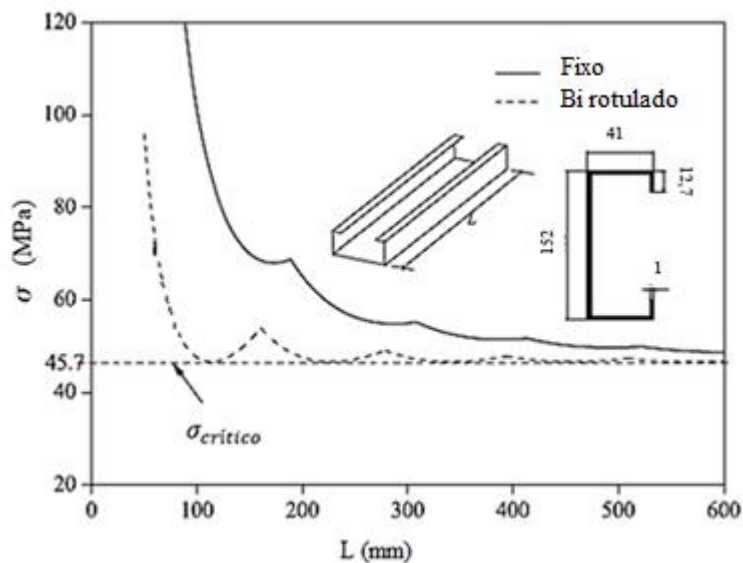


Figura 5 – Análise de colunas de seção transversal em C com o mesmo comprimento e condições de apoio diferentes realizada no CUFSM (Fonte: Adaptado de LU *et al.*, 2017)

2.2.2 Flambagem global

A flambagem global é o modo de instabilidade pelo qual ocorre deslocamentos provenientes de movimentos de corpo rígido, translação e/ou rotação, em perfis com alta esbelteza global (AISI S100, AISI, 2016; SALLES, 2017). Como esse modo tende a ocorrer em colunas ou vigas longas, o efeito das condições de apoio nesses elementos estruturais é reduzido, pois ao longo do comprimento há uma tendência de aproximação ao comportamento a flambagem de perfis com apoio biarticulado e empenamento livre (BRADFORD; AZHARI, 1995; CAMOTIM *et al.*, 2000; KWON; HANCOCK, 1992b; LU *et al.*, 2017; NAGAHAMA, 2003; YOUNG; RASMUSSEN, 1999).

A flambagem global pode ocorrer:

- por flexão: trata-se do modo de flambagem global em que há um encurvamento da barra de tal forma que a deformada da barra seja similar à de uma viga fletida, conforme a Figura 6a. Barras com seção transversal duplamente simétrica tendem ao colapso nesse modo de flambagem, embora, nem sempre esta situação corresponda a crítica. Perfis monossimétricos com eixo de simetria em x e sob a ação de uma carga de compressão centrada também podem sofrer essa flambagem (ALMEIDA, 2007; PINTO NETO, 2017).

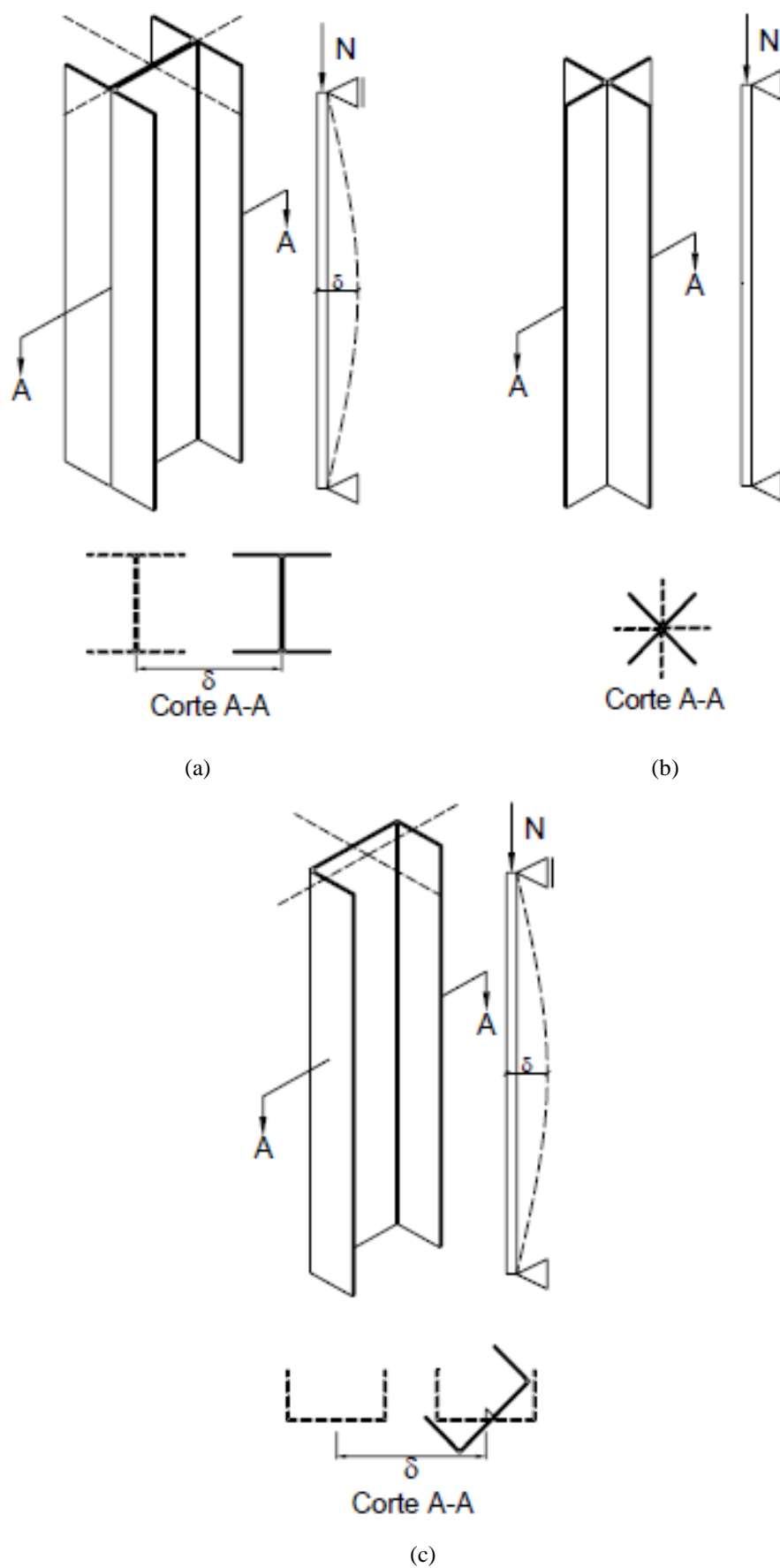


Figura 6 – Modos de flambagem global: a) Flexão; b) Torção; c) Flexo-torção (Fonte: ALMEIDA, 2007)

- por torção: é aquela em que ocorre rotação da seção em torno de seu centro de torção (Figura 6b). Perfis monossimétricos ou assimétricos são predispostos à ocorrência desse modo de flambagem, pois os seus centros de gravidade e de torção não são coincidentes (ALMEIDA, 2007; INOUE, 2003).
- por flexo-torção: é aquela em que ocorre a interação entre a torção e a flexão (Figura 6c), ocorrendo, então, conjuntamente movimentos de translação e rotação simultaneamente (ALMEIDA, 2007; INOUE, 2003).

2.2.3 Flambagem distorcional

Inicialmente, antes de ser observada, a flambagem distorcional era, na verdade, considerada como uma “extensão do modo local”. Com o avanço de estudos na área de estabilidade de perfis de chapa dobrada com enrijecedor de borda, mais especificadamente com relação ao modo distorcional, a flambagem distorcional foi notada como um modo de instabilidade dotada de características próprias que a diferenciam do modo local de placa. Por outro lado, a flambagem distorcional é um fenômeno peculiar ao qual pesquisadores têm dado especial atenção principalmente pelas dificuldades na determinação da tensão crítica.

Entende-se flambagem distorcional como um fenômeno configurado pela rotação e translação do conjunto formado pela mesa e o enrijecedor perante a junção alma-mesa, conforme Figura 7 (LAU; HANCOCK, 1987; AISI S-100, AISI, 2016).

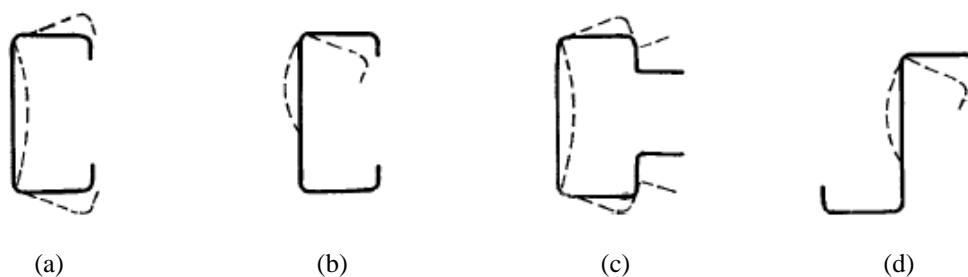


Figura 7 – Modo distorcional em perfis com seção transversal C enrijecido, rack e Z (Fonte: NBR 14762, ABNT, 2010)

Em comparação com o modo local de placa, o efeito das condições de apoio nas extremidades no modo distorcional é amenizado pelo comprimento, pois trata-se de um fenômeno pelo qual é comum a ocorrência em perfis com comprimento intermediário aos modos local e global (KWON; HANCOCK, 1992b; BRADFORD; AZHARI, 1995; YOUNG; RASMUSSEN, 1999; CAMOTIM *et al.*, 2000; NAGAHAMA, 2003; LU *et*

al., 2017). Outra característica importante do modo distorcional é a presença de reserva pós-crítica, que é inferior à do modo local de placa (CAMOTIM *et al.*, 2000; KWON; HANCOCK, 1992a; PROLA; CAMOTIM, 2001).

Assim como o modo local de placa, a geometria da seção transversal de perfis de chapa dobrada com enrijecedor de borda também influenciam na definição do modo distorcional (BATISTA *et al.*, 1998; CARDOSO *et al.*, 2017; PINTO NETO, 2017). O Quadro 1 apresenta a predisposição de perfis U enrijecidos à flambagem local de placa e distorcional de acordo com as relações geométricas da seção. Cardoso *et al.* (2017) sugerem que dentre as características geométricas de uma seção transversal de um perfil, a espessura é o elemento que influencia secundariamente na determinação do modo distorcional.

Diferentemente do modo local de placa, no modo distorcional a distribuição de tensões na seção transversal dos perfis não é uniforme. Dessa forma, os métodos das Larguras Efetivas (MLE) e das Seções Efetivas (MSE), presentes na NBR 14762 (ABNT, 2010), AISI S 100 (AISII, 2016), AS/NZS 4600 (ANZS, 2005) e Eurocode 3 parte 1:3 (ECS, 2006), não são usados para determinar a tensão crítica distorcional. Em vista disso, na tentativa de contornar esse problema, alguns estudos adaptaram o MLE para calcular a tensão de flambagem distorcional (YU; YAN, 2011; XINGYOU *et al.* 2016).

O modelo proposto de Yu e Yan (2011) segue os mesmos preceitos de cálculo da AISI S-100 (2002) para perfis com seção transversal C e Z enrijecido sob flexão. A proposta de Yu e Yan (2011) diferencia-se do MLE normativo apenas com relação ao coeficiente de flambagem de placa para abordar a instabilidade distorcional. As principais desvantagens desse modelo referem-se aos resultados conservadores, diante dos experimentais, usados para a aferição do modelo e à necessidade de interação computacional para alguns dos processos do MLE convencional indicados na AISI S 100 (AISII, 2002).

Assim como Yu e Yan (2011), Xingyou *et al.* (2016) propuseram modificação apenas do coeficiente de flambagem de placa de perfis com seção transversal C enrijecido do MLE presente na norma chinesa GB 50018-2002. Tal modificação foi realizada com o intuito de obter a resistência de flambagem distorcional usando os preceitos do MLE, tendo como base o método da energia e considerando a teoria das grandes deflexões. Embora as capacidades resistentes, determinadas pela calibração do MLE da norma chinesa GB 50018-2002 modificada com o auxílio do Método da Resistência Direta,

sejam similares aos resultados experimentais, as previsões realizadas com o uso dos procedimentos desse MLE ainda se apresentaram conservadoras.

A AS/NZS 4600 (ANZS, 2005) e a AISI S 100 (AISI, 2016) apresentam outros procedimentos para determinar a tensão de flambagem distorcional. A AS/NZS 4600 (ANZS, 2005), por exemplo, adota o método analítico baseado no estudo de Lau e Hancock (1987). O método de Lau e Hancock (1987) foi desenvolvido para colunas axialmente carregadas. Pelo trabalho de Lau e Hancock (1987), o método é constituído por uma mesa enrijecida que não sofre deformação e pelo efeito da alma no sistema mesa-enrijecedor. A alma da seção transversal é representada como um apoio com rigidezes elásticas de translação lateral e rotação, conforme Figura 8.

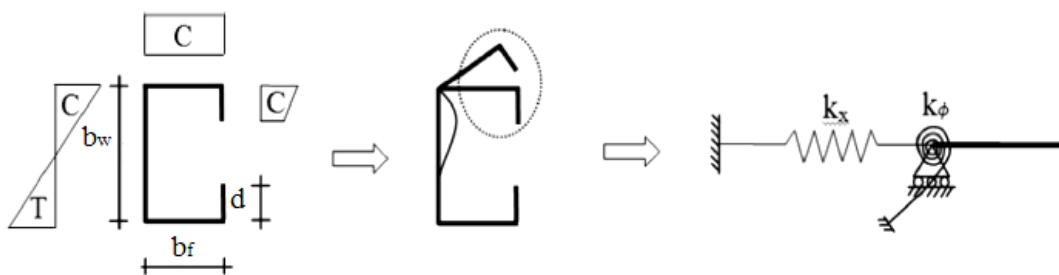


Figura 8 – Modelo analítico de Lau e Hancock (1987) para vigas de aço formadas a frio sob flexão (Fonte: LAU; HANCOCK, 1987, citados por AJEESH; JAYACHANDRAN, 2016)

A AISI S 100 (AISI, 2016), por sua vez, adota um método para cálculo da tensão de flambagem distorcional baseado no estudo de Schafer (1997), citado por Salles (2017). Segundo Salles (2017), pelo método de Schafer o sistema mesa-enrijecedor é analisado como no estudo de Lau e Hancock (1987). A diferença entre esses métodos está relacionada com a composição da rigidez rotacional da junção alma-mesa, que é constituída por parcelas referentes à rigidez elástica e à rigidez geométrica, que depende da tensão atuante sobre o perfil (SCHAFER, 1997 citado por SALLES, 2017). Os métodos de Lau e Hancock (1987) e de Schafer (SALLES, 2017) têm em comum a dificuldade de obtenção da tensão de flambagem distorcional, uma vez que as equações que envolvem esse método são longas e requerem a realização de uma análise barra por barra, inviabilizando a aplicação desses métodos em estruturas de médio a grande porte.

O Método da Resistência Direta, como recomendação da NBR 14762 (ABNT, 2010), apresenta-se como ferramenta de cálculo da tensão resistente, associado também ao modo distorcional. Trata-se de um método que é essencialmente uma extensão das curvas para colunas sob flambagem global, que considera as reservas pós-críticas e a interação existente entre os modos local, distorcional e global (SCHAFER; PEKOZ,

2008). A aplicação do MRD requer uma análise de estabilidade prévia, que pode ser realizada com o auxílio de Métodos de Elementos Finitos e Faixas Finitas, da Teoria Generalizada da Viga (GBT) e por meio de abordagens analíticas, como o método de Cardoso *et al.* (2017).

Segundo Pérez (2003), em comparação com o “método australiano”, presente na NBR 14762 (ABNT, 2001), o MRD conduziu a respostas mais próximas de resultados de ensaios experimentais com perfis rack sob flambagem distorcional. Em face desses aspectos, o MRD é muito empregado com diversas finalidades em pesquisas relacionadas à estabilidade de perfis de chapa dobrada. O MRD tem sido usado para calibrar métodos de cálculo de tensão de flambagem distorcional (YU; YAN, 2011; AYAHAN; SCHAFER, 2015; XINGYOU *et al.*, 2016) e para análises com os resultados experimentais (PÉREZ, 2003). Além disso, na literatura, o MRD tem sido adaptado para abranger perfis com perfurações na alma (CASAFRONT *et al.*, 2011; NEIVA *et al.*, 2018a; NEIVA *et al.*, 2018b).

Em virtude das dificuldades na obtenção da tensão de flambagem distorcional com o uso de métodos normativos, muitas pesquisas com metodologias alternativas aos métodos recomendados por normas têm sido realizadas com o intuito de contornar essas dificuldades. Método dos Elementos Finitos (CHODRAUI, 2003; NEIVA *et al.*, 2018a, NEIVA *et al.*, 2018b), Método das Faixas Finitas (MFF) (SCHAFER, 2013), Teoria Generalizada da Viga (SILVESTRE *et al.*, 2001; SILVESTRE; CAMOTIM, 2004a, 2004b), abordagens analíticas (YU; YAN, 2011; XINGYOU *et al.*, 2016; CARDOSO *et al.*, 2017) e Redes Neurais Artificiais (EL-KASSAS *et al.*, 2001; EL-KASSAS *et al.*, 2002; PALA, 2006; PINTO NETO, 2017; PINTO NETO *et al.*, 2017) são algumas das metodologias empregadas nessas pesquisas.

O Método dos Elementos Finitos é amplamente usado para solução de diversos tipos problemas na engenharia. Para problemas que envolvem estabilidade de perfis de chapa dobrada à frio, o MEF foi utilizado para análise não linear de instabilidades em perfis com furos na alma e na verificação da influência da presença de furos na alma na ocorrência da flambagem distorcional (NEIVA *et al.*, 2018a, NEIVA *et al.*, 2018b). Chodraui (2003) usou o MEF para a realização de análises lineares de perfis com seção U enrijecido em que o modo distorcional era sempre o crítico. Os resultados obtidos com o uso do MEF apresentaram-se ligeiramente superiores aos resultados encontrados usando o MFF. Segundo Araújo (2015), algumas simulações em MEF necessitam de um grande número de elementos da malha, o que pode despender uma maior memória e

tempo computacional. Além disso, segundo Schafer *et al.* (2010), o número de elementos pode influenciar na tensão de colapso de um perfil, pois a quantidade de elementos influencia na precisão da resposta dada por uma malha em MEF. Schafer *et al.* (2010) analisaram algumas malhas quadráticas compostas por elementos do tipo S4/S4R (Figura 9a) em MEF. Três dessas malhas são representadas pelas Figuras 9b, 9c e 9d. Comparando-se essas três malhas em MEF, a malha “grosseira” apresentou tensão de colapso 9 % maior que a malha mais refinada.

