



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA
MESTRADO PROFISSIONAL



LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR

**ESTUDO DO TEMA MOVIMENTOS DA TERRA POR MEIO DE UM COMPÊNDIO
DE ASTRONOMIA TROPICAL E DISPOSITIVOS EDUCACIONAIS CORRELATOS**

FEIRA DE SANTANA
2025

LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR

**ESTUDO DO TEMA MOVIMENTOS DA TERRA POR MEIO DE UM COMPÊNDIO
DE ASTRONOMIA TROPICAL E DISPOSITIVOS EDUCACIONAIS CORRELATOS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Astronomia – Mestrado Profissional da Universidade
Estadual de Feira de Santana como requisito parcial para a
obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientadora: Profa. Dra. Vera Aparecida Fernandes Martin.

FEIRA DE SANTANA
2025

Ficha catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carteadó - UEFS

Athayde Junior, Luiz Sampaio
A886e Estudo do tema movimentos da Terra por meio de um compêndio de
Astronomia Tropical e dispositivos educacionais correlatos / Luiz Sampaio
Athayde Junior. - 2025.
118f.: il.

Orientadora: Vera Aparecida Fernandes Martin

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Feira de
Santana. Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2025.

1. Zênite solar. 2. Geometria orbital. 3. Mecânica celeste. 4.
Movimentos da terra. I. Martin, Vera Aparecida Fernandes, orient. II.
Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação
em Astronomia. III. Título.

CDU: 521.93

Rejane Maria Rosa Ribeiro – Bibliotecária CRB-5/695



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CANDIDATO (A): LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR

DATA DA DEFESA: 25 de setembro de 2025 **LOCAL:** Sala 03 do LABOFIS - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 14h34m

| MEMBROS DA BANCA | FUNÇÃO | TÍTULO | INSTITUIÇÃO DE ORIGEM |
|---------------------------------|-------------------------|--------|-----------------------|
| NOME COMPLETO | | | |
| VERA APARECIDA FERNANDES MARTIN | Presidente/ Orientadora | DR | UEFS |
| PAULO CÉSAR DA ROCHA POPPE | Membro Interno | DR | UEFS |
| ALBERTO SILVA BETZLER | Membro Externo | DR | UFBA |

TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO*: ESTUDO DO TEMA MOVIMENTOS DA TERRA POR MEIO DE UM COMPÊNDIO DE ASTRONOMIA TROPICAL E DISPOSITIVOS EDUCACIONAIS CORRELATOS.

*Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Ensino e Difusão de Astronomia

LINHA DE PESQUISA: Ensino Interdisciplinar de Astronomia e a Difusão Científico-Tecnológica

Em sessão pública, após exposição de 49 min, o(a) candidato(a) foi argüido(a) oralmente pelos membros da banca, durante o período de 1 hora. A banca chegou ao seguinte resultado**:

- ☒ APROVADO(A)
☐ INSUFICIENTE
☐ REPROVADO(A)

** Recomendações¹: Seguir as recomendações da banca

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 25 de setembro de 2025

Presidente: Vera A. F. Martin
Membro 1: Paulo César da Rocha Poppe
Membro 2: Alberto Silva Betzler
Membro 3: Luiz Sampaio Athayde Junior
Candidato (a): Luiz Sampaio Athayde Junior
Coordenador do PGAstro: Vera A. F. Martin

¹ O aluno deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR

DATA DA DEFESA: 25 de setembro de 2025 **LOCAL:** Sala 03 do LABOFIS

HORÁRIO DE INÍCIO: 14h34m

- Compêndio de Astronomia tropical para a sala de aula;
- Dispositivos Educacionais da Astronomia tropical para a sala de aula.

Feira de Santana, 25 de setembro de 2025.

Presidente:

Vera L. S. Quint

Membro 1:

Adriana Silva B. P. M.

Membro 2:

Membro 3:

Candidato (a):

Luiz Sampaio Athayde Junior

Coordenador do PGAstro:

Vera L. S. Quint

Para você, Pandinha, pelo tanto de tempo subtraído da nossa convivência, durante a realização deste trabalho e pela paciência em escutar as ideias da meia noite.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos aos Professores do Mestrado Profissional em Astronomia pela paciência, acolhimento e escuta (além de leitura) das minhas proposições para a composição deste trabalho.

Para minha Professora e Orientadora Vera Martin pela paciência, generosidade e sábias orientações para a construção desta Dissertação, encontrando batismos mais acadêmicos e corretos para alguns dos meus achados, muito obrigado!

Ao Professor Marildo, também meu muito obrigado por diversos conhecimentos compartilhados nas aulas e pela companhia em eventos de Astronomia diversos, como o nosso curso da UFBA, muito obrigado!

Para o Professor Poppe, membro da banca de defesa, que, com toda generosidade também e seu vasto conhecimento contribuiu para a melhoria da escrita deste texto, além de ter nos passado muitos conhecimentos com suas aulas, muito obrigado!

Aos Professores Alberto Betzler, Dagoberto e Luiz César, Amigos que também contribuíram para a completude deste texto, lhes sou muito grato!

Ao casal de Professores Ana Verena e Carlos Alberto, por tantas aulas interessantes e pelas ternas e amorosas presenças, muito obrigado!

Ao Professor Jairo, também pela nossa parceria nos cursos da UFBA e pelas trocas de conhecimentos quando abordamos Astronomia dos Mesoamericanos, tema que adoro, muito obrigado!

Aos meus queridos coleguinhas, (como gosto de me referir), da Turma 10 (esta Turma é Dez!), que agregaram muitos aprendizados. Temos a certeza de termos encontrado, cada um de nós, mais nove novos amigos fraternos para uma jornada de vida, obrigado!

Ao Sr. Joventino, o servidor que fixou o Orbe no Observatório Antares, muito obrigado!

Para a Equipe do LABOFIS UEFS, Agnelito, Fernanda, Gilson e Sueli que sempre nos arranjava café, ferramenta importantíssima, muito obrigado!

Para minha Tia Grazy e à Prima Hilna, pela hospedagem cinco estrelas para os pernoites em Feira de Santana, muito obrigado! E também para Dona Mirian pelas frutas cortadas pela manhã, muito obrigado!

"A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isso fica sendo a minha última e mais elevada descoberta". *Isaac Newton*, www.pensador.com.

RESUMO

As estações do ano ocorrem no planeta Terra por causa da inclinação do seu eixo. Na zona tropical, os padrões climáticos e de incidência do Sol ao longo do ano, fazem com que as diferenças entre as estações se tornem mais sutis nesta região, tornando sua conceituação prejudicada. As diferenças são mais evidentes fora dos trópicos, como nos países europeus, que criaram regras e as impuseram pela literatura nortista aos países colonizados. Em Astronomia, zênite é o ponto exato acima de um observador, perfeitamente perpendicular em relação ao solo de onde este esteja. Em nível local, no zênite de um observador em Feira de Santana, definido a partir da vertical do lugar que passa por este e que parece “furar” o céu em um ponto bem acima da sua cabeça, temos o Sol na data aproximada de 26/10, muito antes do verão oficial. Em seguida, com raios a pino, ocorre novamente em data aproximada de 16/02. Para as localidades tropicais, não deveriam estar determinadas as estações do ano com a mesma duração da zona temperada, e a não observação deste fato e também a ausência dele no ensino e nos livros didáticos pode criar perigos de exposição a raios solares e aumento de doenças. Muito embora este trabalho verse sobre as estações do ano e a chegada do calor nas localidades tropicais, fatores meteorológicos não serão objetos de estudo deste texto. O objetivo geral deste trabalho é sugerir a colocação dos conceitos da Astronomia Tropical no ensino com base na realidade das regiões de baixa latitude, que são as latitudes do 0° da linha do equador até os 20° , aproximadamente. Assim, poderíamos orientar melhor a população para cuidados com a saúde além de poder ter vantagens com o turismo divulgando que a duração do verão é maior do que o que foi convencionalizado pelos Europeus há séculos. Com base na observação de quatro elementos associados, a saber, o analema, a órbita, o calendário e a ocorrência de zênite solar nas latitudes tropicais, produzindo o analema em pontos subsolares no mapa, infere-se que o planeta varia duas vezes ao ano sua velocidade orbital, ao passar pelo afélio e periélio. O dia solar, varia quatro vezes na sua velocidade do movimento aparente do Sol que sempre ocorre do leste para o oeste. Dessa forma as variações da velocidade do movimento aparente do Sol se dão por três ocasiões de forma invertida em relação ao regime de variação da velocidade orbital do planeta e em outras três ocasiões ocorrem de forma concordante com este mesmo regime. Uma contribuição à harmonia Kepleriana é evidenciada pelas velocidades harmônicas de cada planeta, que estão ligadas à inclinação do seu eixo, independentemente da sua massa, distância do Sol, se é rochoso ou gasoso, seu diâmetro ou sua velocidade orbital. Um dos produtos educacionais relacionado a esta dissertação é composto pelos seguintes experimentos: 01 - Gnômon técnico; 02 - Um arco Fibonacci; 03 - Um dispositivo em forma de um orbe instalado no Observatório Astronômico Antares/UEFS; 04 - Um globo Terrestre com fios de cobre para a demonstração do movimento aparente helicoidal do Sol e 05 A Maquete do Sólido Orbital. Outro produto educacional, denominado “Compêndio de Astronomia Tropical”, é composto pela teoria envolvida nos 5 experimentos citados.

Palavras-chave: Zênite Solar, Geometria orbital, Mecânica celeste.

ABSTRACT

The seasons occur on planet Earth because of the tilt of its axis. In the tropical zone, the climatic patterns and the incidence of sunlight throughout the year make the differences between the seasons more subtle in this region, hindering their conceptualization. The differences are more evident outside the tropics, such as in European countries, which created rules and imposed them through northern literature on colonized countries. In Astronomy, zenith is the exact point above an observer, perfectly perpendicular to the ground where they are located. Locally, at the zenith of an observer in Feira de Santana, defined from the vertical line passing through the observer and appearing to "pierce" the sky at a point directly above their head, the Sun is at approximately October 26th, well before the official start of summer. Then, with rays at their zenith, it occurs again at approximately February 16th. For tropical locations, the seasons should not be defined with the same duration as in temperate zones, and the failure to observe this fact, as well as its absence in teaching and textbooks, can create dangers of sun exposure and an increase in diseases. Although this work deals with the seasons and the arrival of heat in tropical locations, meteorological factors will not be the subject of study in this text. The general objective of this work is to suggest the inclusion of concepts of Tropical Astronomy in education based on the reality of low-latitude regions, which are latitudes from 0° to approximately 20° on the equator. Thus, we could better guide the population in health care and also benefit from tourism by publicizing that the duration of summer is longer than what was conventionally established by Europeans centuries ago. Based on the observation of four associated elements, namely, the analemma, the orbit, the calendar, and the occurrence of the solar zenith in tropical latitudes, producing the analemma at subsolar points on the map, it is inferred that the planet varies its orbital speed twice a year, when passing through aphelion and perihelion. The solar day varies four times in its speed due to the apparent movement of the Sun, which always occurs from east to west. Thus, the variations in the speed of the apparent movement of the Sun occur on three occasions in an inverted manner in relation to the regime of variation of the planet's orbital speed, and on three other occasions they occur in concordantly with this same regime. A contribution to Keplerian harmony is evidenced by the harmonic velocities of each planet, which are linked to the inclination of its axis, regardless of its mass, distance from the Sun, whether it is rocky or gaseous, its diameter, or its orbital speed. One of the educational products related to this dissertation consists of the following experiments: 01 - Technical gnomon; 02 - A Fibonacci arc; 03 - An orb-shaped device installed at the Antares/UEFS Astronomical Observatory; 04 - A globe with copper wires to demonstrate the apparent helical motion of the Sun; and 05 - A model of the orbital solid. Another educational product, called "Compendium of Tropical Astronomy," comprises the theory involved in the 5 experiments mentioned.

Keywords: Solar Zenith; Orbital geometry; Celestial mechanics.

SUMÁRIO

| | |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| 1. INTRODUÇÃO | 11 |
| 2. REVISÃO DE LITERATURA DO MOVIMENTO DA TERRA EM TORNO DO SOL | 18 |
| 2.1 ESFERA CELESTE | 20 |
| 2.2 AS TRÊS LEIS DE KEPLER | 23 |
| 2.3 LEI DA GRAVITAÇÃO DE NEWTON | 26 |
| 2.4 ANALEMA DO SOL | 28 |
| 2.5 SIMULADOR DOS MOVIMENTOS DO SOL | 33 |
| 2.6 UMA REVOLUÇÃO EM TORNO DO SOL COM DOIS SIMULADORES | 34 |
| 2.7 AS ESTAÇÕES DO ANO | 43 |
| 2.8 DETERMINAÇÃO DA LINHA NORTE SUL | 47 |
| 3. REFERENCIAL TEÓRICO | 49 |
| 3.1 OUTRAS CARACTERÍSTICAS DA ZONA TROPICAL | 53 |
| 3.2 ELEMENTOS MATEMÁTICOS DA ÓRBITA TERRESTRE REVISITADOS | 59 |
| 3.3 OUTRAS APLICAÇÕES DO SÓLIDO ORBITAL | 62 |
| 3.3.1 HARMONIA ENTRE OS PLANETAS REVISITADA | 64 |
| 4. METODOLOGIA | 69 |
| 5. EXPERIMENTOS E PRODUTOS EDUCACIONAIS | 71 |
| 5.1 DISPOSITIVOS E PRODUTOS EDUCACIONAIS | 71 |
| 6. RESULTADOS | 90 |
| 7. DISCUSSÃO | 95 |
| 8. CONCLUSÕES | 100 |
| REFERÊNCIAS | 103 |
| LEITURAS COMPLEMENTARES | 111 |
| ANEXO 01 QUESTIONÁRIO AS ESTAÇÕES DO ANO | 116 |
| ANEXO 02 QUESTIONÁRIO TRATADO DE ASTRONOMIA TROPICAL | 117 |
| ANEXO 03 TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) | 118 |

1. INTRODUÇÃO

O ensino dos temas ligados ao movimento dos planetas ainda apresenta algumas ambiguidades, seja no tocante ao seu entendimento por parte da maioria das pessoas, o que demonstra a existência de lacunas no nosso sistema de ensino como um todo, por meio de Erros Conceituais de Astronomia na Sala de Aula, ou porque no conteúdo referente ao tema aprendido e ensinado nos níveis da educação básica e superior é abordado sem a devida correção dos conceitos e sem fazer sentido em muitas localidades no nosso país.

Na literatura brasileira até o ano de 2014 (Athayde Junior, 2014), não existia uma abordagem voltada para a zona tropical, com relação ao tema, de forma que os livros escritos para serem utilizados como livros didáticos em salas de aula, sempre deixaram de detalhar as peculiaridades de cada região, trazendo apenas os conteúdos das zonas temperadas para serem ensinados e aprendidos em todo o país.

Cumpre lembrar que o Observatório Nacional – ON e o Observatório Astronômico Antares – OAA realizaram em décadas passadas a publicação de anuários que continham muitas informações para as cidades da zona tropical, entretanto era uma informação técnica e não tão divulgada para o grande público.

A temática deste trabalho é demonstrar que diversos elementos das medições das passagens meridianas do Sol em uma localidade, inclusive a ocorrência de zênite solar¹ por toda a zona tropical do planeta, precisam ser ensinados para que os alunos de diversos níveis da educação possam compreender os fatos ocorridos em diversas regiões do Brasil.