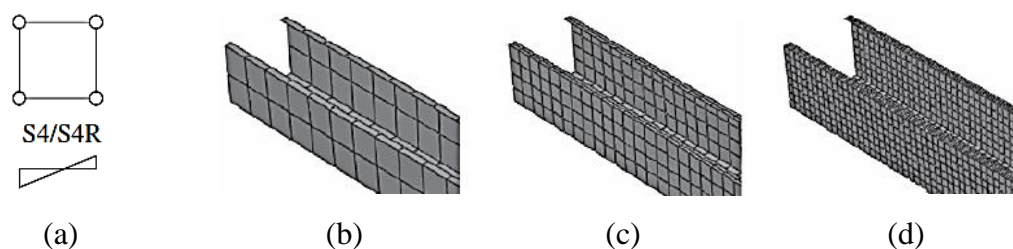


Figura 9 – Discretização em Elementos Finitos de um pilar sob compressão centrada: a) elemento quadrático S4/S4R; b) malha “grosseira”; c) malha média; d) malha fina (Fonte: SCHAFFER *et al.*, 2010)

O Método das Faixas Finitas é também bastante empregado na análise de estabilidade de perfis de parede fina. Em comparação com o MEF, o MFF tem como uma das principais vantagens a redução do número de graus de liberdade devido a discretização em faixas, exigindo menor esforço computacional (KOIKE, 2011; NAGAHAMA, 2003). No MFF, a discretização do perfil é realizada por meio da divisão de um perfil em “faixas finitas”, nas quais são usadas funções de interpolação que se adaptam às condições de contorno, seja nas bordas ou nas regiões das extremidades de um perfil (LAU; HANCOCK, 1986), conforme Figura 10. No sentido transversal de um perfil, é aplicada, como função interpoladora, polinômios de grau cúbico. Já no sentido longitudinal, são utilizadas funções do tipo spline ou trigonométricas para realizar a interpolação entre faixas, como visto em diversas investigações na literatura, a exemplo dos trabalhos de Bradford e Azhari (1995), Lau e Hancock (1986), Lau e Hancock (1987), Nagahama (2003), Prola e Camotim (2001), Li e Schafer (2010), entre outros.

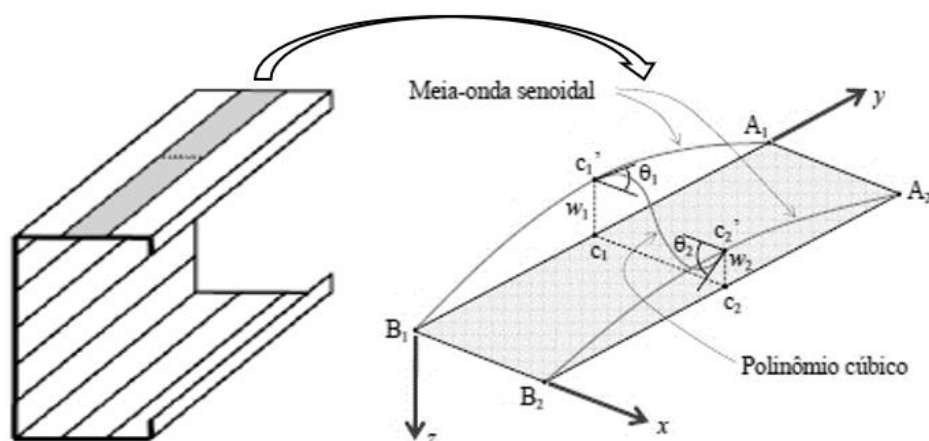


Figura 10 – Discretização em Faixas Finitas de um perfil em seção em C com enrijecedor nas bordas (Fonte: Adaptado de PIRES, 2012; GRIGOLETTI, 2008)

Para a Teoria Generalizada da Viga (do inglês *Generalized Beam Theory* – GBT), o perfil de chapa dobrada se configura como uma associação de placas de forma que a interação entre os elementos da seção transversal do perfil seja considerada. A deformada de um perfil é discretizada como uma combinação linear dos modos de deformação, considerando as respectivas funções de amplitude (Figura 11) (SCHARDT, 1994; BEBIANO *et al.*, 2000; SILVESTRE *et al.*, 2001). Essa forma de discretização da deformada possibilita a obtenção de algum dos modos de deformação separado dos demais, sem que os outros exerçam alguma influência no modo determinado, ou seja, um modo no estado “puro”. Por meio do GBT, Silvestre e Camotim (2004a, 2004b) desenvolveram equações para determinação da tensão crítica de flambagem distorcional. O roteiro de cálculo de uso dessas equações é muito extenso de tal forma que só é possível a sua utilização com o auxílio de um código computacional.

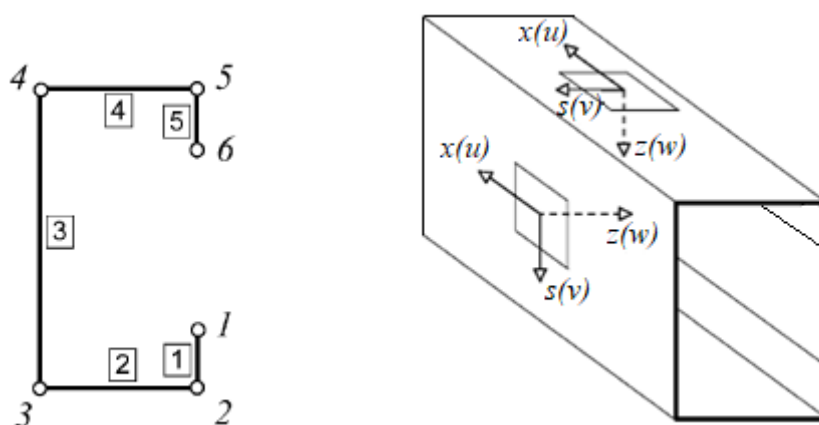


Figura 11 – Discretização dos nós e paredes de um perfil C enrijecido e apresentação dos campos de deslocamentos pela Teoria Generalizada da Viga (Fonte: Adaptado de SILVESTRE; CAMOTIM, 2004a)

Por meio de uma abordagem analítica baseada no princípio da energia, Cardoso *et al.* (2017) apresentaram equações explícitas para perfis de seção em C enrijecido sob compressão. Para desenvolver as equações, Cardoso *et al.* (2017) basearam-se nos deslocamentos da seção transversal e consideraram que o centro de rotação do conjunto de rigidez da mesa não coincidia com a linha de dobra da alma-mesa. Dois modelos foram analisados: o primeiro considerava a mesa como elemento rígido e no segundo modelo a mesa era “flexível”. Embora o modelo de mesa rígida tenha apresentado resultados com até 10 % de erro, o segundo modelo alcançou respostas quase exatas em comparação com os resultados obtidos com a Teoria Generalizada da Viga.

Outro método alternativo que vem sendo utilizado com sucesso em problemas de diversas áreas são as Redes Neurais Artificiais (RNA). As RNA são inspiradas no comportamento da célula básica de funcionamento do cérebro humano, o neurônio, e têm capacidade de predição de fenômenos, classificação, otimização, entre outras. Em problemas de estabilidade, as RNA foram usadas tanto por Pala (2006) como por Pinto Neto (2017), como artifício para determinar a tensão elástica de flambagem distorcional de perfis com seção C enrijecidos. A principal diferença entre as topologias e as equações obtidas por Pala (2006) e Pinto Neto (2017) foram os dados de entradas usados por cada um. Pala (2006) considerou como entrada as dimensões separadamente e incluindo o ângulo entre o enrijecedor e a mesa e usou dados numéricos e experimentais para implementar a rede. Pinto Neto (2017), por sua vez, utilizou as relações entre dimensões dos perfis como dados de entrada: mesa/alma; alma/espessura; enrijecedor/alma; obtendo uma equação de tamanho reduzido se comparado com a obtida por Pala (2006). Ainda assim, tanto as equações para a tensão de flambagem distorcional obtidas por Pala (2006) como Pinto Neto (2017) apresentaram boas correlações com valores esperados na literatura.

2.2.3.1 Comprimento crítico de flambagem distorcional

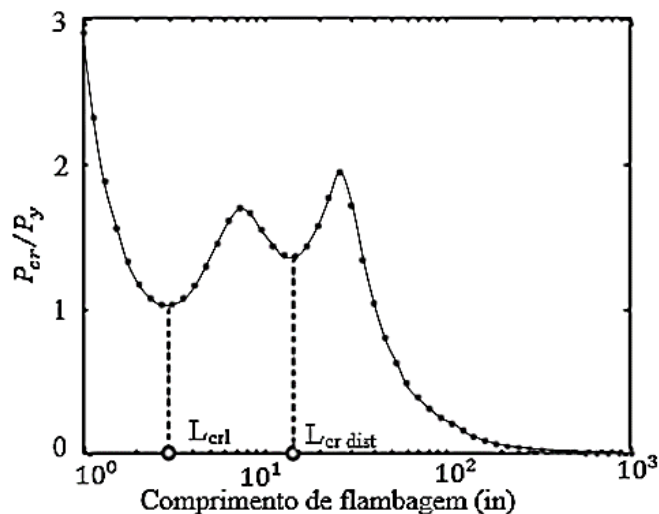


Figura 12 – Razão entre a carga crítica e a carga de escoamento *versus* Comprimento de flambagem (Fonte: Adaptado de AISI, 2016)

O comprimento crítico de flambagem distorcional está associado à tensão mínima de flambagem distorcional de um perfil, conforme a curva de assinatura à flambagem mostrada na Figura 12. A tensão e o comprimento críticos em curvas de assinatura de flambagem são obtidos por meio da identificação dos mínimos locais para a primeira semionda de cada modo de instabilidade, sendo as demais semiondas, harmônicos da primeira, conforme exemplificação na Figura 13.

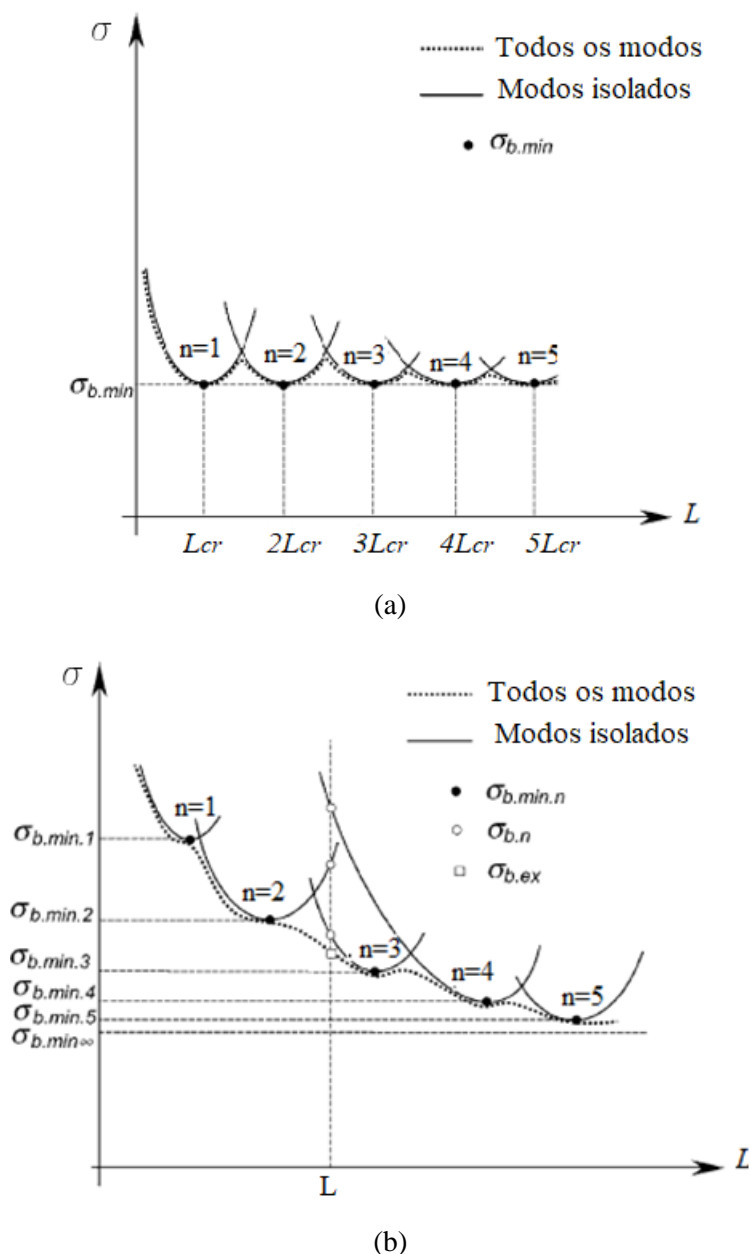


Figura 13 – Tensão de flambagem *versus* Comprimento de flambagem: a) para um perfil com apoio biarticulado com empenamento livre; b) e biengastado com empenamento restrito (Fonte: Adaptado de SILVESTRE; CAMOTIM, 2004b)

Os pontos de mínimo, que representam as tensões críticas dos modos de flambagem, e os comprimentos críticos são facilmente identificáveis nas curvas de assinatura à flambagem quando o perfil analisado tem apoio bi rotulado e com empenamento livre, conforme Figura 13a. As condições de apoio influenciam no comportamento à flambagem, podendo elevar as tensões e deslocar o comprimento crítico devido ao ganho de rigidez ou ao aumento dos números de semiondas para perfis que não tenham apoios bi rotulados e com empenamento livre. Por isso, a identificação das tensões

mínimas e dos comprimentos críticos dos perfis em outras condições de apoio, como biengaste e restrição ao empenamento, são difíceis de serem realizadas (Figura 13b).

Para o modo local de placa, Szymczak e Kujawa (2016) verificaram que o comprimento crítico local de placa é diretamente proporcional ao número de semiondas e ao comprimento característico, que depende das características geométricas do perfil. Para o modo distorcional, Silvestre e Camotim (2004a, 2004b) desenvolveram equações para o comprimento crítico de flambagem distorcional por meio da GBT para perfis com seção transversal C e Z enrijecidos sob compressão uniforme e flexão simples. As equações para o comprimento crítico de flambagem distorcional de Silvestre e Camotim (2004a, 2004b) são em função das propriedades geométricas e mecânicas do material e da condição de apoio. Por outro lado, essas equações são mais aplicáveis com o auxílio de um código computacional, pois a realização do roteiro de cálculo é exaustiva manualmente.

A maioria das pesquisas relacionadas a flambagem distorcional em perfis de chapa visam a obtenção apenas da tensão crítica associada a esse modo de flambagem. No entanto, estudos realizados por Cardoso *et al.* (2017), Ajeesh e Jayachandran (2016) e Yu e Yan (2011) buscaram, além da determinação da tensão crítica, obter o comprimento crítico de flambagem distorcional.

Os métodos apresentados por Cardoso *et al.* (2017) foram desenvolvidos com base nos deslocamentos da seção transversal de perfis com seção C com enrijecedor de borda sob compressão uniforme. No primeiro método, a mesa é assumida como rígida, ou seja, a flexão da parede transversal é negligenciada. A Eq. (1) refere-se ao comprimento crítico derivado a partir da equação para tensão elástica distorcional obtida do método 1 de Cardoso *et al.* (2017).

$$L_{cr,1} = \sqrt[4]{\frac{\pi^4 b_w [D b_w^3 + 60(EI_z \beta^2 + 2EI_{zw} \beta + EI_w)]}{120D}} \quad (1)$$

Em que I_w é a constante de empenamento da mesa enrijecida com relação ao centro de rotação; I_z é o momento de inércia em relação ao menor eixo (Y-Y); I_{zw} é um parâmetro geométrico da seção transversal; D é a rigidez da placa e ν é o coeficiente de Poisson (Eq. (2)); b_w é a largura da alma; E é o módulo de elasticidade do aço; e β corresponde a “translação” da seção transversal por unidade de rotação mesa-enrijecedor necessária para equilibrar o momento produzido pela distribuição das tensões de

deformação e é dado em função das dimensões geométricas da seção transversal, conforme Eq. (3).

$$D = \frac{Et^3}{[12(1 - \nu^2)]} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{b_f d(2b_f + 2d + b_w)}{(b_f^2 + 4b_f d + 2b_f b_w + 6db_w)(2d + b_f)} \quad (3)$$

No segundo método de Cardoso *et al.* (2017), a “flexibilidade” da mesa é considerada e o comprimento crítico de flambagem distorcional para o método 2 é dado pela Eq. (Tabela 4).

$$L_{cr,2} = \sqrt[4]{\frac{\pi^4 \kappa_1}{840 b_w} [44 b_f^5 + 154 b_f^4 b_w + 140 b_f^3 b_w^2 + 7 b_w^5 + \frac{420}{D} \left(\frac{b_w}{\kappa_1}\right)^2]} \quad (4)$$

$$(EI_z \beta^2 + 2EI_{wz} \beta + EI_w)$$

Em que β é mantido conforme Eq. (3) e κ_1 é dado pela Eq. (5):

$$\kappa_1 = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \left(\frac{b_f}{b_w}\right)} \quad (5)$$

O método para o comprimento crítico de semionda distorcional de Ajeesh e Jayachandran (2016) é aplicável para perfis com seção transversal genérica, conforme Eq. (6).

$$\lambda_{cr} = \pi \left(\frac{EI_{wc}}{k_y b^2 + k_\phi} \right)^{0,25} \quad (6)$$

Em que k_ϕ e k_y são as rigidezes rotacional da junção mesa-alma e translacional da junção mesa-enrijecedor, respectivamente. Essas rigidezes variam conforme as dimensões do perfil, de acordo com as Eq. (7) e (8). Esse método é válido também para perfis com enrijecedores de borda simples e complexos, sendo isso considerado através da variável c' , que é dado como a soma entre o primeiro enrijecedor vertical e os demais a jusante deste.

$$k_{\phi} \begin{cases} \frac{16D}{b_w} \left(\frac{b_f}{b_w}\right)^{1,6}, se 4 \left(\frac{b_f}{b_w}\right)^{1,6} < 1 \\ \frac{4D}{b_w}, se 4 \left(\frac{b_f}{b_w}\right)^{1,6} \geq 1 \end{cases} \quad (7)$$

$$k_y \begin{cases} \left(\frac{4D}{b_f^3}\right) \left(\frac{c'}{h}\right)^5, se 4 \left(\frac{c'}{b_w}\right)^5 < 1 \\ \frac{D}{b_f^3}, se 4 \left(\frac{c'}{b_w}\right)^5 \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

Já o Método de Yu e Yan (2011), diferencia-se do método de MLE da AISI S 100 (AISI, 2007) somente pelos coeficientes k (Eq. 9) para a flambagem distorcional, sendo que os demais procedimentos do MLE devem ser realizados conforme a AISI S 100 (AISI, 2007).

$$\begin{cases} k = 4, se \alpha \leq 0,6 \\ k = 0,43 + \frac{3,57}{(\alpha + 0,4)^{3,5}}, se \alpha > 0,6 \end{cases} \quad (9)$$

Em que α (mm) é dado por:

$$\alpha = \left(\frac{0,0021 tb}{d \sin \theta}\right) h^{0,9} \quad (10)$$

Esse método é aplicável somente para perfis C e Z enrijecidos sob flexão e desde que as relações geométricas dos mesmos obedeçam aos limites apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Limitações geométricas para perfis C e Z enrijecido e sob flexão para o método de Yu e Yan (2011)

Limites das relações geométricas
$\frac{b_w}{t} < 183$
$\frac{b}{t} < 60$
$0 < \frac{d}{t} < 20$
$47^\circ < \theta < 90^\circ$
$0,18 < \frac{d}{b} < 0,37$

O comprimento do perfil é relevante na definição do modo de flambagem em um perfil sob qualquer tipo de carga. No entanto, são escassos os estudos que definem uma equação para o comprimento crítico de flambagem distorcional. Por outro lado, conforme Figura 12, as curvas de assinatura de flambagem mostram um acréscimo de tensão para

perfis cujo o comprimento é diferente do comprimento crítico. São escassos também os estudos que analisam como ocorre a influência do comprimento do possível incremento na capacidade resistente de perfis de chapa dobrada sob flambagem distorcional.