¹ Zênite é Ponto em que se encontra a esfera celeste posicionada verticalmente acima do horizonte (Dicionário online de Português, 2019). Um Zênite Solar pode não ocorrer exatamente sobre um município ou localidade ainda que este esteja localizado entre os trópicos, dado o movimento aparente do Sol ser realizado em forma helicoidal, que será abordado na parte do referencial teórico. O Zênite Solar ocorre, entretanto, em todas as latitudes da zona tropical. Quando ocorre na latitude de uma localidade, mas não ocorre exatamente nela, aproximadamente nesta data ela observará a máxima altura do Sol, dentro do período de um ano, em seu trânsito diurno aparente.

Novos elementos geométricos e matemáticos das órbitas planetárias, como por exemplo a Razão Excentricidade X Obliquidade, a própria composição do Sólido Orbital e o consequente Movimento Axial, as Coordenadas Heliométricas, as Velocidades Harmônicas, sua Decomposição Vetorial, dentre outros, necessitam de novos estudos para que sejam compreendidos também por outras perspectivas, para contribuir no conhecimento acerca dos movimentos planetários em diversos níveis da educação, do ensino fundamental ao nível universitário.

Observamos que existe uma necessidade da adequação de algumas considerações e observação de alguns dos conceitos de geometria espacial para a explicação das variações da velocidade dos períodos de ocorrência do movimento aparente do Sol em relação ao regime de velocidade do planeta em seu trânsito orbital, que serão trazidos neste texto nos capítulos seguintes.

Tais considerações geométricas também permitiram anunciar as equações das velocidades harmônicas dos Planetas do nosso Sistema Solar além de uma contribuição à harmonia de Kepler. Ainda, esta pesquisa necessita ser expandida para outros corpos celestes tais como os Planetas Anões e alguns cometas com trajetórias bem conhecidas. Ocorre então a necessidade de se perguntar:

De que forma poderemos melhorar o ensino nos diversos níveis da educação básica ao ensino superior, para que os professores possam transpor os saberes relacionados com os movimentos dos planetas em relação ao Sol por meio dos conceitos da Astronomia Tropical?

Este trabalho tem por objetivo geral sugerir o ensino de conceitos da Astronomia para serem praticados com base na realidade da zona tropical evitando somente a repetição de conceitos da zona temperada que não estão corretos para a região nordeste, por exemplo.

Por meio da observação desses conteúdos por parte dos docentes, o aprendizado se dará de forma mais significativa pelo fato de que os alunos poderão reconhecer as peculiaridades das diversas regiões do Brasil nos livros didáticos.

Note-se que não significa em hipótese alguma deixar de ensinar a convenção como foi fixada desde os primórdios por povos europeus. A convenção oficial deve ser bem compreendida e é justamente por meio desta correta compreensão que podemos entender a importância de ensinar também um conteúdo mais voltado à realidade da região em que nos encontramos: nordeste brasileiro.

Com embasamento no objetivo geral, pretendemos:

- a) Confeccionar dispositivos didáticos para aplicação em turmas do Ensino Médio em uma Escola de Salvador/BA;
- b) Explorar a organização em torno do ensino das Estações do Ano e outros conceitos da Astronomia;
- c) Construir dispositivos didáticos para a formação de professores;
- d) Futuramente, acompanhar a evolução do currículo referente aos temas propostos.

Justifica-se este trabalho porque o conteúdo sobre o tema ensinado no nosso país foi criado em países das regiões temperadas, onde, de fato, as estações são mais bem observadas, com ocorrência de neve no inverno, por exemplo. Outros fatores que sempre encontramos nos nossos livros e que não observamos na maioria do nosso país, são folhas caindo exclusivamente no outono, a existência de flores exclusivamente na primavera e o calor intenso somente no verão.

O ponto de maior concordância entre tais descrições da educação do hemisfério norte e os fenômenos encontrados no nosso país é exatamente o alto calor no verão, em certas regiões, e, mesmo assim, existem muitas incongruências com a convenção, pois, em algumas regiões, a maior incidência de calor não coincide exatamente com a chegada do verão, conforme convencionado, que se inicia em aproximadamente 21 de dezembro em todo o Brasil.

Para os estados das regiões Sul e Sudeste do Brasil, as regras das regiões temperadas podem ser aplicadas com perfeição, pois podemos observar neve e granizo, não raro no inverno, e os verões são realmente a época mais quente do ano. Entretanto, existem razões naturais que explicam o aumento do calor muito

antes e muito depois da data do verão oficial em Salvador, por exemplo, capital do estado da Bahia.

É de senso comum, portanto, que vivemos em um país tropical, e essa condição é compreendida pela população como um lugar sempre ensolarado. Isso revela um desconhecimento grande se considerarmos os dados técnicos da ocorrência da incidência da luz do Sol nas diferentes regiões e datas no nosso país e o grande intervalo de tempo entre esses fenômenos, para generalizar, de forma simplificada, que possuímos um verão que dura o ano inteiro.

Parte desse entendimento se deve ao fato de que não possuímos neve do sudeste até o extremo norte do país, a maioria da sua extensão territorial, portanto. Entendemos que isso não deve ser razão para descaracterizar a estação do inverno, que é bem sentida na metade sul da distância entre o Equador e o Trópico de Capricórnio ($23,45^\circ$ S), latitude um pouco mais a norte de Salvador, que apresenta latitude de $12,9^\circ$.

Para fazer uma contraposição, podemos lembrar que, nos polos da Terra, exatamente onde, segundo as regras oficiais, as estações são mais intensas, a presença de gelo o ano inteiro, no entanto, não configura que naquele local seja inverno o ano inteiro. Essa e outras questões nos remetem à necessidade de ensino das peculiaridades locais relativamente ao tema.

Da mesma forma, ouvimos normalmente do senso popular que vivemos em regime de verão de ano inteiro. Existem localidades realmente com amplitudes quase inexistentes e que mantêm temperaturas altas o ano inteiro, mas normalmente são localidades próximas ao equador, como, por exemplo, a cidade de Macapá na latitude zero.

Justifica-se este trabalho também pela necessidade de observação no nosso ensino de temas ligados à Mecânica Celeste. Devido às leis do movimento planetário, especificamente descritas pela primeira lei de Kepler e pela lei da gravitação universal de Newton, os planetas apresentam variações de velocidade enquanto trafegam em sua órbita.

Por causa das variações de velocidade, a passagem meridiana do Sol em seu movimento aparente do leste para o oeste visto do planeta Terra, também ocorre com velocidade variável, ocorrendo algumas datas nas quais a sua

passagem é mais rápida quando comparado ao tempo de um relógio, em uma determinada hora local que se escolha e também ocorrendo passagens mais lentas quando comparado ao meio dia neste mesmo relógio².

As variações no gráfico do analema indicam variações nos períodos de duração do dia solar que, por vezes ocorrem da mesma forma que a variação de velocidade orbital do planeta e por outras ocorrem de forma totalmente invertida, (chamaremos neste trabalho de reversa).

Premissas:

Muito embora as variações das temperaturas, ao longo do ano na zona temperada, sejam de amplitude maior do que na zona tropical, aumentos de temperatura significativas ocorrem nas localidades tropicais por conta da passagem do zênite solar nas mesmas. Quando o Sol está no zênite, a radiação solar atinge a superfície da Terra de forma mais direta, com menor dispersão pela atmosfera, concentrando a energia em uma área menor. Isso leva a um aquecimento mais eficiente.

O ano de 2023 apresentou alguns fatos curiosos. De acordo com Abalen (2023), o recorde de temperatura do Brasil de todos os tempos foi batido por uma cidade em Minas Gerais chamada Araçuaí em 19/11/2023.

Segundo Delgado (2023), durante um show no Rio de Janeiro ocorreram mais de mil desmaios de jovens do público e infelizmente uma jovem veio a óbito.

No Piauí a sabedoria popular já percebeu o grande aumento das temperaturas em setembro e apelidou o período de B R O-Bró. A curiosa sigla é uma referência aos meses de setemBRO, outuBRO, novemBRO e dezemBRO (Climatempo, 2020).

Muito provavelmente a onda de calor teve outros ingredientes climatológicos como o El Niño, que pode ter como um dos seus elementos causadores uma pequeníssima redução da inclinação do eixo terrestre. De acordo com Xavier (2021), esta redução da inclinação do eixo da Terra está

² Equação do tempo: é uma diferença que ocorre entre o tempo solar aparente (o tempo que um relógio de Sol marcaria) e o tempo solar médio (o tempo que um relógio comum marca). Essa diferença varia ao longo do ano, devido à órbita elíptica da Terra e a inclinação do seu eixo de rotação em relação à eclíptica.

descrita dentre as variações dos ciclos de Milankovitch³ (quanto menos inclinado o eixo, maior a concentração do calor do Sol em uma área menor ao longo do ano e em volta do equador).

Estamos atualmente com uma inclinação de $\sim 23,4^\circ$ e a inclinação mínima será de $22,1^\circ$. Claro que levará aproximadamente 11.105 anos para a redução total, mas já estamos nesta tendência de redução há pelo menos aproximadamente 9.396 anos (Oliveira Filho e Saraiva, 2022).

Outro fato Astronômico relevante é a Máxima Solar, que é um ciclo com duração de aproximadamente 11 anos, (último ocorreu em 2024), além da passagem do zênite nas localidades conforme comentado acima, que contribui significativamente para as altas temperaturas médias nessas regiões e causa um pico de aquecimento local durante sua ocorrência.

A relação dos fatos astronômicos, aqui nesta parte citados, com o clima, serão abordados mais detalhadamente em capítulo próprio a seguir, entretanto, fatores meteorológicos não serão objetos de estudo deste trabalho.

A primeira hipótese deste trabalho é que existe um envelhecimento dos conceitos acerca das estações do ano e também dos movimentos da Terra e da sua interação com o Sol que precisam de atualização para uma melhor compreensão do alunado como um todo.

A segunda assevera que o conteúdo ensinado no nosso país é totalmente colonizado, uma vez que são assuntos sistematizados por povos das zonas temperadas, mais precisamente da Europa, e, como fomos colonizados por Portugueses, herdamos tais conteúdos, que são repetidos por aqui desde a chegada dos Jesuítas.

A terceira determina que tais conteúdos eurocentrizados não legitimam, ou não demonstram as diferenças de diversas localidades do nosso imenso país fazendo com que sua compreensão seja prejudicada.

A quarta determina que os conteúdos da Astronomia Tropical precisam ser levados em consideração quando se pretende a transposição dos saberes

³ Os Ciclos de Milankovitch descrevem as variações de longo prazo na órbita da Terra e na inclinação do eixo, que afetam a quantidade de radiação solar que atinge o planeta ao longo de milhares de anos. Essas variações são responsáveis pelas mudanças climáticas naturais, como as eras glaciais e períodos interglaciais, que ocorreram ao longo da história da Terra.

relacionados aos movimentos do planeta em torno do Sol, por meio de uma compreensão maior pelo alunado dos diversos níveis da educação.

Discutir essa possibilidade é o que se propõe neste trabalho, dividido em sete capítulos, além da introdução. O segundo capítulo deste trabalho apresenta o estado da arte do movimento de revolução da Terra em torno do Sol e algumas construções teóricas que embasam este movimento como as leis de Kepler, a gravitação Newtoniana, o analema do Sol e as estações do ano, conforme modo convencional e o seu respectivo conteúdo ensinado pelo mundo afora (e também aqui), com apoio de imagens produzidas pelo site do Observatório Naval dos Estados Unidos da América (United States Naval Observatory – USNO).

No terceiro capítulo são feitas algumas colocações dos conteúdos da Astronomia Tropical. Foi realizada uma abordagem dos estudos fazendo uma correlação da aplicação em salas de aulas de forma didática com temas da Astronomia para as turmas do ensino médio.

O quarto capítulo aborda a metodologia, que pode ser considerada o coração da pesquisa.

O quinto capítulo é considerado especial porque apresenta alguns dos experimentos possíveis, relacionados aos conteúdos do Compêndio de Astronomia Tropical, além de apresentar dispositivos educacionais propostos e outras iniciativas de divulgação científica por parte do autor.

O sexto capítulo apresenta os resultados da pesquisa realizada com o alunado do ensino médio em uma escola particular da capital baiana.

No sétimo apresentamos as discussões com base nos achados e na prática dos novos conteúdos propostos para o ensino.

Por fim, as conclusões arrematam todo o trabalho, apresentando algumas considerações para as contribuições feitas.

2. REVISÃO DE LITERATURA DO MOVIMENTO DA TERRA EM TORNO DO SOL

Segundo o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, (Brasil, MCTI) na classificação das ciências exatas e da Terra, encontra-se a Astronomia (1.04.00.00-1) e dentre suas divisões encontra-se a Astronomia do Sistema Solar com três campos distintos, a saber, Física Solar, Movimento da Terra e Sistema Planetário. Neste trabalho serão abordados alguns dos tópicos dos dois últimos itens.

De acordo com Oliveira Filho e Oliveira (2014, p 1), o conhecimento sobre a Astronomia é muito antigo e os registros mais antigos remontam há pelo menos 3.000 a.C. e pertencem aos povos chineses, egípcios, assírios e babilônios. As aplicações dos conhecimentos astronômicos eram meramente práticas e serviam para orientar hora de plantio e de colheita, para prever o futuro por meio da astrologia e para contar o tempo. Como não se tinha muito conhecimento sobre a natureza, acreditava-se que os deuses do céu tinham o poder da chuva, do vento e de outros fenômenos observados e conhecidos.

Vale destacar também o monumento de Stonehenge, situado na Inglaterra que, segundo historiadores deve ter sido construído entre 3.000 e 1.500 a.C. segundo historiadores, também merece destaque por suas grandes pedras alinhadas com as direções do nascer e do pôr do Sol nos solstícios. Também dentre as civilizações pré-colombianas, os Maias tinham conhecimentos de fenômenos do céu e de calendário e os povos polinésios navegavam por meio da observação da posição dos astros.

O apogeu da ciência antiga ocorreu na Grécia entre 600 a.C. e 200 d.C. e algumas ideias só foram definitivamente modificadas no século XVI. Os gregos se valendo de conhecimentos herdados de culturas mais antigas promoveram muitos avanços na Astronomia por acreditarem ser possível descrever fenômenos naturais por meio da utilização da matemática e assim surgiram conceitos como o da esfera celeste, que era rotativa e de material cristalino, incrustada de estrelas, com a Terra no centro.

Alguns modelos que colocavam a Terra em rotação ou em revolução ao redor do Sol não foram aceitos e caíram no esquecimento. De fato, se olharmos para o céu em uma noite estrelada, teremos a impressão de que o céu é uma semiesfera e que estamos no centro dela. Os Gregos a batizaram inclusive de esfera celeste e assim prevaleceu a crença generalizada de que o céu era uma esfera de material transparente e que as estrelas estavam grudadas ou apoiadas nela.

Assim, Ptolomeu, que viveu em Alexandria por volta do século II d.C. (nascido provavelmente por volta do ano 100 d.C.), propôs o modelo geocêntrico, baseado em suas próprias observações e também em materiais produzidos antes por Hiparco. Como a crença bíblica preconizava que somos o centro do universo, o modelo foi bem aceito e vigorou até por volta do ano 1600.

Era um modelo baseado em movimentos circulares e podia prever com bastante acerto as posições dos planetas, o que também contribuiu para que fosse o modelo vigente. Para explicar o movimento de Marte visto a partir da Terra, para frente e retrógrado, Ptolomeu lançou mão de dois movimentos, o de Marte em torno da Terra, cujo centro não era a Terra e o de Marte em uma nova órbita menor em torno da órbita da Terra, que era o epíciclo (Khan Academy).