2.2.4 Interação entre modos de flambagem

Embora não seja considerada em diversos cálculos para determinação da tensão de flambagem, a interação entre os modos de flambagem refere-se ao acoplamento de dois ou mais modos. O fenômeno de interação modal ocorre em maior ou menor grau, mas acentua-se quando há uma proximidade entre os valores de tensão crítica dos respectivos modos de flambagem. O mecanismo de colapso, o comportamento de pós-flambagem e a resistência de perfis de chapa dobrada são afetados pela interação modal (SANTOS, 2014; MARTINS *et al.*, 2018).

Assim como os modos de flambagem em estado “puro”, as interações entre modos são influenciadas pelo tipo e as dimensões da seção transversal, relações geométricas entre as paredes da seção transversal, esbeltez local, comprimento do perfil, condições de apoio e propriedades mecânicas do aço (SANTOS, 2014). A interação modal pode ocorrer entre os modos: local-distorcional; distorcional-global; local-distorcional-global. Segundo Silvestre *et al.* (2001), pela Teoria Generalizada da Viga, entre os modais puros mais relevantes em um perfil C enrijecido representados na Figura 1, a interação modal depende da matriz de rigidez geométrica e ocorre de formas de distintas a depender do elemento:

- em colunas sob compressão centrada, o acoplamento só é possível entre modais ímpares ou entre modais pares;
- em vigas sob flexão simples, o acoplamento só pode ocorrer diretamente entre modais ímpares e pares.

3 REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

Nas últimas décadas, diversos métodos de inteligência artificial vêm sendo utilizados para resolução de problemas em diferentes áreas do conhecimento, como agricultura, saúde, economia, engenharia, entre outras. No que diz respeito a engenharia estrutural, destaca-se o uso de um método conexionista de inteligência artificial: as Redes Neurais Artificiais (RNA).

Os métodos conexionistas são inspirados em estudos realizados sobre a estrutura do cérebro humano. Logo, de modo semelhante ao cérebro humano, a RNA é um processador paralelamente distribuído, composto por unidades de processamento simples (os neurônios), que conseguem armazenar conhecimento experimental e torná-lo disponível (BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2000; HAYKIN, 2001; LIU *et al.*, 2002). Dessa forma, a RNA é capaz de produzir saídas adequadas até mesmo para dados de entrada ausentes durante o treinamento, no entanto contidas no domínio dos dados usados no treinamento (ARAÚJO, 2015; HAYKIN, 2001; KALIGIROU, 2000; OSÓRIO; VEIRA, 1999).

3.1.1 Neurônio humano biológico *versus* neurônio artificial

No modelo biológico do cérebro humano, conforme Figura 14a, os neurônios são compostos por um conjunto de ligações, chamadas sinapses, e recebem um impulso elétrico pelo corpo celular na forma de um neurotransmissor. O impulso, então, é conduzido pelo axônio até os terminais sinápticos, que são responsáveis por inibir ou excitar o próximo neurônio (LASTIRI; PAULETTI, 2004).

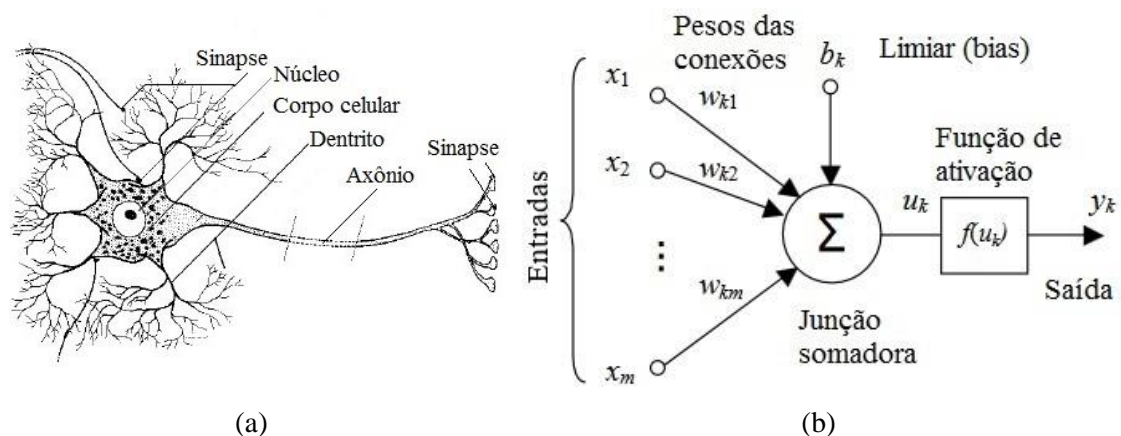


Figura 14 – Modelos de neurônios: a) humano biológico; b) artificial (Fonte: HAYKIN, 2001; OSÓRIO; VIEIRA, 1999)

Para um neurônio artificial, os dados de entrada são equivalentes aos impulsos nervosos, conforme Figura 14b. Esses dados de entrada relacionam-se com os pesos sinápticos w_{kj} , sendo k e j índices que correspondem ao número do neurônio e o estímulo de entrada, respectivamente. Esses pesos são parâmetros ajustáveis da RNA que mantêm informação sobre o fenômeno ou problema a ser resolvido, a partir da ponderação de um neurônio a outro, ao longo da transferência da informação da entrada à saída (ARAÚJO, 2015). Quanto maior for o peso sináptico, maior é a contribuição da entrada j . A combinação desses estímulos é realizada por meio de uma função aditiva, que pode ser influenciada pelas *biases* b_k introduzidas no sistema (HAYKIN, 2001). As *biases* são aplicadas externamente, podendo aumentar ou reduzir a saída líquida da função de ativação, além de impedirem que a saída da RNA seja nula quando todas as entradas são iguais a zeros (ARAÚJO, 2015).

O resultado da etapa anterior é conduzido a uma função de ativação. Araújo (2015) ressalta que a função de ativação utilizada deve ser contínua, monotônica e diferenciável em qualquer ponto para garantir a limitação superior e inferior dos dados de entrada e, conseqüentemente, fazer com que os valores de saída dos neurônios não apresentem comportamentos instáveis. Por isso, são mais usuais, como função de ativação, as funções: linear, que é limitada por $[-1,1]$; tangente hiperbólica, que é restrita a $[-1,1]$; e sigmoide logarítmica, definida entre $[0,1]$. A Tabela 2 apresenta as equações que representam cada uma dessas funções de ativação. Na saída, esse estímulo pode ser conduzido a excitar outros neurônios, podendo haver n camadas intermediárias ou ocultas, como modelo apresentado na Figura 15 (BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2000; HAYKIN, 2001; LORENZI, 2009).

Tabela 2 – Funções de ativação usuais

Linear	Sigmoide logarítmica	Tangente hiperbólica
$y = a \cdot x$	$y = \frac{1}{1 + e^{-vx}}$	$y = \frac{1 - e^{-vx}}{1 + e^{-vx}}$

Fonte: Araújo (2015)

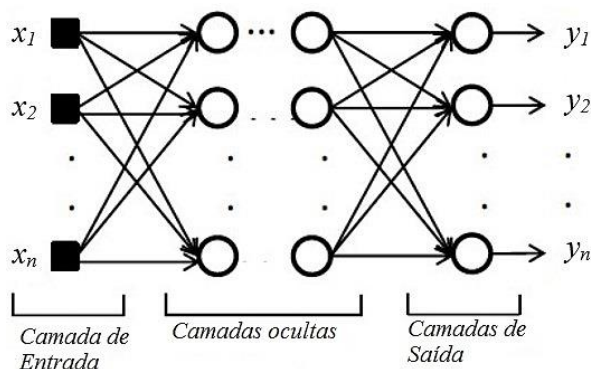


Figura 15 – Modelo de neurônio com multicamadas (Fonte: ARAÚJO, 2015)

3.1.2 Arquitetura da rede

A arquitetura da rede se refere à forma como estão dispostos os neurônios nas camadas (números de camadas e número de neurônios em cada camada), ao comportamento (estático ou dinâmico) e ao padrão de conexão entre as mesmas (*feedforward* ou *feedback*) (HAYKIN, 2001).

A potencialidade das RNA depende da disposição e da quantidade de neurônios utilizados nas camadas intermediárias. O potencial dessa ferramenta foi avaliado por El-Kassas *et al.* (2001) na obtenção da seção transversal mais econômica usando RNA, verificando, entre outros aspectos, o número de camadas intermediárias ocultas. Foram analisadas RNA com uma e duas camadas intermediárias ocultas. A diferença entre as taxas de erro obtidas com as RNA era tão pequena e o tempo computacional gasto tão alto, que El-Kassas *et al.* (2001) concluíram que o uso de RNA nos problemas de estabilidade de perfis de chapa dobrada não era vantajoso adotar mais de uma camada intermediária oculta. Isso também foi evidenciado na pesquisa realizada por Hadi (2003), que tinha como intuito criar uma RNA para otimização de vigas reforçadas com fibras de aço, além de avaliar a influência desses quesitos no desempenho da rede. Com relação ao número de camadas intermediárias, foram analisadas redes com uma e duas camadas

ocultas. O aumento da quantidade de camadas ocultas elevou o tempo de treinamento em 11 h a mais que a RNA com uma única camada oculta para atingir o mesmo erro de 0,001.

A arquitetura da RNA classifica-se de acordo com o comportamento desta no decorrer do seu aprendizado e do seu uso, podendo ser dinâmica ou estática. As RNA dinâmicas têm como característica a possível variação do número de neurônios e de ligações no decorrer do tempo. Já as RNA estáticas são aquelas em que a estrutura da mesma é definida antes do aprendizado, de modo que não há alterações com relação à quantidade de neurônios e sim um ajuste dos valores numéricos que cada conexão apresenta. São exemplos de RNA com característica estática as do tipo *feedforward* com algoritmo de aprendizagem *backpropagation* (OSÓRIO; VIEIRA, 1999; BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2000).

Não há um método formal que possa ser usado em RNA estáticas como meio para definição de quantidades de neurônios a serem empregados nas estruturas das mesmas. No entanto, há o Teorema de Existência de Kolmogorov-Nielsen, que ajuda a indicar essa quantidade de neurônios para as camadas intermediárias ocultas. Esse teorema foi adaptado do teorema do matemático russo Kolmogorov sobre a representação de funções contínuas para as RNA. Segundo Kolmogorov-Nielsen, dada uma função contínua, existe um f de implementação exata para uma RNA com três camadas: entrada com n elementos, intermediária oculta com $(2n + 1)$ neurônios e de saída m elementos (HECHT-NIELSEN, 1989; KOVACS, 1996).

O padrão das conexões refere-se ao modo como o sinal é enviado: cíclica ou somente em um único sentido. As RNA cíclicas, também denominadas de *feedback*, são aquelas que permitem o seu uso em modelos que consideram aspectos temporais e dinâmicos, conforme Figura 16. Em contraponto, a *feedforward* permite apenas a propagação do estímulo provocado pelos dados de entrada no sentido único, partindo da camada de entrada até a saída, conforme Figura 17.

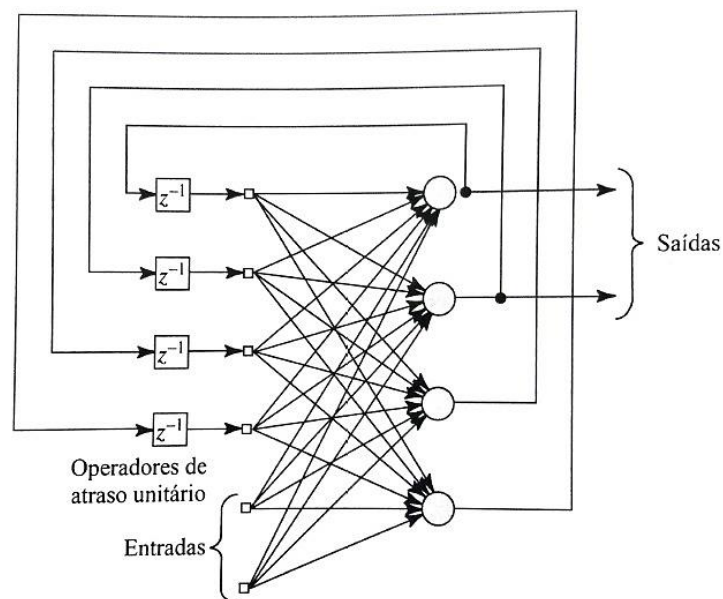


Figura 16 – Rede recorrente com neurônios ocultos (Fonte: HAYKIN, 2001)

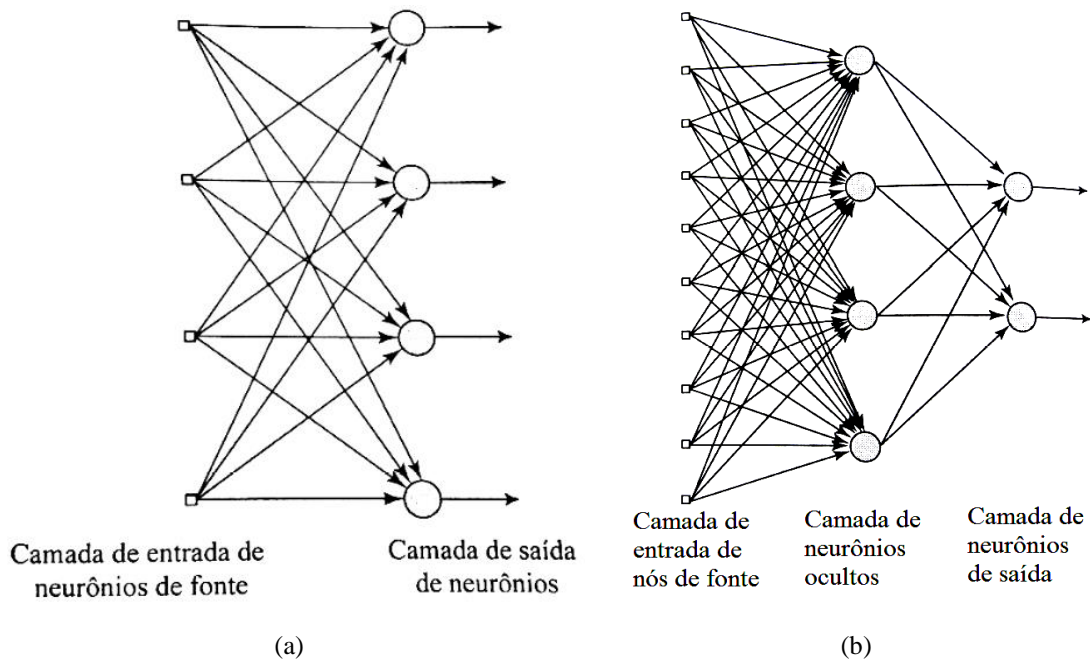


Figura 17 – Modelos de rede *feedforward*: a) única camada; b) múltiplas camadas (Fonte: HAYKIN, 2001)

3.1.3 Aprendizagem

O algoritmo de aprendizagem está relacionado com a forma na qual os parâmetros e os pesos das conexões entre os neurônios são ajustados, podendo ser supervisionado ou não (BRAGA; CARVALHO; LUDEMIR, 2000). O aprendizado supervisionado é aquele em que um “professor” externo fornece dados de entrada e saída para treinamento da

RNA e, dessa forma, são realizados os ajustes da rede. Enquanto no não supervisionado não há presença de um “supervisor externo”, a própria RNA se adapta ao comportamento das informações recebidas e melhora seu desempenho. A arquitetura da RNA está diretamente relacionada ao algoritmo de aprendizagem empregado durante o treinamento, pois os ajustes realizados durante o processo de treinamento servem como parâmetros para alterar a estrutura da rede neural artificial (LASTIRI; PAULETTI, 2004).

Há vários algoritmos de aprendizagem para RNA que variam de acordo com a finalidade. Em estudos na área de engenharia estrutural (HADI, 2013; ARAÚJO, 2015; PINTO NETO, 2017; PINTO NETO *et al.*, 2017), o algoritmo de aprendizagem comumente utilizado é o *backpropagation* ou retro propagação de erros para predição de fenômenos. O *backpropagation* ou retropropagação de erros é um algoritmo de aprendizado supervisionado que consiste na propagação do estímulo ou sinal de entrada para a frente, sendo o erro propagado de trás para frente. Dessa forma, os primeiros neurônios a terem seus pesos corrigidos são os últimos da rede. Esse processo ocorre até que os erros estejam enquadrados em padrões aceitáveis estabelecidos previamente (CASTRO, 2009; LORENZI, 2009).

Por ser um algoritmo de convergência lenta, o *backpropagation* requer o uso de uma regra de atualização para melhorar essa característica. Hadi (2003) avaliou as regras de Levenberg-Marquardt, a retropropagação pura, a rápida e a adaptativa. Embora a regra de atualização de Levenberg-Marquardt apresente consumo significativo de memória computacional, em comparação com as demais, essa é ainda capaz de conduzir a respostas em menor tempo de convergência do problema.