Finalmente no século XVI Copérnico introduziu o sistema heliocêntrico, sugerindo que a Terra é um planeta e que o único astro que revoluciona em torno da Terra é a Lua, nosso satélite natural (Peduzzi, 2015, p 73).

Então faltava comprovar se o sistema heliocêntrico de Copérnico estava correto ou não. Uma vez que Vênus revoluciona em torno do Sol e não em torno da Terra, ele necessariamente apresentaria fases como o nosso satélite natural. Tal observação validaria o modelo heliocêntrico em detrimento do sistema geocêntrico e foi realizada por Galileu em 1610 com sua famosa luneta (suapesquisa.com, 2004).

Assim, o modelo geocêntrico foi definitivamente deixado de lado, ainda que sem a concordância da igreja, uma vez que as observações de Galileu não concordavam com este, mas sim fazia todo o sentido com o modelo heliocêntrico.

Ainda segundo Oliveira Filho e Oliveira (2014, p 76), Johannes Kepler, astrônomo alemão que viveu entre 1571 e 1630, embora não tenha dado a devida importância na época em que publicou seus trabalhos, formatou as três leis que descrevem os movimentos dos planetas, que foram publicadas em obras diferentes e não na mesma obra, que são nomeadas hoje como as três leis de Kepler. Dados os objetivos do presente trabalho, nosso recorte teórico e histórico levará em consideração os feitos deste importante Astrônomo do passado.

2.1 ESFERA CELESTE

Os astrônomos normalmente estudam as posições dos corpos celestes por meio da observação da esfera celeste. Trata-se de uma esfera imaginária, acima do observador, de raio infinito, na qual, a partir da posição deste observador são determinadas posições dos corpos celestes por meio de sua inclinação em graus, conforme pode ser visto na Figura 01:

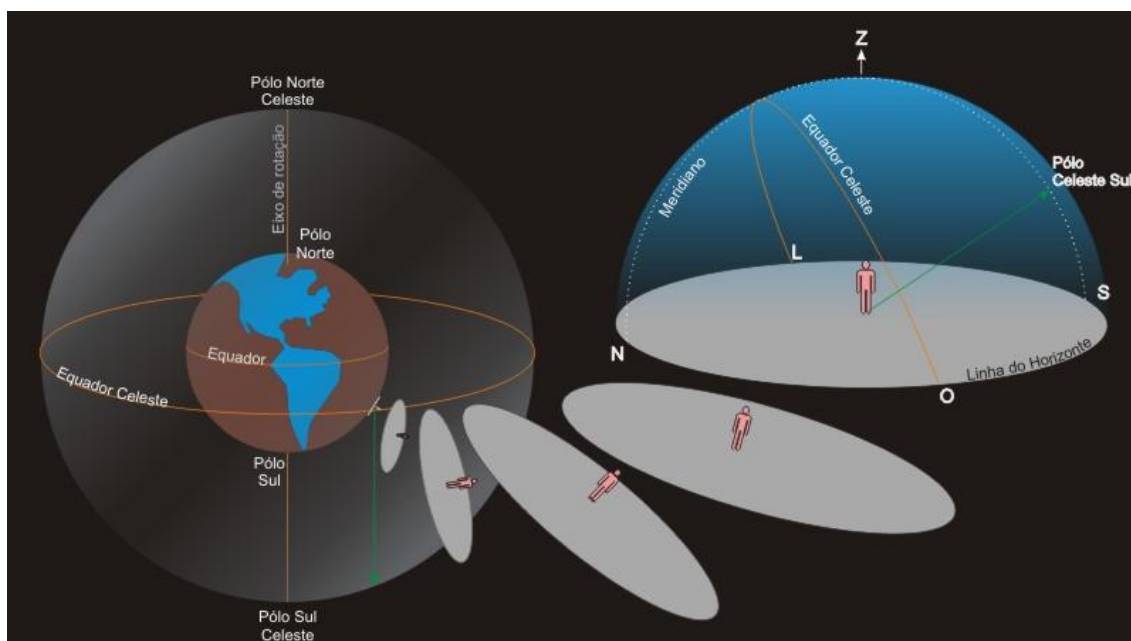


Figura 01 – A esfera celeste
Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/esf.htm>

A esfera celeste apresenta alguns elementos importantes como o polo norte e polo sul celeste e o equador celeste, dentre outros, além do que o observador pode assinalar o zênite. Tais pontos são projeções no céu desses elementos do globo terrestre.

Para completar a importância desses elementos geométricos, que são imprescindíveis para a compreensão dos movimentos do planeta, desde a Grécia antiga (Oliveira Filho e Oliveira, 2010), temos também a linha da eclíptica, demonstrada pela Figura 02:

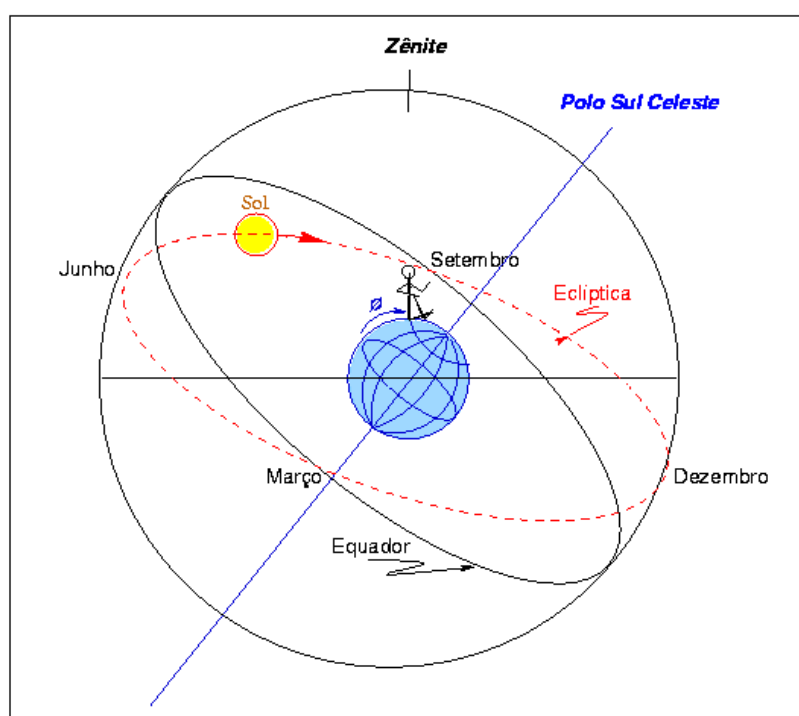


Figura 02 – Linha da eclíptica
Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/coord.htm>

Esta linha, também muito importante para a compreensão da geometria ligada aos movimentos do nosso planeta, é o plano celeste imaginário que contém a órbita da Terra, o seu caminho por onde revoluciona em torno do Sol a cada ano.

A trajetória aparente do Sol no céu o ano inteiro situa-se neste plano. Os corpos planetários do nosso sistema solar tendem a situar-se perto deste plano, pelo fato de que são formados a partir do disco protoplanetário achatado e giratório do Sol.

Outro ponto que demonstra a importância desses elementos é o fato de que os equinócios são demarcados pelo encontro da eclíptica com o equador celeste. Assim o conhecimento da Astronomia foi desenvolvido ao longo do tempo por meio da nossa observação desses elementos geométricos.

Hipóteses da Astronomia:

A primeira hipótese deste trabalho é uma afirmação comumente ouvida nos meios da Astronomia de que o formato do Sol, por ser muito maior do que a Terra, quase 110 vezes maior em diâmetro, faz com que sua forma geométrica não influencie na formação do analema porque seu comportamento é quase como se fosse um corpo “reto”, por assim dizer, além do que é necessário levar em consideração a grande distância entre os dois corpos;

A segunda anuncia que a inclinação do eixo axial imaginário do planeta em conjunto com a excentricidade da órbita são os fatores responsáveis pela criação do analema, algo também comumente descrito em sites e livros especializados;

A terceira assevera que a interação geométrica é parte diretamente envolvida na criação do analema, embora não seja normalmente abordada pela literatura;

A quarta sugere a existência de uma razão matemática entre a inclinação da órbita e sua excentricidade, promovendo uma projeção da órbita circular perfeita e do cilindro imaginário orbital;

A quinta pretende explorar as possibilidades da obtenção de projeções elípticas abrigadas por outros sólidos, como por exemplo o cone e a esfera;

A sexta sugere ou explora a possibilidade da projeção cilíndrica estar relacionada aos ciclos de Milankovitch, dadas as variações da obliquidade e da excentricidade da órbita da Terra observadas. Tais ciclos são variações nos parâmetros orbitais da Terra que influenciam a quantidade de radiação solar que atinge o planeta e, conseqüentemente, afetam o clima a longo prazo;

Por fim, a sétima hipótese seria a pesquisa se esses elementos de harmonias entre as velocidades estariam presentes nos outros planetas do nosso sistema solar, para demonstrar novas harmonias entre eles.

2.2 AS TRÊS LEIS DE KEPLER

Várias operações trigonométricas foram empregadas para projetar as duas primeiras leis e ele utilizou também dados de outro importante astrônomo que o precedeu chamado Tycho Brahe, referindo-se às suas observações do planeta Marte.

Trabalhando com Brahe, Kepler pôde conceber a primeira de suas leis, que afirma que os planetas orbitam ao redor do Sol não em órbitas circulares, mas em órbitas elípticas e o Sol está em um dos focos.

A segunda nos ensina que um raio imaginário da órbita, unindo o Sol ao planeta, ocupa áreas iguais em tempos iguais. Quando o planeta está mais próximo do Sol, logicamente tem raios imaginários menores do que quando o planeta está mais distante.

Kepler também descobriu que quando o planeta está na posição chamada de periélio, o planeta se move mais rápido em sua rotação e também na sua velocidade durante sua revolução em torno do Sol e o inverso ocorre quando o planeta está mais distante do Sol, sendo esta a posição do afélio, quando então o planeta viaja mais devagar por sua órbita e também apresenta velocidades mais lentas nas suas rotações.

A Universidade de Nebraska nos Estados Unidos da América - EUA, disponibiliza em seu site diversos simuladores de movimentos planetários, por meio de seu Nebraska Astronomy Applet Project - NAAP. Usaremos aqui algumas imagens do simulador intitulado Simulador de Órbita Planetária para nos ajudar a entender as Leis de Kepler. Vejamos a demonstração da primeira lei na Figura 03:

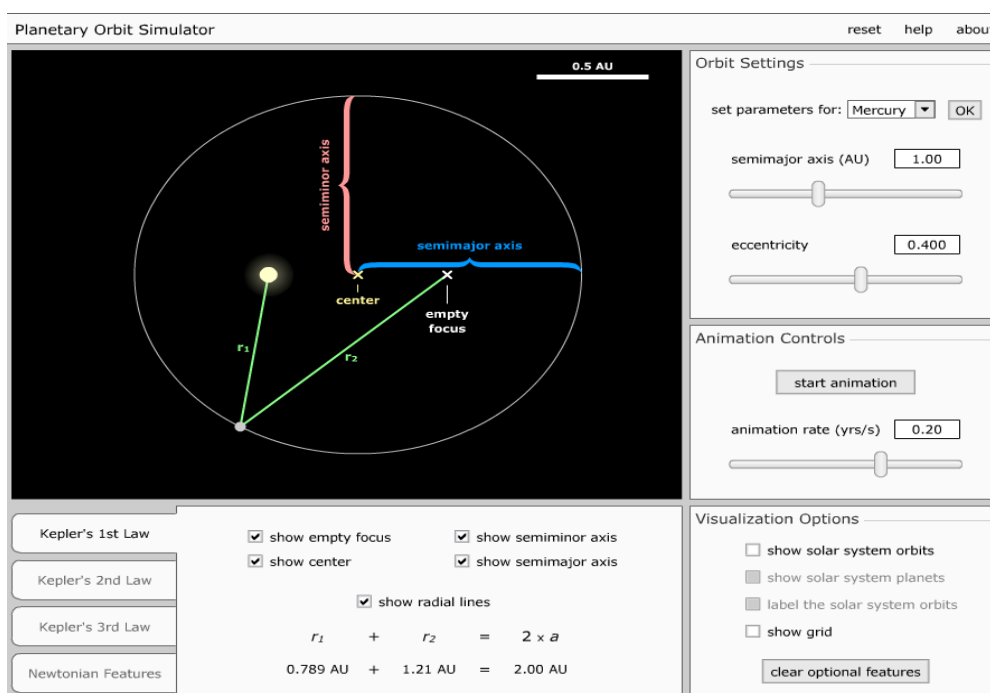


Figura 03 – Primeira lei de Kepler

Fonte: <http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>

Para melhorar a compreensão do assunto, podemos determinar, através dos controles do simulador, alguns dos elementos mais importantes, como, por exemplo, o foco vazio, que está em oposição ao Sol, o centro da elipse, além da semi maior e semi menor, ou raio maior e raio menor da elipse, como está demonstrado na figura.

Quando o simulador abre já está selecionado o planeta Mercúrio, provavelmente porque este apresenta uma das elipses mais excêntricas dentre os planetas próximos ao nosso, o que também ajuda a entender os elementos.

O simulador também permite aumentar essa excentricidade para melhor visualização das leis listadas, controlando a “excentricidade”, e assim foi feito na figura para exagerar a excentricidade e tornar mais claros os elementos da elipse a serem demonstrados.

Agora uma demonstração gráfica da segunda lei para o mesmo simulador na Figura 04:

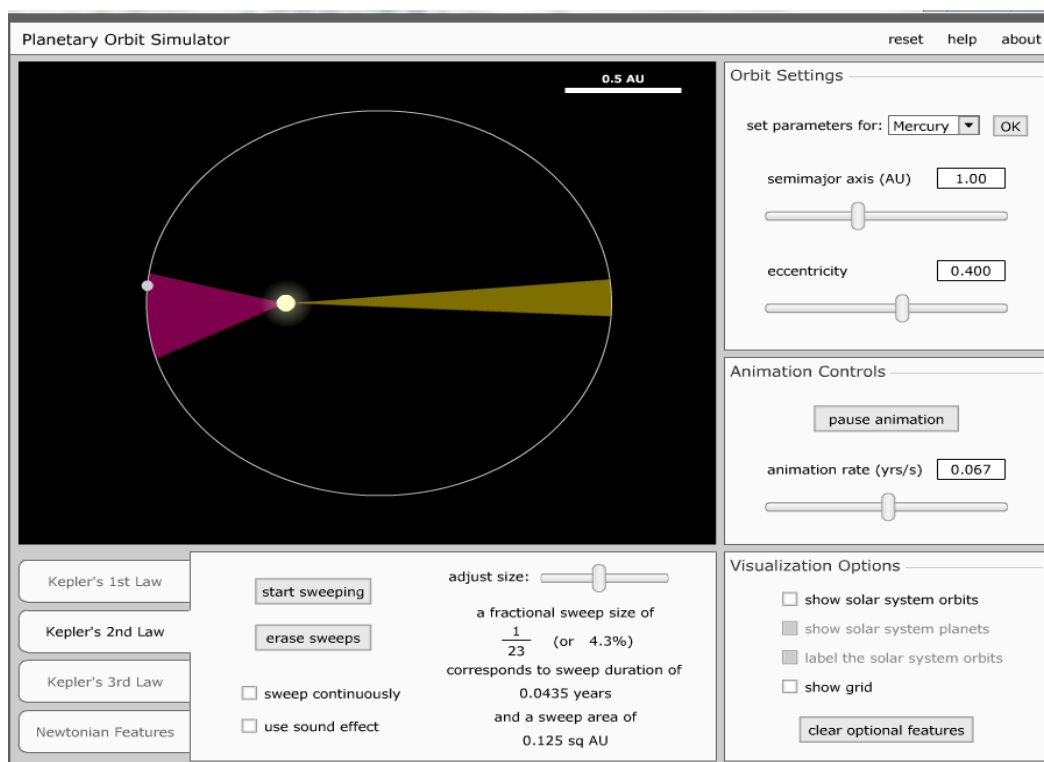


Figura 04 – Segunda lei de Kepler

Fonte: <http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>

O simulador permite pintar áreas cobertas pelo planeta ao mesmo tempo em que é mais lento e mais rápido (quando está mais distante do Sol ou mais próximo, respectivamente). Obviamente, quando mais lento viaja uma distância menor em sua órbita, por assim dizer, do que quando é mais rápido. Kepler descobriu que as áreas pintadas (como mostrado no simulador) de dois triângulos imaginários formados por raios imaginários das órbitas planetárias são iguais. Esta é uma descoberta muito importante na tentativa de derivar os movimentos planetários por causas físicas. Se considerarmos a época em que ele viveu, não podemos deixar de reconhecer o quanto é uma descoberta surpreendente.

Finalmente, no ano de 1619, foi publicado o trabalho intitulado *Harmonices Mundi* de Kepler, no qual ele asseverou que o quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo da distância média do planeta ao Sol, que é conhecida hoje como sua terceira lei. O presente simulador é denominado, doravante neste trabalho, simplesmente de “primeiro simulador”.

Considere a demonstração gráfica da terceira lei de Kepler no simulador na Figura 05:

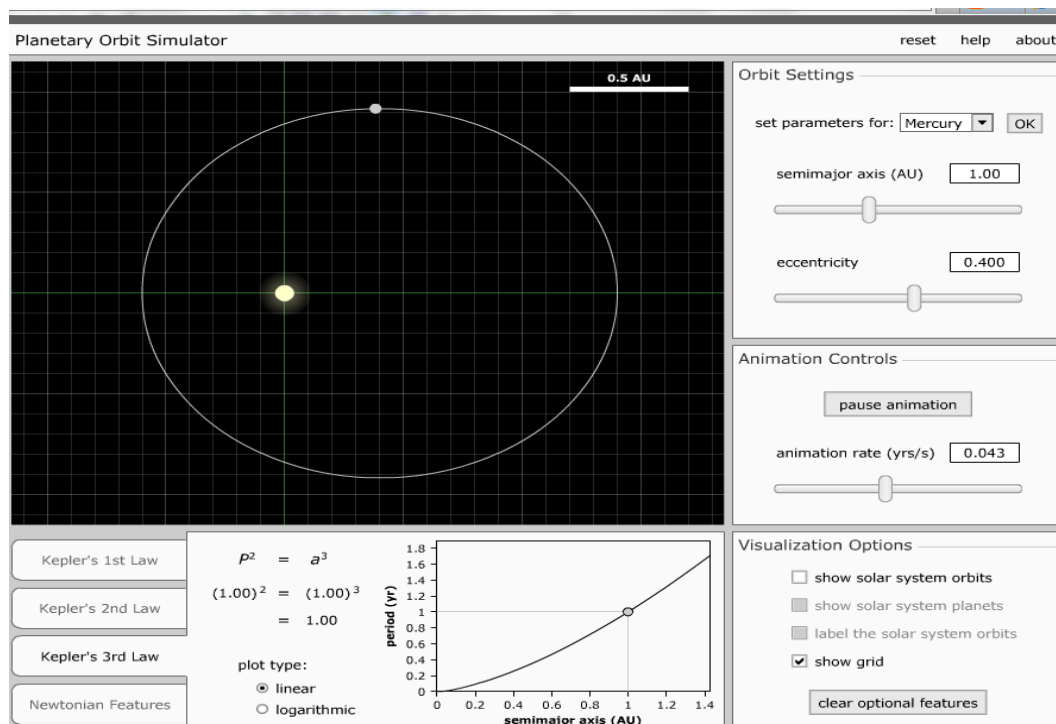


Figura 05 – Terceira lei de Kepler

Fonte: <http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>

2.3 LEI DA GRAVITAÇÃO DE NEWTON

Depois de descobrir que a Terra atraía todos os objetos, ilustrado pelo pitoresco fato da queda da maçã, Isaac Newton estreitou ainda mais os laços entre Física e Astronomia por meio de sua Lei da Gravitação Universal.

Ele também concluiu que a mesma força que atraiu os objetos para o centro da Terra manteve a lua em órbita ao redor deles e os planetas ao redor do Sol. Em uma única estrutura teórica, Newton foi capaz de explicar todos os fenômenos gravitacionais.

O título de seu trabalho é *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Derivou as Leis dos primeiros princípios de Kepler. Assim, muitos dos fundamentos da física moderna foram criados pela contribuição teórica de

Newton. Vamos conferir as próximas duas imagens do simulador, as Figuras 06 e 07:

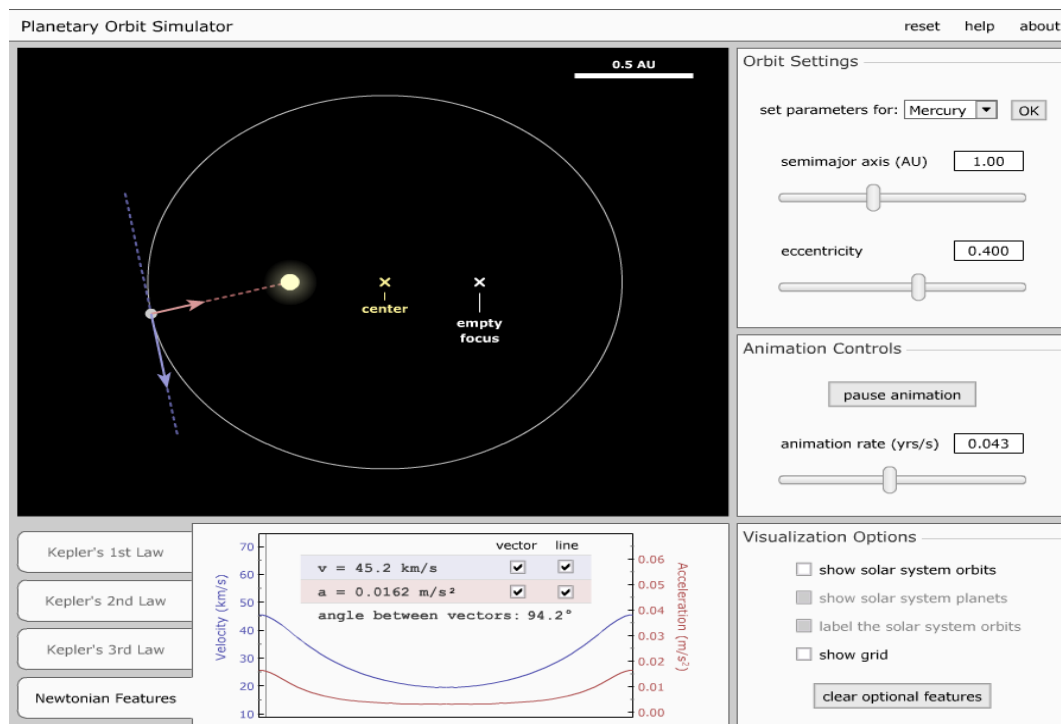


Figura 06 – Contribuição Newtoniana às leis de Kepler (Posição próxima ao periélio)
Fonte: [Http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html](http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html)