3.1.4 Aplicações

No que tange à engenharia estrutural, as RNA têm sido utilizadas para diversas finalidades de acordo com estudos de Araújo (2015), Hadi (2003), Pala (2006), Pinto Neto (2017), Pinto Neto *et al.* (2017) :

- no dimensionamento e otimização de vigas de concreto simples ou com reforço de fibras de aço (HADI, 2003);
- como integrante de procedimentos híbridos, que envolvem a integração entre métodos numéricos e inteligência artificial, para solução de problemas

relacionados a essa área, não resolvidos por métodos essencialmente convencionais' (ARAÚJO, 2015);

no estudo da estabilidade de perfis de chapa dobrada (PALA, 2006; PINTO NETO, 2017; PINTO NETO *ET AL.*, 2017).

No que se refere à estabilidade de perfis de chapa dobrada, as RNA têm sido utilizadas em estudos de El-Kassas *et al.* (2001), El-Kassas *et al.* (2002), Pala (2006), Pinto Neto (2017), Pinto Neto *et al.* (2017).

El-Kassas *et al.* (2001) avaliaram a potencialidade do uso de RNA na determinação da seção ótima de perfis de chapa dobrada sob compressão. Para isso, foram criadas quatro RNA para perfis com seção transversal C, C enrijecido, *hat* e uma RNA cujos dados de entrada fazia uma combinação dessas três seções. Para a obtenção da seção ótima, foram usados como dados de entrada, as cargas de todos os perfis estudados, a carga de compressão, os comprimentos de flambagem e as espessuras dos perfis. Como saída, foram obtidas as larguras da alma, da mesa e do enrijecedor. Nas RNA de perfis isolados, seis neurônios na camada intermediária já demonstraram uma taxa de erro de aproximadamente 1 %, para as RNA de perfis C enrijecido e *hat*, e de quase 5 % para a RNA de perfis com seção transversal C.

Segundo El-Kassas *et al.* (2002), o procedimento adotado pela norma britânica BS5950 para cálculo da carga de flambagem para perfis de chapa dobrada era complexo. Por isso, El-Kassas *et al.* (2002) apresentaram um método para predição da carga de compressão para perfis de chapa dobrada usando RNA. Tal método consistia no desenvolvimento de quatro RNA com as mesmas considerações que El-Kassas *et al.* (2001). No entanto, foram usados como dados de entrada da RNA características geométricas das seções C, C enrijecido e *hat* e como dado de saída a carga de compressão. Pelos quesitos adotados por El-Kassas *et al.* (2002), as RNA para perfis C enrijecido e *hat* alcançaram bons resultados para seis neurônios e o tempo de gasto computacional foi até 5,5 vezes menor em comparação ao software implementado em linguagem C++ para o método adotado pela norma britânica BS5950.

Diferentemente de El-Kassas *et al.* (2002), Pala (2006) não só analisou a eficiência da RNA na predição de um problema de estabilidade de perfis de chapa dobrada como também apresentou uma equação obtida por meio de RNA para determinação da tensão de flambagem distorcional em perfis com seção transversal C enrijecido submetidos à compressão. Foram usados o ângulo externo entre o enrijecedor e a mesa, as larguras da alma, mesa e enrijecedor como dados de entrada da RNA, diferindo do

modelo proposto por El-Kassas *et al.* (2002). O modelo obteve boa capacidade de predição com sete neurônios na camada intermediária. No entanto, o modelo de RNA de Pala (2006) abrange uma maior gama de perfis de chapa dobrada com seção C enrijecido que o de El-Kassas *et al.* (2002), devido a maiores variações dos parâmetros de dados de entrada e ao uso de maior quantidade de dados de entrada e saída para treinamento.

De modo semelhante ao modelo de Pala (2006), Pinto Neto (2017) e Pinto Neto *et al.* (2017) propuseram modelos para determinação da tensão de flambagem distorcional crítica em perfis com seção transversal em U e Z enrijecidos, respectivamente. No entanto, diferentemente de Pala (2006), algumas medidas foram tomadas para reduzir o tamanho da equação que descreve o fenômeno, tais como uso de relações geométricas $(b_w/t, b_f/b_w, d/b_w)$ como dados de entrada, ao invés das dimensões (b_w, b_f, d, t) do perfil, e o uso de seções cujo ângulo entre a mesa e o enrijecedor fosse 90° . Desse modo, as formulações de Pinto Neto (2017) e Pinto Neto *et al.* (2017) foram geradas com RNA de cinco neurônios na camada intermediária para os perfis sujeitos à compressão e demonstrando boa capacidade de generalização.

4 METODOLOGIA

Este trabalho foi desenvolvido com base na metodologia empregada por Pinto Neto (2017) com a finalidade de determinar o comprimento crítico de flambagem distorcional e sua influência na determinação da capacidade resistente de perfis de chapa dobrada a frio. Para isso, este trabalho foi dividido em duas etapas:

- i. determinação das equações para descrever o comprimento associado à tensão crítica de flambagem distorcional de perfis de aço de chapa dobrada;
- ii. avaliação da influência do comprimento crítico de flambagem distorcional aplicando o método da resistência direta.

4.1 PRIMEIRA ETAPA

Neste trabalho, foram estudados perfis C enrijecido quando submetidos à compressão centrada e à flexão simples, por não ter sido encontrada na literatura nenhuma metodologia mais simplificada para determinar o comprimento crítico de flambagem distorcional. Além disso, as análises foram realizadas considerando-se que as extremidades dos perfis estudados estão biarticuladas com empenamento livre, por ser a situação mais desfavorável quando se trata da resistência à flambagem, segundo Prola e Camotim (2001), Nagahama (2003) e a NBR 14762 (ABNT, 2010). Foram adotadas como hipóteses, para os perfis analisados, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, 200 GPa e 0,30, respectivamente.

As dimensões geométricas dos perfis C enrijecidos, como largura da alma (b_w), da mesa (b_f), do enrijecedor (d) e a espessura (t), foram utilizadas como parâmetros de entrada para as RNA. Segundo estudos de Pinto Neto (2017), as curvas de assinatura de dois perfis com mesmas relações geométricas, mas dimensões diferentes apresentam tensões críticas iguais, mas distintos comprimentos críticos de flambagem distorcional. As faixas de variação de valores desses parâmetros de entrada das RNA geradas são apresentadas na Tabela 3. Como dados de saída da RNA foram usados os comprimentos críticos de flambagem distorcional dos perfis estudados.

Tabela 3 – Faixa de variação de valores dos parâmetros geométricos dos perfis analisados para a geração do banco de dados de entrada das RNA

Parâmetro de entrada	Faixa dos valores (mm)
Alma (b_w)	30-410
Mesa (b_f)	30-200
Enrijecedor (d)	4-60
Espessura (t)	0,25-7

A partir da delimitação desses parâmetros, um conjunto de dados composto pelas dimensões geométricas de perfis C enrijecido, pelos comprimentos e tensões críticas associadas a flambagem distorcional por meio da Teoria Generalizada da Viga. A GBT permite a obtenção de informações, como tensões e comprimentos críticos dos perfis, sobre a flambagem distorcional sem o efeito do acoplamento entre modos (SILVESTRE *et al.*, 2001).

Para formação do conjunto de dados para o treinamento das RNA, foi necessária a aplicação de restrições de normas e de forma, elencadas na Tabela 4, ao conjunto de dados gerados com o auxílio da GBT. Essas restrições foram aplicadas ao conjunto de dados gerados pelo GBT por meio de um código no MATLAB[®]. Tal código tinha como entrada o conjunto de dados gerados pelo GBT e todas as características geométricas e mecânicas dos perfis contidos nesse conjunto eram submetidas a uma comparação com cada restrição elencada na Tabela 4. Dessa forma, os perfis em desconformidade com as restrições eram retirados do conjunto de dados original e, gerando, assim um novo conjunto de dados. Com isso, foram retirados do conjunto de dados original perfis não empregados pela indústria da construção e perfis cujas características geométricas indicavam suscetibilidade à interação entre os modos local de placa e distorcional, pois, conforme sugerido por Pinto Neto (2017), a interação modal pode prejudicar a capacidade de predição da RNA.

Tabela 4 – Especificações geométricas e mecânicas dos perfis estudados

Limite	Normas aplicadas
	NBR 14762
$\frac{b_f}{t} \leq 60$	EUROCODE 3, parte 1:3 AISI S-100
$\frac{b_w}{t} \leq 260$	NBR 14762 AISI S-100
$5 \leq \frac{d}{t} \leq 50$	NBR 6355 EUROCODE 3, parte 1:3
$0,2 \leq \frac{d}{b_f} \leq 0,6$	EUROCODE 3, parte 1:3
$f_u \leq 570 \text{ MPa}$	AS/NZS 4600
$0,1 \leq \frac{d}{b_w} \leq 0,3$	NBR 6355
$0,4 \leq \frac{b_f}{b_w} \leq 1$	Restrição de forma imposta
$0,003 \leq \frac{t}{b_w} \leq 0,1$	Restrição de forma imposta

Fonte: Modificado de Pinto Neto (2017)

Após o uso dos limites da Tabela 4, foram delimitados dois conjuntos de dados de entrada e saída para o treinamento das RNA: o primeiro refere-se a 191.861 perfis submetidos à compressão e o segundo conjunto a 85.383 sob à flexão simples. Ressalta-se que esses conjuntos de dados para treinamento das RNA foram gerados pela GBT e depois foram submetidos as restrições geométricas de normas, conforme as restrições presentes na Tabela 4. Para ambos conjuntos de dados de perfis sob compressão centrada e flexão simples, foram treinadas RNA com o auxílio do software MATLAB®. A arquitetura adotada para as RNA foi baseada no modelo de Pinto Neto (2017), cujo padrão de conexão da rede foi *feedforward* com algoritmo de aprendizagem *backpropagation* associado à regra de atualização de Levenberg-Marquardt. Com base nos estudos de desempenho de RNA, perante problemas envolvendo estabilidade de perfis de chapa dobrada realizado por El-Kassas *et al.* (2001, 2002), foi escolhida a RNA com uma única camada intermediária. Pelo Teorema de Kolmogorov-Nielsen (HECHT-NIELSEN, 1989), foram geradas RNA com um a nove neurônios na camada intermediária, uma vez que foram quatro dados usados na entrada. Com relação às funções de ativação, foram usadas as funções tangente hiperbólica (Tanh) e sigmóides logarítmicas (Logsig). Com

isso, foram 36 RNA treinadas, sendo metade referentes a perfis sob compressão centrada e a outra parte relacionada a perfis sujeitos à flexão simples.

Após o treinamento, foi realizada a escolha das topologias das RNA mais adequadas ao fenômeno por meio da análise de parâmetros de confiabilidade, como coeficiente de determinação (R^2) e histograma de distribuição de erros. Com as topologias de RNA adotadas, foram obtidas as equações para o comprimento crítico de flambagem distorcional. Em seguida, as equações geradas por meio das correlações entre elementos das RNA foram comparadas com resultados experimentais e numéricos disponíveis nos estudos de Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013) para perfis submetidos à compressão centrada e de Depolli (2018) para os perfis sob flexão simples.

4.2 SEGUNDA ETAPA

O Método da Resistência Direta (MRD) foi aplicada tanto para as tensões associadas ao comprimento crítico de flambagem distorcional como para as tensões relacionadas ao comprimento real dos perfis disponíveis da literatura. Em seguida, foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos com o auxílio do MRD para as tensões associadas aos comprimentos críticos de flambagem distorcional com as tensões relacionadas aos comprimentos reais e as tensões de colapso dos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990). A mesma análise não foi realizada para perfis sob flexão simples. Os perfis foram divididos em quatro grupos (a, b, c e d) representando quatro seções transversais diferentes. De cada grupo, foram analisados perfis com comprimentos distintos.

O MRD foi utilizado nessa etapa tendo em vista que, pela NBR 14762 (ABNT, 2010), é o método recomendado para determinar as tensões resistentes associadas aos modos local de placa, distorcional e global para o dimensionamento de perfis de chapa dobrada. Por outro lado, salienta-se que os treinamentos das RNA foram realizados com o auxílio de dados gerados pelo GBT, devido a insuficiência de resultados de ensaios experimentais na literatura. As análises de estabilidade realizadas com o uso de métodos computacionais, como MFF e o GBT, consideram as seções transversais dos perfis como seções perfeitas. No entanto, os perfis utilizados na construção civil são produzidos com pequenas imperfeições geométricas, que tendem a reduzir um pouco a capacidade resistente dos perfis. Tais imperfeições geométricas e as reservas pós críticas do modo

distorcional são consideradas pelo MRD na determinação das tensões resistentes, por ser um método desenvolvido com base em ensaios experimentais de várias seções transversais (SCHAFER; PEKOZ, 2008).

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 ANÁLISES DAS RNA

As escolhas das topologias mais adequadas de RNA para os casos de perfis sob compressão centrada e flexão simples foi realizada com base nos critérios: menor quantidade de neurônios na camada intermediária e menor percentual de erros (PINTO NETO, 2017). Como não foram encontrados estudos que analisaram o comprimento crítico de flambagem distorcional, foi adotado como percentual de erro máximo aceitável de $\pm 10\%$, como nas pesquisas de Pala (2006), Pinto Neto (2017) e Cardoso *et al.* (2017), para determinação da tensão crítica de flambagem distorcional.

5.2 INTERAÇÃO ENTRE MODOS LOCAL DE PLACA E DISTORCIONAL

A geração de dados de entrada e saída para o treinamento das RNA deu-se por meio da Teoria Generalizada Viga (SILVESTRE; CAMOTIM, 2004). Foram analisados cerca de 2.188.340 perfis, aos quais foram aplicadas as mesmas restrições geométricas e mecânicas usadas por Pinto Neto (2017). Inicialmente, a utilização dessas restrições reduziu a quantidade de casos, resultando em 253.075 e 107.072 perfis sujeitos à compressão centrada e à flexão simples, respectivamente, que posteriormente sofreram nova redução, de modo a melhorar o refinamento dos dados. Dentre essas restrições geométricas e mecânicas, a relação entre as larguras de mesa e alma $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$ foi imposta com limite inferior de 0,3 por Pinto Neto (2017), com a finalidade de evitar a região de maior interação entre modos local de placa e distorcional.

Durante o treinamento da RNA com dados de entrada e saída obedecendo os limites inferiores e superiores adotados por Pinto Neto (2017), foi observado que a maior parcela de erro estava associada aos dados cuja relação entre as larguras de mesa e alma estavam entre 0,3 e 0,4. Embora as demais relações geométricas indicassem a dominância do modo distorcional, a quantidade de casos com erros maiores que $\pm 10\%$ com relação das larguras mesa/alma entre 0,3 e 0,4 sinaliza uma maior sensibilidade do comprimento de flambagem ao acoplamento dos modos de flambagem distorcional e local de placa.

A Figura 18 apresenta um “mapa” da relação entre as tensões críticas com o modo distorcional e todos os modos de deformação ativados pelo GBT. Esse “mapa” está relacionado ao modelo 2 de cálculo da tensão de flambagem distorcional de Cardoso *et al.* (2017). Na Figura 18, cada área dividida pelas curvas representa um modo ou mais modos em função das características geométricas, sendo D representa a área do modo distorcional, D+G a área de interação entre os modos distorcional e global e D+L a região de interação entre os modos distorcional e local de placa. Utilizando uma metodologia baseada na energia potencial, Cardoso *et al.* (2017) também notaram a ocorrência desse acoplamento em perfis cuja relação mesa-alma $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$ fossem inferiores 0,4, conforme Figura 18. Cardoso *et al.* (2017) concluíram que a formulação desenvolvida para a tensão de flambagem distorcional não era aplicável a perfis com essa característica, pois o acoplamento entre os modos local de placa e distorcional não permite a determinação da tensão de flambagem distorcional no “modo puro”.

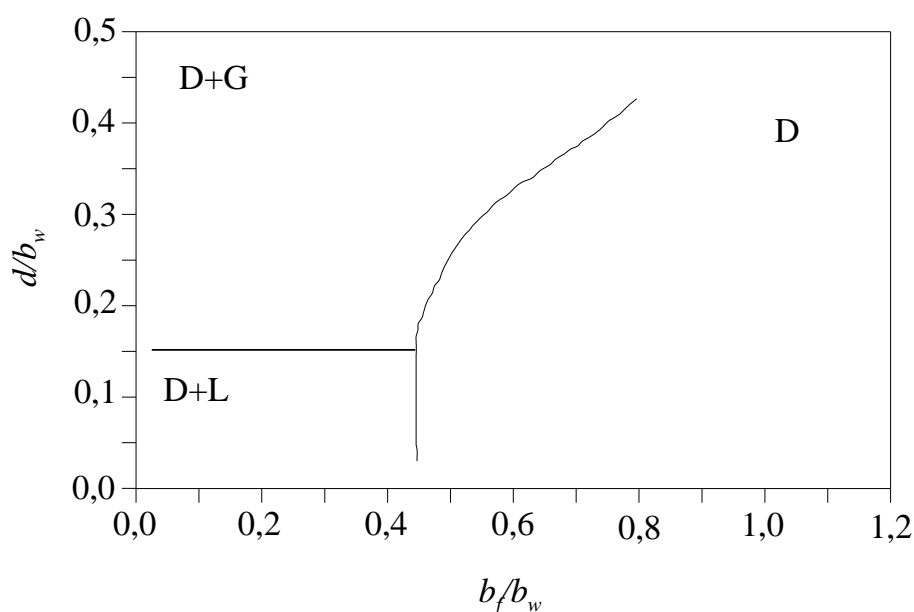


Figura 18 – “Mapa” da relação entre tensões críticas com o modo distorcional puro ($\sigma_{\text{crd,GBT}}$) e todos os modos de deformação ativados ($\sigma_{\text{cr,GBT}}$) (Fonte: Adaptado de CARDOSO et al., 2017)

Com o intuito de reduzir os erros e fazer com que as equações finais para o comprimento crítico abrangessem somente perfis com o modo distorcional “puro”, assim como realizado por Cardoso *et al.* (2017), foi adotada uma relação geométrica entre as larguras da mesa e alma entre 0,4 e 1. Dessa forma, foi realizado novo treinamento com perfis cujas seções transversais estivessem em conformidade com as restrições impostas na Tabela 4. Finalmente, para o treinamento das RNA foram utilizados 191.861 e 85.383 perfis sob compressão centrada e flexão simples, respectivamente.

5.3 ANÁLISE DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS – COMPRESSÃO CENTRADA

Um resumo dos resultados obtidos pelas RNA com um a nove neurônios na camada intermediária para perfis sob compressão é apresentado na Tabela 5. Esse resumo abrange os coeficientes de determinação (R^2), os maiores erros positivos e negativos encontrados para cada RNA e a quantidade de perfis com erros absolutos acima dos limites apresentados.

Em termos de coeficiente de determinação, pode ser observado nos resultados da Tabela 5 que todas as RNA para compressão obtiveram valores satisfatórios, próximos da unidade, indicando um possível bom ajuste de todas as RNA ao fenômeno. Ainda com base na Tabela 5, o melhor treinamento foi obtido pela RNA com nove neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica. Essa RNA apresentou erro máximo absoluto alcançado de 3,66 %, que é o menor percentual de erro absoluto encontrado perante todas as demais RNA para perfis C enrijecidos sob compressão centrada. Além disso, a concentração de perfis com erros absolutos até 3,66 % foi inferior a todas as demais RNA.

Tabela 5 – Resumo dos resultados obtidos das RNA para perfis sob compressão centrada

Núm. de neurônios na cam. interm.	Função de ativação	R ²	Maior erro neg. (%)	Maior erro pos. (%)	Número de perfis com erros absolutos maiores que:			
					2,50 %	5 %	7,50 %	10 %
1	Logsig	0,9931	-65,03	16,88	48.988	15.481	6.356	4.114
	Tanh	0,9931	-42,40	16,86	49.182	15.461	6.349	4.106
2	Logsig	0,9991	-15,69	9,11	7.519	1.054	96	22
	Tanh	0,9990	-17,56	8,17	9.653	1.426	188	106
3	Logsig	0,9997	-8,01	14,30	1.847	250	72	31
	Tanh	0,9997	-7,58	10,61	2.487	202	21	1
4	Logsig	0,9998	-14,51	12,43	872	172	27	15
	Tanh	0,9998	-7,00	14,31	565	115	35	18
5	Logsig	0,9998	-6,33	13,68	475	97	33	15
	Tanh	0,9998	-6,79	13,14	498	105	30	13
6	Logsig	0,9998	-7,68	7,26	429	36	1	0
	Tanh	0,9998	-5,86	14,52	376	81	25	16
7	Logsig	0,9998	-6,71	9,97	243	34	8	0
	Tanh	0,9999	-8,14	8,78	454	46	13	0
8	Logsig	0,9999	-6,21	8,69	209	30	5	0
	Tanh	0,9999	-6,66	6,10	146	13	0	0
9	Logsig	0,9999	-5,75	7,32	149	18	0	0
	Tanh	0,9999	-3,54	3,66	95	0	0	0

A quantidade de neurônios na camada intermediária influencia no tempo computacional para treinamento da RNA e também no número de parcelas da equação. Dessa forma, quanto maior for a quantidade de neurônios usados na camada intermediária, maior é o tempo computacional consumido no treinamento e maior é o número de termos da equação gerada com dados da RNA. Logo, embora a RNA com nove neurônios possua o melhor treinamento, as RNA com três e quatro neurônios na camada intermediária e com funções de ativação logarítmica e tangente hiperbólica podem ser mais interessantes pela quantidade de neurônios na camada intermediária e pelo percentual de erro máximo especificado. Por isso, foram escolhidas as RNA com três e quatro neurônios na camada intermediária e com funções de ativação sigmoide logarítmica e tangente hiperbólica para análise de histograma de distribuição de erros, conforme Figura 19.

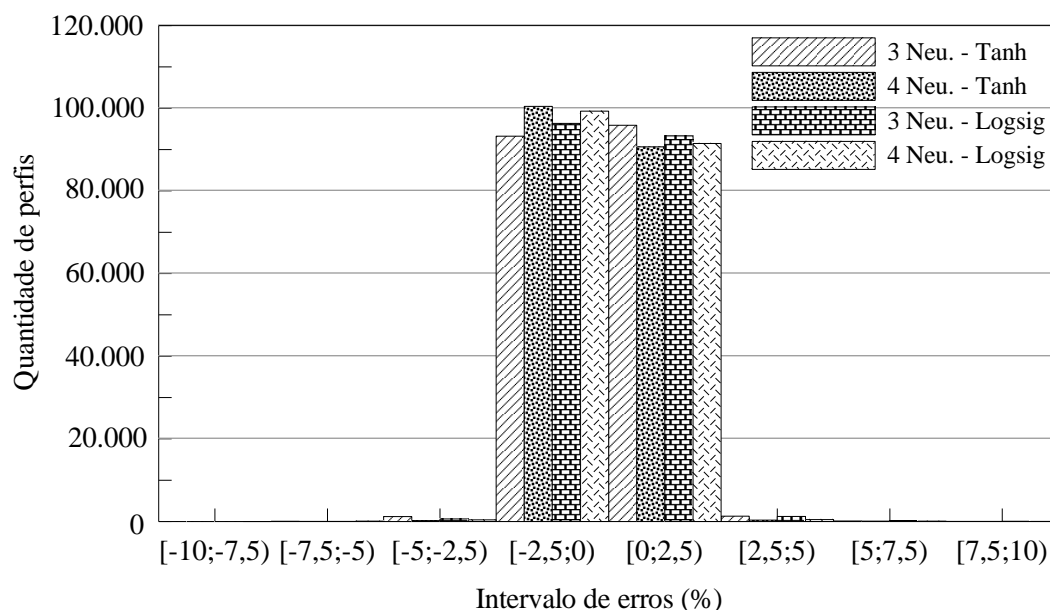


Figura 19 – Histograma de distribuição de erros de RNA com três e quatro neurônios na camada intermediária e funções de ativação sigmoide logarítmica e tangente hiperbólica

Pela Figura 19, as RNA com três e quatro neurônios na camada intermediária apresentaram uma boa distribuição de seções com erros até $\pm 10\%$, que é o limite adotado para o percentual de erro aceitável. Em observância aos critérios de escolha adotados, foi escolhida, entre os modelos apresentados na Figura 19, a RNA com três neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica, cuja topologia 4-3-1¹ encontra-se representada na Figura 20. No entanto, pela Tabela 5, uma das seções analisadas apresentou erro de 10,61 %, ultrapassando o valor admitido como erro máximo. Trata-se de um perfil com $b_w = 80$ mm, $b_f = 35$ mm, $d = 10$ mm e $t = 1,80$ mm e cujas relações geométricas estão elencadas na Tabela 6.

¹ Número de parâmetros de entrada, de neurônios na camada intermediária e na camada de saída, respectivamente.

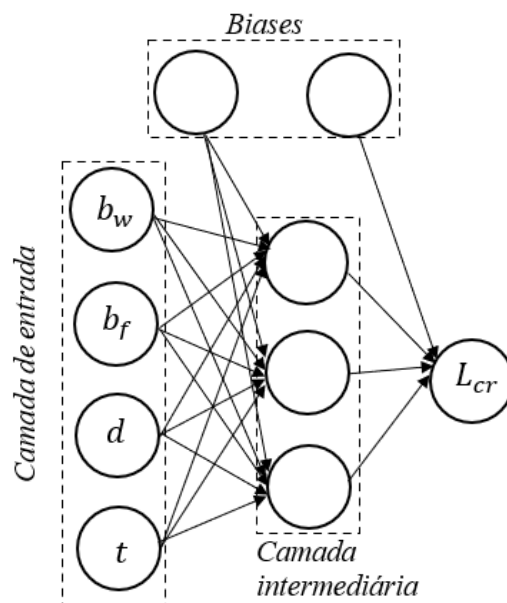


Figura 20 – Topologia da RNA com três neurônios na camada intermediária

Tabela 6 – Relações geométricas do perfil com seção transversal C enrijecido com 80x35x10x1,80 mm

	Relações geométricas	Valor
i.	$\frac{b_w}{t}$	44,44
ii.	$\frac{d}{b_w}$	0,13
iii.	$\frac{b_f}{b_w}$	0,44

De acordo com a Tabela 6 e o “mapa” apresentado na Figura 18, observa-se que as relações geométricas ii e iii analisadas indicam um comportamento de interação entre os modos local de placa e distorcional, embora a relação entre a largura da alma e a espessura $\left(\frac{b_w}{t}\right)$ do perfil indique a dominância do modo distorcional. Pela Figura 21, os pontos (a) e (b) referem-se à regiões em que há mínimo local e, portanto, representam, respectivamente, os pontos em que as tensões relacionadas com a flambagem local de placa e distorcional são críticas. Pelo diagrama de participação modal da Figura 22 e de acordo com a Figura 21, o modo local de placa é o modo que exibe comportamento de dominância perante aos demais até aproximadamente 705 mm, incluindo o ponto referente ao comprimento crítico distorcional, interação entre os modos local de placa e o distorcional, cuja participação modal é inferior a 10 %. Dessa forma, embora a relação entre a largura da alma e a espessura indicando comportamento à flambagem do perfil C enrijecido com 80x35x10x1,80 mm tendenciado ao modo distorcional, o perfil apresentou

comportamento de interação modal conforme indicado pelas relações geométricas entre as larguras da mesa e alma ($\frac{b_f}{b_w}$) e do enrijecedor e da alma ($\frac{d}{b_w}$) e pelo diagrama de participação modal (Figura 22). Isso pode representar que, em comparação as larguras da alma, mesa e enrijecedor, a espessura do perfil influencia secundariamente na definição do modo distorcional, conforme sugerido por Cardoso, *et al.* (2017).

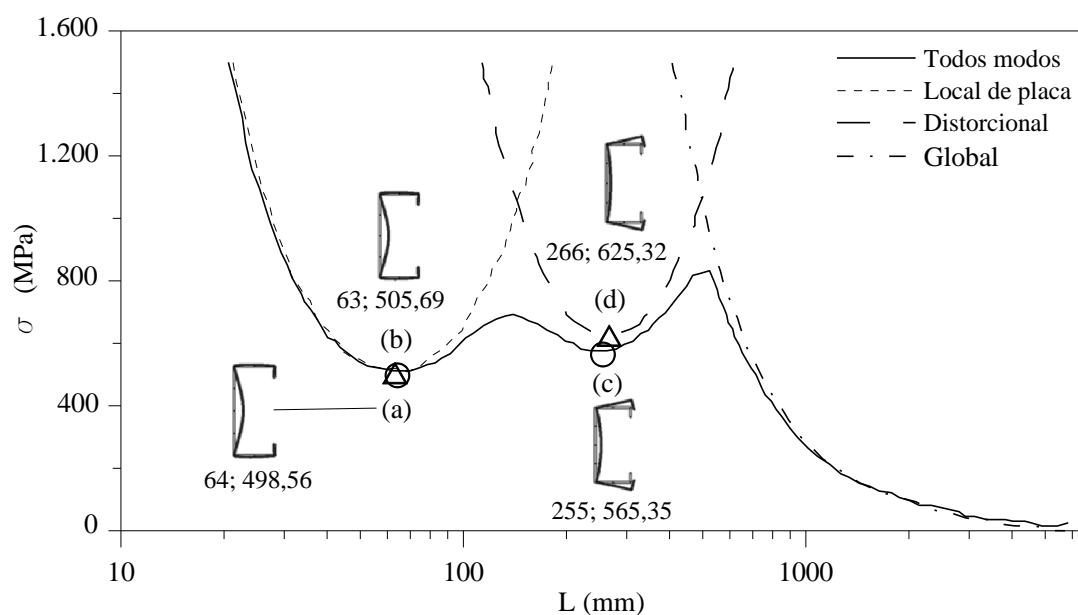


Figura 21 – Curva de assinatura à flambagem do perfil 80x35x10x1,80 mm

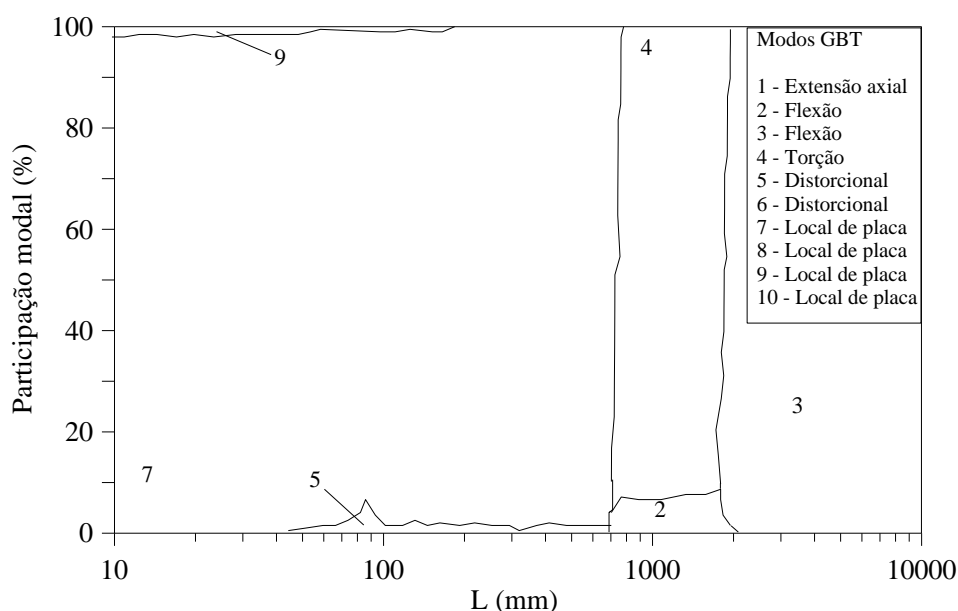


Figura 22 – Diagrama de participação modal do perfil 80x35x10x1,80 mm

Os dados de entrada e saída usados nos treinamentos das RNA não foram selecionados de forma a abranger perfis C enrijecidos com características de interação modal ou perfis em que o modo distorcional correspondesse estritamente ao modo mais

crítico, ou seja, aquele que apresenta a menor entre as tensões críticas de cada modo de flambagem. A seleção dos dados de entrada e saída foi realizada de forma a serem determinados os comprimentos críticos associados as tensões elásticas críticas do modo distorcional no estado “puro” de perfis de seção transversal C enrijecido. Dessa forma, as RNA geradas são sensíveis ao efeito da interação modal de forma que a capacidade de predição das mesmas pode ser prejudicada. Ainda assim, as RNA geradas e que se encontram em acordo com os critérios de escolha mostram boa capacidade de predição, em especial a RNA com três neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica, uma vez que somente um perfil sob o efeito da interação entre os modos local de placa e distorcional obteve erro um pouco acima do aceitável (10,61 %).

5.3.1 Equação para o comprimento crítico de flambagem distorcional de perfis sob compressão

Para a RNA de três neurônios na camada intermediária e tangente hiperbólica como função de ativação, foi obtida a equação que descreve o comprimento crítico de flambagem distorcional de perfis com seção C enrijecido com os dados referentes aos coeficientes de elementos da RNA escolhida (*biases*, neurônios da camada oculta, etc.), conforme Equações (11), (12), (13) e (14). Os valores que acompanham cada termo das Equações (11), (12), (13) e (14) representam os pesos de cada variável obtidos em números decimais por meio da RNA adotada e convertidos para números fracionários, com o intuito de evitar o acúmulo e propagação de erros devido ao processo de truncamento ou arredondamento de números decimais durante a utilização das equações.

$$L_{cr\ Comp.} = \frac{3.184.798}{301} \tanh(a) + \frac{1.055.327}{264} \tanh(b) + \frac{1.366.452}{47} \tanh(c) - \frac{5.752.889}{546} \quad (11)$$

$$a = \frac{79}{7.196.775} b_w - \frac{819}{1.211.999} b_f + \frac{7.171}{572.405} d - \frac{14.073}{163.313} t - \frac{2.497}{18.166} \quad (12)$$

$$b = \frac{720}{3.033.079} b_w + \frac{434}{1.192.865} b_f + \frac{3.639}{177.836} d - \frac{17.843}{64.147} t - \frac{27.709}{21.092} \quad (13)$$

$$c = \frac{191}{5.179.595} b_w + \frac{3.215}{4.983.697} b_f - \frac{1.727}{277.603} d + \frac{11.934}{254.051} t + \frac{5.473}{9.239} \quad (14)$$

Em que b_w , b_f , d e t são as larguras da alma, da mesa, do enrijecedor e a espessura do perfil, respectivamente, e $L_{cr\ comp}$ é o comprimento crítico de flambagem distorcional para perfis C enrijecido sob compressão centrada, sendo que todas as unidades estão em milímetros.

5.3.2 Comparações com resultados da literatura

A comparação dos modelos de RNA adotados é uma subetapa essencial para verificar a aplicabilidade e o ajuste dos mesmos perante as seções não usadas durante o treinamento, mas que estão com relações geométricas contidas nos intervalos de restrições da Tabela 4. Essa subetapa foi realizada por meio da aplicação da RNA adotada, da Teoria Generalizada da Viga e do método de Cardoso *et al.* (2017) para as seções ensaiadas experimentalmente e numericamente por Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013) para perfis sob compressão centrada. A Tabela 7 apresenta a comparação entre os resultados encontrados da validação da RNA e os da GBT e do método de Cardoso *et al.* (2017). Ressalva-se que os perfis listados na Tabela 7 não são perfis comerciais no Brasil.

Tabela 7 – Comparação da RNA com três neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica e a tensão crítica de flambagem distorcional dos perfis analisados

Perfil	Parâmetros da seção transversal				$\frac{b_f}{b_w}$	$\frac{d}{b_w}$	$\frac{b_w}{t}$	$L_{cr\ comp}$ RNA (mm)	$L_{cr\ comp}$ /GBT	$L_{cr\ comp}$ /Cardo so et al. (2017)	σ_{dist} GBT (MPa)
	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)							
a	67,18	34,98	15,82	1,63	0,52	0,24	41,33	352,68	0,99	0,97	722,68
b	77,90	41,38	18,16	2,44	0,53	0,23	31,95	355,37	0,94	0,90	948,81
c	80,06	41,86	17,93	3,02	0,52	0,22	26,49	278,18	0,84	0,84	1.178,89
d	76,45	41,53	15,37	2,18	0,54	0,20	35,00	317,31	0,92	0,90	794,29
e	41,28	20,65	9,53	1,91	0,50	0,23	21,67	88,53	0,58	0,57	1.564,16

Os perfis usados na validação se apresentam com comportamento à flambagem próximo do limiar entre o modo distorcional “puro” e a interação modal distorcional-global, como é evidenciado pela Tabela 7 e Figura 23. Pela Tabela 7, dois perfis apresentaram correlação com a GBT e o método de Cardoso *et al.* (2017) abaixo do esperado: os perfis com seções transversais de 80,06x41,86x17,93x3,02 mm e 41,28x20,65x9,53x1,91 mm.

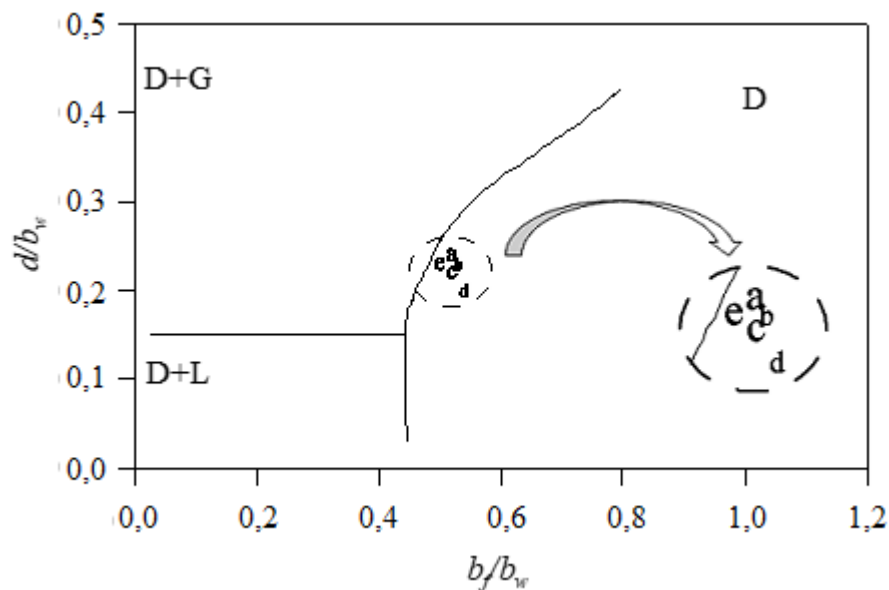


Figura 23 – “Mapa” da relação entre tensões críticas com o modo distorcional puro ($\sigma_{cr,GBT}$) e todos os modos de deformação ativados ($\sigma_{cr,GBT}$) com os perfis analisados na Tabela 7 (Fonte: modificado de CARDOSO *et al.*, 2017)

O perfil de seção transversal 80,06x41,86x17,93x3,02 mm refere-se a um perfil, cujas relações geométricas da seção transversal se encontram no limiar entre o comportamento à flambagem distorcional “puro” e a interação entre os modos global e distorcional. A ocorrência do fenômeno de interação modal no ponto referente ao comprimento crítico de flambagem distorcional é evidenciada pela curva de assinatura à flambagem do perfil, conforme Figuras 24 e 25, comprovando que há o acoplamento entre os modos distorcional e global, sendo este último com participação modal pouco acima de 10 %. Ressalta-se que a RNA não foi preparada para “aprender” sobre o comprimento crítico de perfis sobre algum tipo de interação modal, uma vez que os dados usados no treinamento correspondiam apenas ao comportamento à flambagem distorcional no estado “puro” de perfis de seção C enrijecido. Como as características geométricas desse perfil se encontram próximas do comportamento distorcional “puro” e obedecem a todas as especificações geométricas pré-estabelecidas na Tabela 4, estando dentro dos limites dos dados de entrada da RNA, a correlação entre a resposta da RNA e com a GBT e o método de Cardoso *et al.* (2017) é boa. Isso significa que, mesmo diante da interação modal global-distorcional, a RNA obteve boa capacidade de generalização, porque as características geométricas estavam em acordo com as especificações geométricas elencadas na Tabela 4. Ainda assim, a influência da interação modal no comprimento crítico deve ser mais estudada.

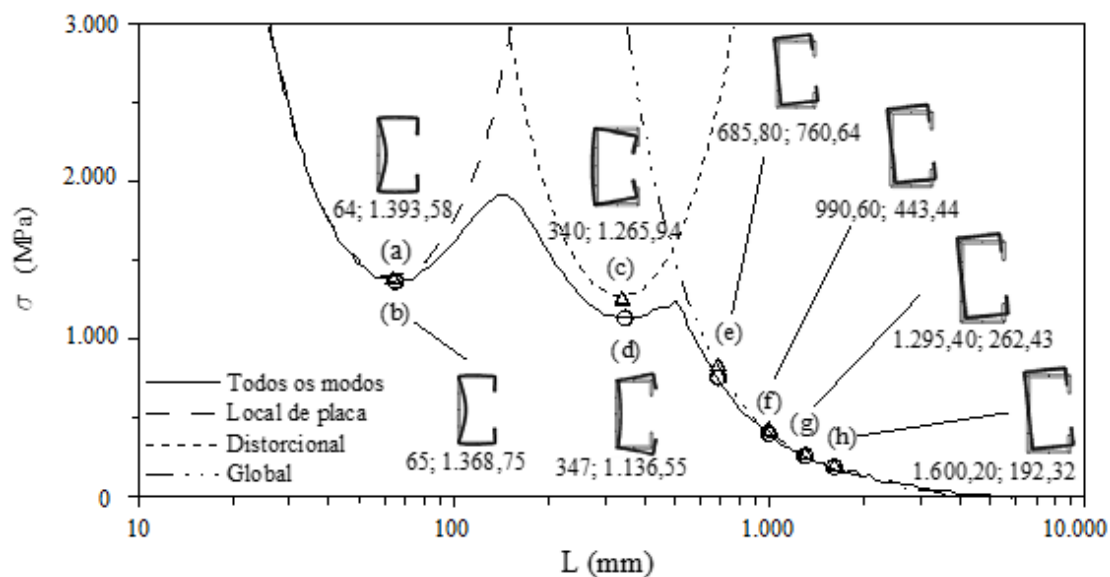


Figura 24 – Curva de assinatura à flambagem do perfil C enrijecido de 80,06x41,86x17,93x3,02 mm

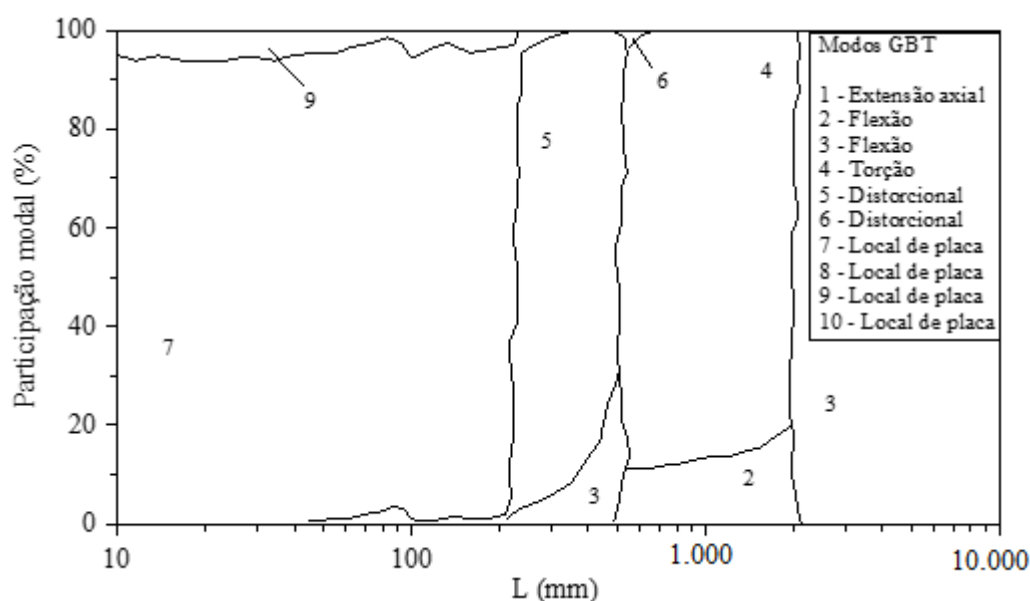


Figura 25 – Diagrama de participação modal do perfil 80,06x41,86x17,93x3,02 mm

O segundo perfil possui seção transversal C com 41,28x20,65x9,53x1,91 mm, cujas relações geométricas também se encontram no limiar entre os comportamentos de flambagem distorcional “puro” e o acoplamento entre os modos global e distorcional. Pela Figura 26, a tensão de flambagem distorcional crítica tem como comprimento crítico $L_{cr} = 150$ mm e, conforme Figura 27, há um percentual de participação do modo global referente ao movimento de corpo rígido de flexão em torno do menor eixo de inércia (modo 3) de aproximadamente 9 %. Embora todas as relações geométricas atendam aos requisitos estabelecidos na Tabela 4, a largura da mesa não se enquadra na faixa de

variação dos parâmetros dos dados de entrada usados no treinamento das RNA, conforme Tabela 3. Dessa forma, o método de cálculo obtido por meio da RNA não se aplica com segurança a esse perfil, pois a arquitetura das RNA escolhida não possui boa capacidade de extrapolação.

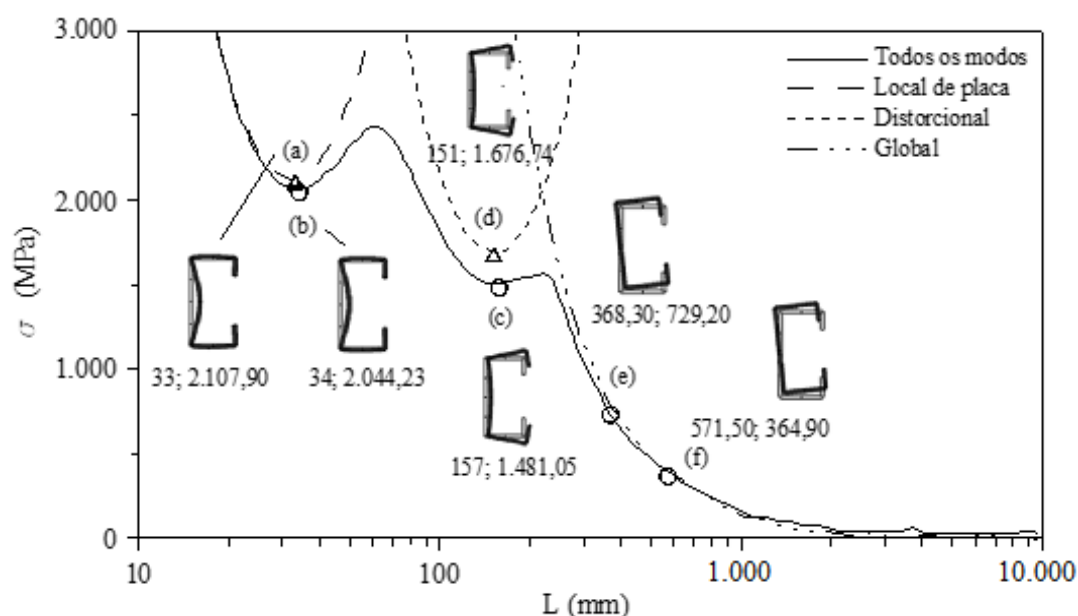


Figura 26 – Curva de assinatura à flambagem do perfil 41,28x20,65x9,53x1,91 mm

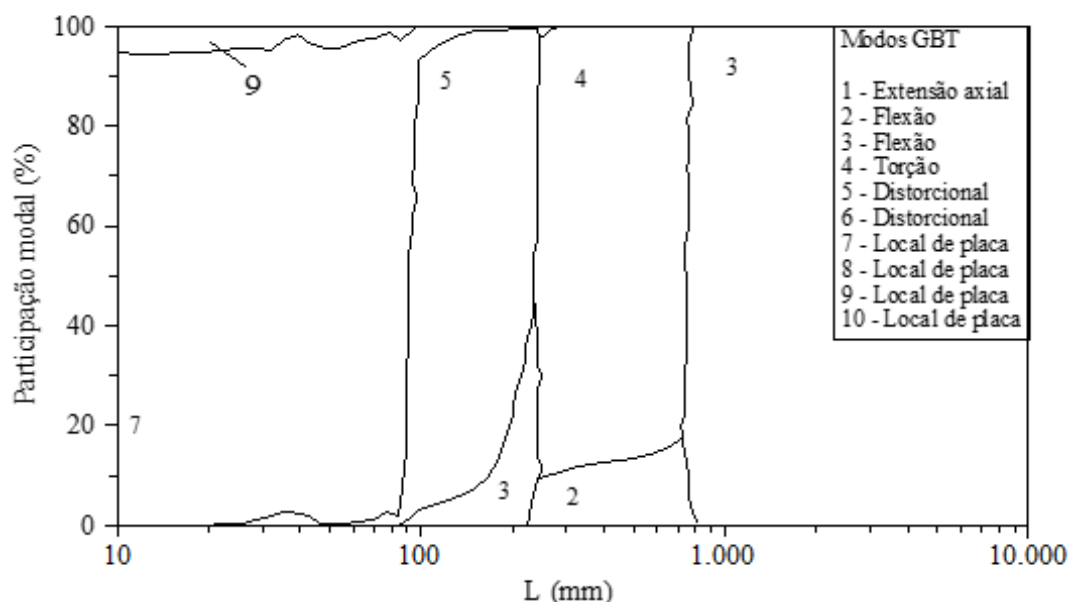


Figura 27 – Diagrama de participação modal do perfil 41,28x20,65x9,53x1,91 mm

A Tabela 7 apresenta ainda a tensão crítica de flambagem distorcional dos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013). Todas as tensões críticas distorcionais se mostram superiores ao limite da tensão de escoamento do aço admitida como especificação mecânica na Tabela 4. Embora todos os

perfis não estejam em acordo com a especificação mecânica referente a tensão de ruptura do aço, ainda assim, a maioria dos perfis presentes na Tabela 7 ainda obtiveram bons resultados diante da GBT e do método de Cardoso *et al.* (2017), mostrando que a RNA possui boa capacidade de generalização para determinar o comprimento crítico de flambagem distorcional. A tensão de ruptura foi escolhida apenas como um critério, antes do treinamento das RNA, para eliminação de milhares de perfis com tensão de flambagem distorcional maior que a tensão de ruptura usada para a fabricação de perfis de chapa dobrada. Portanto, a tensão de ruptura do aço não foi utilizada como um dado de entrada da RNA, pois não exerce influência no comportamento do comprimento crítico de flambagem distorcional.

As equações geradas pela RNA com três neurônios na camada intermediária, da Teoria Generalizada da Viga e do método de Cardoso *et al.* (2017) também foram aplicados a seções analisadas por Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013) que não se enquadram em alguma das restrições geométricas presentes na Tabela 4.

Tabela 8 – Aplicação das equações geradas pela RNA com três neurônios na camada intermediária a perfis estudados por Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013) em desacordo com as especificações geométricas pré-estabelecidas

Parâmetros da seção transversal				$\frac{b_f}{b_w}$	$\frac{d}{b_w}$	$\frac{b_w}{t}$	$\frac{d}{t}$	$\frac{d}{b_f}$	$L_{cr Comp}$ RNA (mm)	$L_{cr Comp}$ /GBT	$L_{cr Comp}$ /Cardoso <i>et al.</i> (2017)
b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)								
100,0,0	50,00	5,00	1,00	0,50	0,05	100,00	5,00	0,10	367,33	1,32	1,29
41,28	22,23	9,53	2,67	0,54	0,23	15,48	3,57	0,43	35,02	0,26	0,25
60,00	60,00	10,00	2,00	1,00	0,17	30,00	5,00	0,17	338,95	1,03	1,01
75,00	75,00	10,00	2,00	1,00	0,13	37,50	5,00	0,13	439,60	1,12	1,10
90,00	70,00	10,00	2,00	0,78	0,11	45,00	5,00	0,14	425,27	1,10	1,08
100,00	50,00	10,00	3,00	0,50	0,10	33,33	3,33	0,20	225,84	0,87	0,84
110,00	60,00	12,00	3,00	0,55	0,11	36,67	4,00	0,20	288,06	0,97	0,94
120,00	75,00	10,00	2,50	0,63	0,08	48,00	4,00	0,13	421,91	1,11	1,08
130,00	100,00	12,50	2,00	0,77	0,10	65,00	6,25	0,13	685,60	1,14	1,12

Para a RNA com três neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica a maioria das seções presentes na Tabela 8 obtiveram boas correlações com a GBT e o método de Cardoso *et al.* (2017). No entanto, como tais seções não se encontram em acordo com as especificações geométricas da Tabela 4, a equação obtida por meio da RNA com três neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica não é aplicável com segurança a essas seções.

5.4 ANÁLISE DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS – FLEXÃO SIMPLES

A Tabela 9 resume os resultados obtidos pelas RNA para perfis sujeitos à flexão simples, mostrando os coeficientes de determinação (R^2), os maiores erros positivos e negativos e a distribuição de perfis com erros absolutos superiores aos valores apresentados.

Tabela 9 – Resumo dos resultados obtidos das RNA para perfis sob flexão simples

Núm. De neurônios na cam. interm.	Função de ativação	R^2	Maior erro neg. (%)	Maior erro pos. (%)	Número de perfis com erros absolutos até:			
					2,50 %	5 %	7,50 %	10 %
1	Logsig	0,9967	-26,80	13,87	12.826	2.200	700	360
	Tanh	0,9967	-26,68	13,88	12.825	2.197	695	360
2	Logsig	0,9994	-9,90	5,38	1.184	28	6	0
	Tanh	0,9994	-9,79	5,43	1.183	25	6	0
3	Logsig	0,9997	-6,08	8,02	263	21	3	0
	Tanh	0,9997	-6,11	7,99	264	21	3	0
4	Logsig	0,9998	-5,05	6,79	344	9	0	0
	Tanh	0,9998	-7,01	7,51	327	17	1	0
5	Logsig	0,9998	-6,00	9,78	165	19	9	0
	Tanh	0,9998	-3,98	8,97	101	13	6	0
6	Logsig	0,9998	-4,12	7,03	88	12	0	0
	Tanh	0,9998	-6,52	3,51	75	6	0	0
7	Logsig	0,9998	-5,73	3,46	68	6	0	0
	Tanh	0,9998	-6,23	3,15	66	6	0	0
8	Logsig	0,9998	-3,39	4,45	57	0	0	0
	Tanh	0,9998	-4,71	4,89	43	0	0	0
9	Logsig	0,9998	-3,90	2,49	13	0	0	0
	Tanh	0,9998	-4,00	5,00	30	0	0	0

Pela Tabela 9, todos os coeficientes de determinação das RNA foram próximos da unidade, evidenciando um provável bom ajuste das RNA ao comportamento do comprimento crítico de flambagem distorcional de perfis de chapa dobrada sob flexão simples. As RNA tendem a apresentar melhor desempenho com relação à minimização de erros e melhor ajustamento ao problema com o aumento do número de neurônios na camada intermediária. Entre todas as RNA, a RNA com nove neurônios na camada intermediária e função sigmoide logarítmica apresentou o melhor treinamento, devido a menor quantidade de seções com erros absolutos inferiores ou iguais 3,90 %, que é o

menor erro absoluto encontrado. A diferença entre a quantidade de seções transversais com erros absolutos acima de 2,50 % entre as RNA com o melhor e o “pior” treinamento que estão em conformidade com os critérios de escolha de topologia estabelecidos corresponde a aproximadamente a 1,48 % de todos os dados usados no treinamento. Logo, as RNA com nove neurônios na camada intermediária mostraram melhor treinamento devido a maior quantidade de neurônios na camada intermediária entre todas as RNA. Essa melhora foi pouco significativa em comparação com a RNA com dois neurônios na camada intermediária, principalmente quando se considera outros fatores, como aumento do consumo do computacional e do número de termos das equações geradas por meio de coeficientes de elementos das RNA, como foi evidenciado por Lorenzi (2009).

A maioria das RNA apresentaram um comportamento que obedece aos critérios de escolha definidos, segundo a Tabela 9. Somente as RNA com um neurônio na camada intermediária obtiveram uma quantidade considerável de seções com erros absolutos superiores a 10 %. Portanto, as RNA com um neurônio na camada intermediária foram as únicas RNA em desacordo com o critério de escolha da topologia da RNA relacionado ao percentual máximo de erro absoluto aceitável. Em vista disso, para análise no histograma de distribuição de erros (Figura 28) foram escolhidas as RNA com a menor quantidade de neurônios na camada intermediária: as RNA com dois e três neurônios.

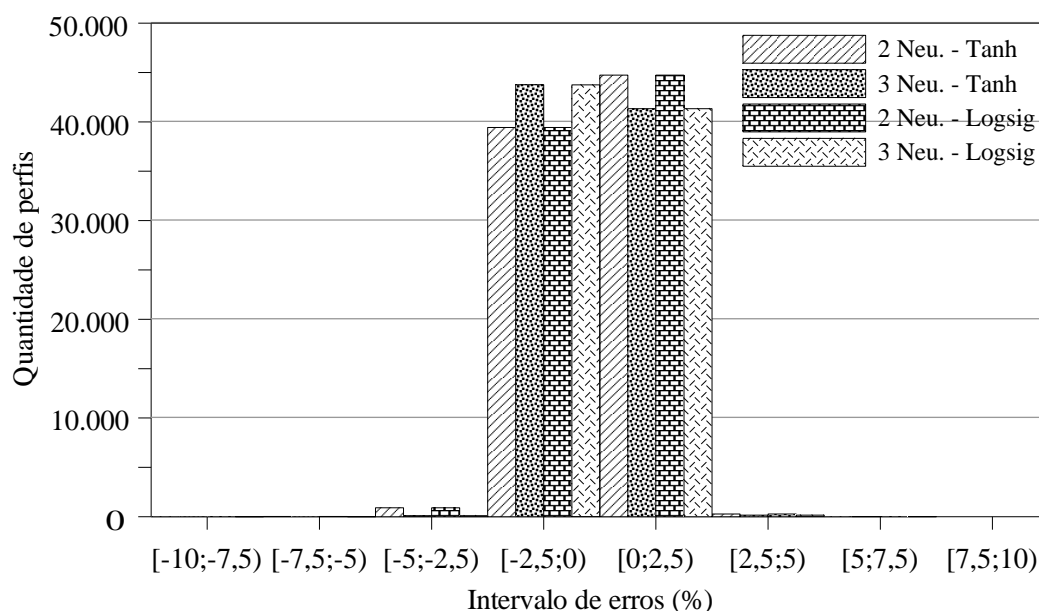


Figura 28 – Histograma de distribuição de erros de RNA com dois e três neurônios na camada intermediária e funções de ativação sigmoide logarítmica e tangente hiperbólica

O histograma de distribuição de erros apresentado na Figura 28 revela que o comportamento das RNA com dois e três neurônios em relação a quantidade de seções

com erros são similares. Dessa forma, a quantidade de neurônios na camada intermediária foi decisiva na escolha da RNA a ser validada. A RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica foi adotada para a validação, por possuir menor número de neurônios na camada intermediária. A topologia da RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica, conforme Figura 29, trata-se de uma RNA com configuração 4-2-1 (camada de entrada-camada intermediária-saída).

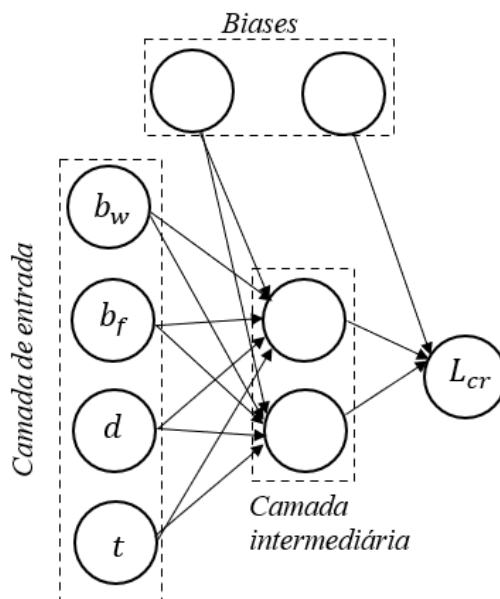


Figura 29 – Topologia da RNA com dois neurônios na camada intermediária

5.4.1 Equação para o comprimento crítico de flambagem distorcional para perfis sob flexão

A RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica foi validada. Dessa forma, foram obtidas as equações para o comprimento crítico de flambagem distorcional de perfis com seção transversal C enrijecido sujeito a flexão simples e condição de apoio biarticulado com empenamento livre, conforme Equações (15), (16) e (17). Todos os termos das Equações (15), (16) e (17) são acompanhados de números fracionários que representam os pesos das conexões da RNA escolhida para o comprimento crítico associado a tensão de flambagem elástica por distorção. Os pesos das conexões foram obtidos da RNA escolhida em forma de números decimais e convertidos em números fracionários de forma a evitar propagação

acúmulo de erros causados pelo truncamento ou arredondamento durante o uso das Equações (15), (16) e (17).

$$L_{cr Flex.} = \frac{3186303}{184} \tanh(a) - \frac{3165811}{656} \tanh(b) + \frac{1911911}{240} \quad (15)$$

$$a = \frac{415}{2054299} b_w + \frac{2293}{2139409} b_f + \frac{748}{445637} d - \frac{5125}{74819} t - \frac{5256}{13135} \quad (16)$$

$$b = \frac{466}{1052141} b_w + \frac{1337}{604148} b_f + \frac{2549}{2454059} d - \frac{50500}{278131} t + \frac{12131}{42025} \quad (17)$$

Em que b_w , b_f , d e t são as larguras da alma, da mesa, do enrijecedor e a espessura do perfil em milímetros, respectivamente, e $L_{cr Flex.}$ é o comprimento crítico de flambagem distorcional para perfis C enrijecidos sujeitos à flexão simples.

5.4.2 Comparações com resultados da literatura

A comparação da RNA adotada foi realizada com o intuito de verificar a aplicabilidade, a capacidade de generalização e predição da RNA. A validação consiste na apresentação de um novo conjunto de dados não usados no treinamento com o intuito de obtenção das respectivas saídas e, assim, verificar a capacidade de generalização da RNA (LORENZI, 2009). A realização da validação da RNA escolhida para representar o comprimento crítico associado ao modo distorcional de perfis C enrijecido sob flexão simples ocorreu com a aplicação dessa RNA aos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013), conforme a Tabela 10. O comprimento crítico desses perfis obtidos pela RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica foram comparados com o Método de Faixas Finitas (SCHAFFER, 2012) e com a Teoria Generalizada da Viga.

Tabela 10 – Comparação da RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica

Grupo	Parâmetros da seção transversal				$\frac{b_f}{b_w}$	$\frac{d}{b_w}$	$\frac{b_w}{t}$	$L_{cr Flex}$ RNA (mm)	$\frac{L_{cr Flex}}{GBT}$	$\frac{L_{cr Flex}}{Schafer}$ (2012)	σ_{dist} GBT (MPa)
	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)							
a	67,18	34,98	15,82	1,63	0,52	0,24	41,33	328,14	1,07	1,02	1.377,35
b	77,90	41,38	18,16	2,44	0,53	0,23	31,95	329,81	1,04	1,02	1.778,88
c	80,06	41,86	17,93	3,02	0,52	0,22	26,49	291,96	1,02	1,00	2.170,90
d	76,45	41,53	15,37	2,18	0,54	0,20	35,00	299,31	0,99	1,07	1.391,77

A RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica apresentou boa correlação com o Método das Faixas Finitas e a Teoria Generalizada da Viga, mostrando que essa RNA possui boa capacidade de generalização.

A fim de analisar a capacidade de predição dessa RNA perante perfis que não atendem a algumas das especificações da Tabela 4, a RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica foi aplicada aos perfis estudados por Depolli (2018), conforme Tabela 11.

Tabela 11 – Validação da RNA com dois neurônios na camada intermediária e função de ativação tangente hiperbólica

Parâmetros da seção transversal				b_f/b_w	b_w/t	d/b_w	d/t	d/b_f	$L_{cr\ Flex\ -RNA}$	$L_{cr\ Flex\ /L_{cr\ GBT}}$	$\sigma_{dist\ GBT}$ (MPa)
b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)								
75,00	65,00	5,00	2,00	0,87	37,50	0,07	2,50	0,08	228,67	1,04	226,88
90,00	75,00	6,25	1,80	0,83	50,00	0,07	3,47	0,08	342,55	1,12	173,62
120,00	75,00	10,00	3,00	0,63	40,00	0,08	3,33	0,13	308,12	0,89	454,00
120,00	80,00	10,00	2,50	0,67	48,00	0,08	4,00	0,13	374,17	0,98	323,07
130,00	80,00	10,00	3,00	0,62	43,33	0,08	3,33	0,13	335,66	0,91	394,02
135,00	75,00	10,00	2,70	0,56	50,00	0,07	3,70	0,13	342,49	0,88	379,97
135,00	85,00	10,00	2,80	0,63	48,21	0,07	3,57	0,12	377,99	0,95	320,32
140,00	100,00	10,00	2,50	0,71	56,00	0,07	4,00	0,10	488,63	1,04	205,28
150,00	80,00	10,00	2,50	0,53	60,00	0,07	4,00	0,13	397,35	0,96	296,67
150,00	100,00	10,00	2,50	0,67	60,00	0,07	4,00	0,10	497,14	1,05	200,49
150,00	120,00	10,00	3,50	0,80	42,86	0,07	2,86	0,08	480,93	1,07	220,66
160,00	100,00	10,00	2,20	0,63	72,73	0,06	4,55	0,10	553,24	1,08	167,38
165,00	85,00	10,00	2,40	0,52	68,75	0,06	4,17	0,12	446,60	1,00	244,85
225,00	90,00	12,00	2,90	0,40	77,59	0,05	4,14	0,13	496,50	0,98	286,99
275,00	110,00	13,00	3,00	0,40	91,67	0,05	4,33	0,12	644,49	1,04	210,85

Embora os perfis analisados por Depolli (2018) não obedeam às especificações geométricas associadas ao enrijecedor, pela Tabela 11, todos apresentaram boas correlações entre a equação para o comprimento crítico gerado a partir da RNA e comprimento crítico de flambagem distorcional obtido pela GBT. No entanto, não há como garantir que, para todo e qualquer perfil que não esteja em conformidade com as especificações geométricas pré-estabelecidas na Tabela 4, o comprimento crítico obtido por meio da RNA tenha valores condizentes com os esperados por outros métodos, como o Método de Faixas Finitas e a Teoria Generalizada da Viga.

5.5 ANÁLISES SOBRE O COMPRIMENTO

A Tabela 13 apresenta as tensões críticas elástica locais de placa, distorcionais e globais, bem como, as tensões locais de placa e distorcionais associadas aos comprimentos reais de perfis submetidos à compressão centrada. Os perfis foram divididos em grupos a, b, c e d. Cada grupo é composto por perfis de igual seção transversal numerados de 1 a 4, variando apenas o comprimento de cada perfil que compõe o grupo. As características geométricas e mecânicas dos perfis dos grupos a, b e c estão dispostas na Tabela 12. Todas essas características apresentadas na Tabela 12 estão em conformidade com as especificações pré-estabelecidas Tabela 4.

Tabela 12 – Características geométricas e mecânicas dos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990)

Grupo	b_w (mm)	b_f (mm)	d (mm)	t (mm)	$\frac{b_f}{b_w}$	$\frac{d}{b_w}$	$\frac{b_w}{t}$	$\frac{d}{t}$	$\frac{d}{b_f}$	$\frac{t}{b_w}$	f_y (MPa)
a	67,18	34,98	15,82	1,63	0,52	0,24	41,33	9,71	0,45	0,02	230,47
b	77,90	41,38	18,16	2,44	0,53	0,23	31,95	7,44	0,44	0,03	357,25
c	80,06	41,86	17,93	3,02	0,52	0,22	26,49	5,94	0,43	0,03	278,22
d	76,45	41,53	15,37	2,18	0,54	0,20	35,06	7,05	0,37	0,03	345,53

A terceira (σ_l) e quinta (σ_{dist}) colunas da Tabela 13 referem-se as menores tensões de flambagem elástica local de placa e distorcional. Tais tensões se apresentam superiores à tensão última experimental (décima primeira coluna $\sigma_{ult exp}$ da Tabela 13) e à tensão de ruptura elencada na Tabela 4 como um dos requisitos aos perfis C enrijecidos para que as equações do comprimento crítico sejam aplicadas. O mesmo ocorre com a quarta e sexta colunas da Tabela 13, que referem-se as tensões de flambagem elástica local de placa (σ_{lr}) e distorcional ($\sigma_{dist r}$) associadas ao comprimento real dos perfil.

As tensões resistentes de compressão associadas à flambagem elástica local de placa ($\sigma_{c,RI}$), distorção ($\sigma_{c,R dist}$) e global ($\sigma_{c,Re}$) são dadas na décima segunda, décima quinta e última coluna da Tabela 13, respectivamente. As tensões resistentes associadas à flambagem elástica local de placa ($\sigma_{c,RI r}$) e por distorção ($\sigma_{c,R dist r}$) relacionados ao comprimento real do perfil estão elencadas na décima terceira e na penúltima coluna da Tabela 13, respectivamente. Para a flambagem local de placa, não houve diferença entre as tensões resistentes associadas ao comprimento crítico e ao comprimento real de todos

os perfis, por conta dos altos valores da tensão crítica ou associada ao comprimento real do perfil obtidos.

Com relação às tensões associadas ao modo distorcional, observa-se que todos os perfis do grupo 'a' possuem tensões de compressão resistente iguais, embora as tensões elásticas associadas a cada comprimento real de cada perfil sejam diferentes. O mesmo ocorreu com os perfis do grupo c, porque, como os índices de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional (λ_{dist}) desses perfis são inferiores a 0,561 (especificado na NBR 14762, ABNT, 2010), a tensão de compressão resistente é dependente somente da área da seção transversal e da tensão de escoamento do aço. Dessa forma, o comprimento real do perfil não influencia na tensão de compressão resistente associado ao modo distorcional para os perfis desses grupos.

Para os perfis dos grupos b e d, o mesmo não ocorre, pois os índices de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional (λ_{dist}) desses perfis são superiores a 0,561 e, conseqüentemente, houve variação das tensões resistentes de compressão dos perfis de 1 a 4 desse grupo, conforme Tabela 13. Pelo MRD, para os casos em que o índice de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional é superior a 0,561, a determinação da tensão resistente de compressão associado à flambagem distorcional é realizada em função do índice de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional, da área da seção transversal e da tensão de escoamento do aço. O índice de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional (λ_{dist}), por sua vez, é determinado em função da área da seção transversal, da tensão de escoamento do aço e da tensão ou carga elástica distorcional. Logo, essa variação nos valores das tensões resistentes de compressão associadas ao modo distorcional são relacionadas com a variação do comprimento, pois as tensões elásticas foram obtidas conforme o comprimento real do perfil. As tensões resistentes de compressão associadas ao modo distorcional para comprimentos reais dos perfis foram inferiores às obtidas por meio das tensões elásticas críticas distorcionais.

Pela Figura 23, todos os perfis apresentados na Tabela 12 e 13 encontram-se no limiar entre os comportamentos à flambagem global e distorcional, ou seja, sob o efeito da interação global-distorcional. Todos os perfis analisados possuem comprimentos de, no mínimo, equivalente a 1,77 do comprimento crítico associado ao modo distorcional, conforme Tabela 13. Dessa forma, o modo global foi o dominante perante os demais modos para os comprimentos reais avaliados, de tal forma que a ruptura desses perfis ocorreu por torção e flexão em torno do maior eixo de inércia, com pequena participação

do modo 6 em alguns casos que, pelo GBT, é relacionado com o modo distorcional, como mostrado, por exemplo nas Figuras 24 e 25. A tensão por flambagem global, por sua vez, apresenta valores de tensão próximos a tensão última experimental, indicando que o colapso desses perfis ocorreram devido à flambagem global, como esperado de acordo ao MRD, pois o modo global apresentou a menor tensão entre os três modos.

Tabela 13 – Tensões com Método da Resistência Direta e seus respectivos comprimentos dos perfis estudados por Weng e Pekoz (1990)

Grupo	Perfil	σ_l (MPa) ²	σ_{lr} (MPa) ³	σ_{dist} (MPa) ¹	$\sigma_{dist r}$ (MPa) ²	$L_{cr dist}$ (mm) ¹	L_{cr} Cardoso <i>et al.</i> (2017) (mm)	L_{real} (mm)	$\frac{L_{real}}{L_{cr dist}}$	$\sigma_{ult exp}$ (MPa)	$\sigma_{c,RI}$ MRD 1 (MPa)	$\sigma_{c,RIr}$ MRD 2 (MPa)	λ_{dist}^1	$\sigma_{c,Rdist}$ MRD (MPa) ¹	λ_{dist}^2	$\sigma_{c,Rdist r}$ MRD (MPa) ²	$\sigma_{c,Re}$ MRD (MPa)
a	1	573,71	676,88	739,09	815,81	358,00	335,79	787,40	2,20	181,16	171,73	171,73	0,293	230,47	0,554	230,47	171,73
	2		902,15		740,27			1.041,40	2,91	168,22	139,86	139,86	0,293	230,47	0,558	230,47	139,86
	3		1.250,37		747,25			1.320,60	3,69	129,40	106,40	106,40	0,293	230,47	0,555	230,47	106,40
	4		1.646,67		750,90			1.574,80	4,39	98,51	80,02	80,02	0,293	230,47	0,554	230,47	80,02
	5		1.968,19		739,60			1.752,60	4,89	100,29	66,44	66,44	0,293	230,47	0,558	230,47	66,44
b	1	954,72	970,37	913,11	983,89	388,00	344,06	685,80	1,77	134,39	277,78	277,78	0,434	357,25	0,603	354,86	277,78
	2		1.205,31		994,73			990,60	2,55	129,94	215,73	215,73	0,434	357,25	0,599	355,20	215,73
	3		1.632,72		1.002,46			1.295,40	3,34	105,91	157,05	157,05	0,434	357,25	0,597	355,43	157,05
	4		2.207,10		987,61			1.600,20	4,12	75,65	110,23	110,23	0,434	357,25	0,601	354,98	110,23
c	1	1.383,61	1.403,78	1.136,05	1.224,50	347,00	310,71	685,80	1,97	143,74	231,39	231,39	0,482	278,22	0,477	278,22	231,39
	2		1.713,75		1.222,63			990,60	2,85	134,84	193,26	193,26	0,482	278,22	0,477	278,22	193,26
	3		2.302,14		1.223,89			1.295,40	3,73	126,83	154,89	154,89	0,482	278,22	0,477	278,22	154,89
	4		3.098,47		1.225,34			1.600,20	4,61	87,67	120,30	120,30	0,480	278,22	0,477	278,22	120,30
d	1	343,87	805,08	339,31	818,08	350,00	350,76	685,80	1,77	281,11	244,93	264,66	0,650	336,54	0,650	336,53	264,66
	2		1012,56		821,32			990,60	2,55	255,36	202,52	202,52	0,650	336,54	0,649	336,75	202,52
	3		1381,11		824,63			1295,40	3,34	190,98	144,84	144,84	0,650	336,54	0,647	336,98	144,84
	4		1874,69		827,08			1600,20	4,12	141,63	100,97	100,97	0,650	336,54	0,646	337,14	100,97
	5		2482,22		828,89			1905,00	5,44	108,37	75,37	75,37	0,650	336,54	0,646	337,26	75,37

² Referente aos pontos de mínimo nas curvas de assinatura à flambagem, nos quais as tensões são críticas.³ Referente aos pontos associados ao comprimento real do perfil obtidos por meio da curva de assinatura à flambagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÕES

Tendo em vista as dificuldades na determinação das tensões convencionais de flambagem elástica por distorção e a influência do comprimento na definição do modo de flambagem em perfis de chapa dobrada, este trabalho apresentou equações para determinação do comprimento crítico associado ao modo distorcional com o auxílio de Redes Neurais Artificiais (RNA). Foram estudados perfis com seção transversal C enrijecido sob compressão centrada e flexão simples. Tais perfis foram analisados conforme a condição de apoio mais desfavorável em termos de estabilidade de perfis de chapa dobrada: bi rotulado com empenamento livre.

Foram obtidas, com o auxílio da Teoria Generalizada Viga, as tensões e os comprimentos críticos associados ao modo distorcional de milhares de seções transversais. Todas as seções geradas foram submetidas a análise de conformidade com relação a aspectos geométricos e mecânicos, com o intuito de selecionar somente as seções sob flambagem elástica por distorção no estado “puro” que são comumente fabricadas e utilizadas na construção civil.

Essas seções foram utilizadas no treinamento de 36 RNA com arquitetura *feedforward backpropagation* associado à regra de atualização de Levenberg-Marquardt (18 RNA para perfis sob compressão centrada e 18 para perfis sob flexão simples, sendo utilizadas tangente hiperbólica e sigmoide logarítmica como funções de ativação). Equações para o comprimento associado a tensão convencional de flambagem por distorção em perfis sob compressão centrada e flexão simples foram obtidas a partir de elementos duas das RNA treinadas.

As equações obtidas para o comprimento crítico associado ao modo distorcional em perfis sob flexão simples e sob compressão centrada foram aplicadas a perfis estudados por Weng e Pekoz (1990), Dinis *et al.* (2007) e Landsmann e Camotim (2013). As equações apresentaram baixo percentual de erros e boas correlações com outros métodos, como o de Cardoso *et al.* (2017) e a GBT (SILVESTRE; CAMOTIM, 2004b). Tais equações não necessitam de análise prévia sobre o fenômeno e muito menos um software de RNA para que possam ser utilizadas. Dessa forma, podem ser facilmente

incorporadas em softwares de cálculo estrutural ou utilizadas em softwares de planilhas eletrônicas.

A única análise a ser realizada anterior a aplicação dessas equações é a verificação de conformidade com relação as especificações geométricas e mecânicas contidas na Tabela 4. Essa análise prévia permite a não utilização dessas equações a perfis de chapa dobrada sob interação modal, uma vez que as RNA são sensíveis ao efeito da interação modal de forma que a capacidade de predição das equações para o comprimento associado a tensão crítica de flambagem elástica por distorção poderia ser prejudicada.

Com relação a influência do comprimento na tensão associada ao modo distorcional, a observação do índice de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional é essencial para a análise dessa influência. Pelo MRD, para perfis sob compressão centrada cujos índices de esbeltez sejam inferiores ou iguais a 0,561, a força resistente de flambagem distorcional depende da área da seção transversal e da tensão de escoamento do aço, independentemente da força elástica distorcional que seja apresentada nas curvas de assinatura de flambagem para qualquer comprimento. Logo, para esse caso, o comprimento real de um perfil de chapa dobrada não influencia na tensão resistente associada ao modo distorcional.

Para perfis sob compressão centrada cujos índices de esbeltez reduzido são superiores a 0,561, a força resistente depende do índice de esbeltez reduzido. O índice de esbeltez reduzido, por sua vez, depende da área de aço da seção transversal, da tensão de escoamento do aço e da tensão elástica distorcional, que varia conforme o comprimento nas curvas de assinatura de flambagem. Os perfis analisados cujo índice de esbeltez reduzido superior a 0,561, apresentaram as tensões resistentes distorcionais relacionadas com o comprimento real dos perfis inferiores às tensões resistentes obtidas por meio da tensão elástica crítica distorcional. Logo, o comprimento influencia de certa forma na determinação da tensão resistente quando considerado na definição da tensão elástica distorcional.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se para a realização de estudos adicionais, os seguintes tópicos:

- analisar o possível incremento de tensão associada ao modo distorcional e o comprimento crítico em perfis considerando o efeito da interação modal local de placa-distorcional, distorcional-global e local de placa-distorcional-global;

- determinar o comprimento crítico de perfis sob diversas condições de apoio;
- verificar o incremento de capacidade resistente em perfis sob diversas condições de apoio comparando com a configuração de apoio mais desfavorável e com resultados experimentais;
- verificar experimentalmente a tensão resistente em perfis sob flambagem distorcional com comprimento distinto do crítico distorcional e cujo índice de esbeltez reduzido associado ao modo distorcional seja superior a 0,561, para perfis sob compressão centrada, e 0,673, para perfis submetidos à flexão simples.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S. J. C. **Análise numérica de perfis de aço formados a frio comprimidos considerando imperfeições geométricas iniciais**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- AJEESH, S. S.; JAYACHANDRAN, S. A. Simplified semi-analytical model for elastic distortional buckling prediction of cold-formed steel flexural members. **Thin-Walled Structures**, v. 106, p. 420-427, 2016.
- AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **AISI S-100-2002**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members Washington: AISI. 2002.
- AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **AISI S-100-2016**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members Washington: AISI. 2016.
- AUSTRALIAN / NEW ZEALAND STANDARD. **AS/NZS 4600**: Cold-formed steel structures. 2005.
- ARAÚJO, T. M. A. **Redes neurais incorporadas a métodos numéricos para solução de problemas de engenharia estrutural**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas de perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6355**: Perfis estruturais de aço formados a frio – Padronização. Rio de Janeiro, 2012.
- AYAHAN, D.; SCHAFER, B. W. Cold-formed steel member bending stiffness prediction. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 115, p. 148-159, 2015.
- BATISTA, E. M.; CAMOTIM, D.; PROLA, L. C.; VAZQUEZ, E. G. Encurvadura local de colunas de aço enformadas a frio com seção em “rack”. In: II ENCONTRO DE CONSTRUÇÃO METÁLICA E MISTA, Coimbra, 1999. **Anais** [...] Guimarães: Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, 1999, p. 401-412.
- BEBIANO, R.; CAMOTIM, D.; GONÇALVES, R. GBTul 2.0 - A second generation code for the GBT - based buckling and vibration analysis of thin-walled members. **Thin-Walled Structures**, v. 124, p. 235-257, 2018.
- BELLEI, I. H.; PINHO, F. O.; PINHO, M. O. **Edifícios de múltiplos andares em aço**. pp. 18-22. 2ª ed. Editora Pini: São Paulo, SP, 2008.

BRADFORD, M. A.; AZHARI, M. Buckling of plates with different end conditions using the Finite Strip Method. **Computers & Structures**, v. 56, n. 1, p. 75-83, 1995.

BRAGA, A. P.; CARVALHO, A. C. P. L. F.; LUDEMIR, T. B. **Redes neurais artificiais: Teoria e aplicações**. pp. 1-73. Editora LTC: Rio de Janeiro, 2000.

BRANDÃO, A. L. R. **Segurança de estruturas em perfis formados à frio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2007.

CARVALHO, M. C. **Análise e dimensionamento de estruturas de aço incluindo a verificação do modo de flambagem distorcional**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2016.

CASAFRONT, M; PASTOR, M. M.; ROURE, F.; PEKOZ, T. An experimental investigation of distortional buckling of steel storage rack columns. **Thin-walled Structures**, v. 49, p. 933-946, 2011.

CASTRO, L. C. L. B. **Inteligência computacional aplicada à engenharia de estruturas**. 2009. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

CHODRAUI, G. M. B. **Flambagem por distorção da seção transversal em perfis de aço formados à frio submetido à compressão centrada e à flexão**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.

CHODRAIU, G. M. B. **Análise teórica e experimental de perfis de aços formados a frio submetidos à compressão**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo/ São Carlos, São Carlos, 2006.

COMPANHIA SIDERÚRGICA NACIONAL. Histórico, 2016. Disponível em: http://www.mzweb.com.br/csn2016inst/web/conteudo_pti.asp?idioma=0&tipo=59567&conta=45&id=229361>

DEPOLLI, I. C. **Dimensionamento à falha distorcional via método da Resistência direta de vigas de aço em perfil formado a frio sob Flexão não-uniforme**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

DINIS, P. B.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. FEM-based analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns. **Computers & Structures**, v. 85, pp. 1461-1474, 2007.

EL-KASSAS, E. M. A.; MACKIE, R. I.; EL-SHEIKH, A. I. Using neural networks to predict the design load of cold-formed steel compression members. **Advances in Engineering Software**, v. 33, pp. 713-719, 2002.

EL-KASSAS, E. M. A.; MACKIE, R. I.; EL-SHEIKH, A. I. Using neural networks in cold-formed steel design. **Computers and Structures**, v. 79, pp. 1687-1696, 2001.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (ECS), 1996, – **Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.3: General Rules – Supplementary Rules for Cold Formed Thin Gauge Members and Sheeting**, ENV 1993-1-3.

FERNANDES, G. R. **Validação numérico-experimental do colapso distorcional de colunas metálicas em perfil formado a frio**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS. Diretrizes do Estado Novo (1937 - 1945): Criação da Companhia Siderúrgica Nacional, 2017. Disponível em: <<https://cpdoc.fgv.br/producao/dossies/AEraVargas1/anos3745/EstadoEconomia/CSN>>

GRIGOLETTI, G. C. **Otimização via algoritmos genéticos de perfis U formados a frio submetidos à compressão utilizando o método da resistência direta**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

HADI, M. N. S. Neural networks applications in concrete structures. **Computers and Structures**, v. 81, pp. 373-381, 2003.

HAYKIN, S. **Redes Neurais: Princípios e prática**. pp. 1-278 e 429-480. 2ª ed. Editora Bookman: Porto Alegre, RS, 2001.

HECHT-NIELSEN, R. Theory backpropagation neural networks. *In*: INTERNATIONAL 1989 JOINT CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1989, Washington, DC. Institute of Electrical and Electronic Engineers (IEEE), 2002.

INOUE, H. **Sistemas diafragma com painéis de chapa fina aplicados a edificações estruturadas em aço**. 2004. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

KALIGIROU, S. A. Applications of artificial neural-networks for energy systems. **Applied Energy**, v. 67, p. 17-35, 2000.

KWON, Y. B.; HANCOCK, G. J. Post-buckling analysis of thin-walled channel sections undergoing local and distortional buckling. **Computers & Structures**, v. 49, n. 3, p. 507-516, 1992a.

LANDSMANN, A; CAMOTIM, D. On the Direct Strength Method (DSM) design of cold-formed steel columns against distortional failure. **Thin-Walled Structures**, v. 67, pp 168-187, 2013.

LASTIRI, C. P.; PAULETTI, R. M. O. Aplicação de Redes Neurais Artificiais à Engenharia de Estruturas. *In*: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 31, 2004, Mendoza. **Anais [...]**. Mendoza: Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo, 2004.

LAU, S. C. W.; HANCOCK, G. J. Distortional buckling formulas for channel columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 113, n. 5, p. 1063-1078, 1987.

LORENZI, A. **Aplicação de redes neurais artificiais para estimativa da resistência à compressão do Concreto a partir da velocidade de Propagação de pulso ultrassônico**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

LIU, S. W.; HUANG, J. H.; SUNG, J. C.; LEE, C. C. Detection of cracks using neural networks and computational mechanics. **Computer Methods in applied mechanics and engineering**, v. 191, pp. 2831-2845, 2002.

LU, Y.; LI, W.; ZHOU, T.; WU, H. Novel local buckling formulae for cold-formed C-sections columns considering end condition effect. **Thin-Walled Structures**, v. 116, pp. 265-276, 2017.

MARTINS, A. D.; CAMOTIM, D.; DINIS, P. B. On the direct strength design of cold-formed steel columns failing in local distortional interactive modes. **Thin-Walled Structures**, v. 120, p. 432-445, 2017.

MARTINS, A. D.; CAMOTIM, D.; GONÇALVES, R.; DINIS, P. B. On the mechanics of local-distortional interaction in thin-walled lipped channel columns. **Thin-Walled Structures**, v. 125, pp. 187-202, 2018.

NADERIAN, H. R.; RONAGH, H. R. Buckling analysis of thin-walled cold-formed steel structural members using complex finite strip method. **Thin-Walled Structures**, v.90, p. 74-83, 2015.

NAGAHAMA, K. J. **Análise de estabilidade local em perfis de seção aberta em aço e em resina reforçada com fibra de vidro**. 2003. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) – Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

NEIVA, L. H. A.; SARMANHO, A. M. C.; FARIAS, V. O.; SOUZA, F. T.; STARLINO, J. A. B. Análise do modo distorcional de elementos perfurados segundo Método da Resistência Direta. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 7, n. 1, p. 17-36, 2018a.

NEIVA, L. H. A.; SALES, A. E. C.; ELIAS, G. C.; SARMANHO, A. M. C.; SOUZA, F. T. Numerical and experimental analysis of perforated rack members under compression. **Thin-Walled Structures**, v. 130, p. 176-193, 2018b.

OSÓRIO, F. S.; VIEIRA, X. Tutorial: Sistemas híbridos inteligentes. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL/CONGRESSO DA S.B.C., 19, 1999, Rio de Janeiro.

PALA, M. A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. **Journal of Constructional Steel Research**, pp. 716-722, 2006.

PÉREZ, S. V. S. **Análise experimental da instabilidade distorcional em perfis de paredes finas e seção aberta sob força de compressão excêntrica**. 2003. Tese

(Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) - Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

PINTO NETO, D. O. **Formulação para determinação da tensão de flambagem distorcional em perfis de aço formados a frio utilizando redes neurais artificiais.** 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2017.

PINTO NETO, D. O.; NAGAHAMA, K. J.; GÁDEA, A. S. M. Determinação da tensão elástica de flambagem distorcional em perfis Z enrijecidos. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 14, n. 3, pp. 78-102, 2017.

PROLA, L. C.; CAMOTIM, D. Comportamento pós-encurvadura distorcional de colunas de aço enformadas a frio com seção em C. *In: ENCONTRO DE CONSTRUÇÃO METÁLICA E MISTA*, 3, 2001, Aveiro. **Anais [...]** Guimarães: Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, 2001. p. 627-639.

SALLES, G. C. **Investigação analítica, numérica e experimental do modo de flambagem distorcional em perfis formados a frio.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2017.

SANTOS, E. S. **Interação entre os Modos de Flambagem Local-Distorcional-Global em Perfis de Aço Formados a Frio com Seção U Enrijecido na Compressão Axial.** 2014. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Instituto Luiz Alberto de Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE), Rio de Janeiro, 2014.

SCHAFFER, B. W.; PEKOZ, T. Direct Strength Prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions. *In: INT. SPECIALTY CONF. ON COLD-FORMED STEEL STRUCTURES*, 14, 1998, St. Louis. **Anais [...]** St. Louis: University of Missouri--Rolla, 1998.

SCHAFFER, B. W. Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel members design. **Thin-Walled Structures**, v. 64, p. 766-778, 2008.

SCHAFFER, B. W.; LI, Z.; MOEN, C. D. Computational modeling of cold-formed steel. **Thin-Walled Structures**, v. 48, pp. 752-762, 2010.

SCHAFFER, B. W. **CUFSM 4.05 — Finite Strip buckling analysis of thin-walled members.** Baltimore, U.S.A.: Department of Civil Engineering, Johns Hopkins University. 2012. Disponível em: <http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>. Acesso em: nov. 2019.

SCHAFFER, B. W. Finite strip analysis of thin-walled members. *In: CUFSM: Cornell University-Finite Strip Method*, 2013.

SCHARDT, R. Generalized Beam Theory – An adequate method for couple Stability Problems. **Thin-Walled Structures**, p 161-180, 1994.

SILVESTRE, N.; SIMÃO, P.; CAMOTIM, D.; SILVA, L. Aplicação da Teoria Generalizada de Vigas (GBT) à análise de estabilidade de perfis de aço enformados a frio. *In: ENCONTRO DE CONSTRUÇÃO METÁLICA E MISTA*, 3, 2001, Aveiro. **Anais** [...] Guimarães: Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, 2001. pp. 617-626.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-sections members: Parte I – derivation. **Thin-Walled Structures**, v. 42, p 1567-1597, 2004a.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-sections members: Parte II – Validation and application. **Thin-Walled Structures**, v. 42, p 1599-1629, 2004b.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. 2^a ed. McGraw-Hill: New York, 1961.

WENG, C. C.; PEKOZ, T. Compression tests of cold-formed steel columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, pp. 1230-1246, 1990.

XINGYOU, Y.; YANLI, G.; YUANQI, L. Effective width method for distortional buckling design of cold-formed lipped channel sections. **Thin-Walled Structures**, v. 109, p. 344-351, 2016.

YOUNG, B.; RASMUSSEN, K. J. R. Behaviour of cold-formed singly symmetric columns. **Thin-Walled Structures**, v. 33, p. 83-102, 1999.

YU, C.; YAN, W. Effective Width Method for determining distortional buckling strength of cold-formed steel flexural C and Z sections. **Thin-Walled Structures**, v. 49, p. 233-328, 2011.