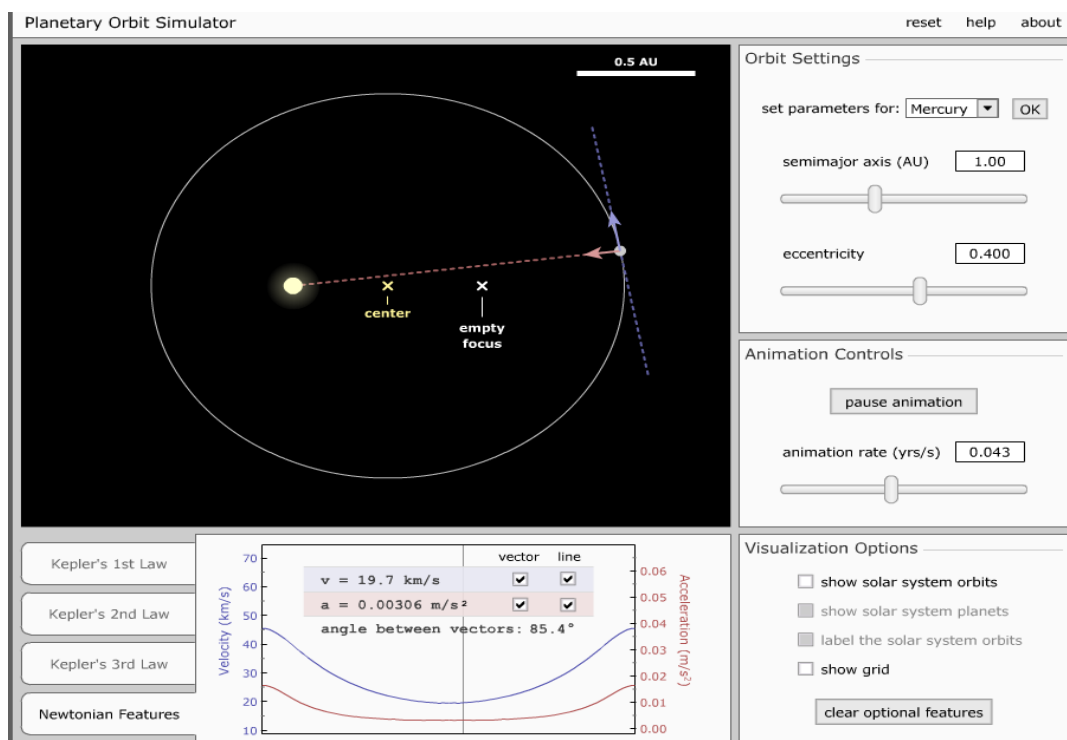


Figura 07 – Contribuição Newtoniana às leis de Kepler (Posição próxima ao afélio)
Fonte: [Http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html](http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html)

Quando o planeta está próximo da chamada posição do periélio, que é o momento em que está mais próximo do Sol, a incidência de gravidade, que para Kepler, era desconhecida, está demonstrada no simulador pela aplicação e sobreposição de vetores de desenho maior do que quando o planeta está perto da posição chamada de afélio. Neste, a velocidade e a gravidade das condições são invertidas em relação ao primeiro.

Nas figuras do primeiro simulador, mais precisamente na sua parte inferior, é mostrada outra influência da gravidade Newtoniana, justificando a maior ou menor aceleração e velocidade do planeta no seu trânsito orbital.

2.4 ANALEMA DO SOL

Se o movimento aparente do Sol varia sua “velocidade” ao longo do ano, quando está mais lento, nossos relógios marcam meio-dia, por exemplo, mas o movimento aparente do Sol, que está retardado, não registra a passagem meridiana da estrela. Por outro lado, quando a “velocidade” do movimento aparente do Sol está maior, podemos observar que ao meio dia nos relógios o Sol já teria passado pelo meridiano do local.

Como sabemos, a data de maior velocidade do planeta em seu trânsito pela órbita é por volta de 05 de janeiro, e, de maneira análoga, a velocidade do planeta é mais lenta no trânsito orbital, por volta de 05/07. Entretanto, com um exame das datas e posições do analema, da órbita e do calendário pode-se observar, que, as máximas variações do analema não são as datas das máximas e mínimas velocidades do planeta.

Essas variações de velocidade do planeta ao longo do ano, causadas pela excentricidade da órbita e pela atração da gravidade do Sol e a inclinação do seu eixo imaginário em relação ao plano orbital de cerca de $23,45^\circ$ originam o fenômeno do analema, pelo menos são os dois fatores comumente apresentados pela literatura. Sobre a inclinação do eixo abordaremos à seguir as estações do ano, que são causadas por esta inclinação axial.

Segundo a equipe do site analema.com um terceiro elemento deve ser levado em consideração para a explicação da formação do fenômeno. O fato do eixo maior da elipse do planeta não coincidir com os solstícios. De fato, este elemento pode contribuir na composição e configuração da figura, ou das curvas do analema, entretanto, segundo o gerador de analema de Mandavgane (2015), da Aryabhat Foundation, a posição dos solstícios poderiam variar de qualquer forma, poderiam estar em qualquer ponto da elipse, que, mesmo assim o analema existiria. O fato de criar apenas algumas distorções no desenho como esta variação de fato determina, faz com que outras fontes optem por sua supressão, fazendo apenas menção aos dois primeiros elementos citados.

Sabemos que o movimento aparente do Sol ao longo de um dia, ocorre de leste para oeste, devido ao fato de que a rotação do planeta é de oeste para leste. Ao longo de um ano, o movimento aparente da estrela também varia entre o norte e o sul, dada a inclinação do eixo imaginário do planeta em relação ao plano da órbita e assim o Sol atinge o pico norte no dia do solstício de verão para o hemisfério norte e atinge o ponto mais meridional da data do solstício de verão do sul.

No entanto, se observarmos o caminho do Sol entre o norte e o sul e fizermos fotografias da sua posição, sempre na mesma hora demonstrada por um relógio no período de um ano e se forem sobrepostas essas fotografias, não encontraremos um gráfico reto, mas sim uma forma semelhante ao símbolo do infinito ou de um número "oito", que é o fenômeno conhecido como Analema.

Uma das formas mais comuns de sua observação é tirar fotos da posição do Sol no céu com intervalos de dez em dez dias, mais ou menos, ou a cada sete dias, durante um ano, sempre no mesmo horário exibido em um relógio. Fazendo uma sobreposição de todas as fotos pode-se ver o gráfico claramente demonstrado, ou fazendo uma animação entre elas podemos ver o contorno do "oito", por assim dizer, ao longo do ano.

As razões para o fenômeno ocorrer podem ser explicadas, pelo menos parcialmente, pela primeira lei de Kepler, e pelo fato de o eixo imaginário do planeta ter uma inclinação de cerca de $23,4^\circ$ em relação ao plano da órbita. Se

o planeta tivesse uma órbita circular perfeita, não haveria mudança na velocidade, então o único analema seria uma linha vertical na direção norte-sul. Se, somada à hipótese de órbita circular perfeita, não houvesse inclinação do eixo imaginário, então o analema seria apenas um ponto único, sobrepondo as imagens do Sol ao longo de um ano, sempre em uma mesma hora de um relógio. Se, em uma última suposição, não houvesse inclinação axial, mas se somente a órbita fosse elíptica, o analema seria apenas uma linha horizontal, com variações apenas entre Leste-Oeste.

Com a combinação da órbita elíptica (primeira lei de Kepler), que causa variação na velocidade do planeta e atrasos e avanços do Sol em relação aos nossos relógios, e a inclinação do eixo imaginário, causando a variação norte-sul do analema, ao observarmos as posições sucessivas do Sol por um ano, o fenômeno está devidamente configurado, segundo a literatura.

De acordo com Oliveira Filho e Oliveira (2024) a maior diferença positiva da equação do tempo é de cerca de 16 minutos e podemos perceber que isto ocorre em data aproximada, entre o fim de outubro e início de novembro. Já a maior diferença negativa é de cerca de 14 minutos e vemos que tal ocorrência se dá por volta do dia 12 de fevereiro, conforme a Figura 08:

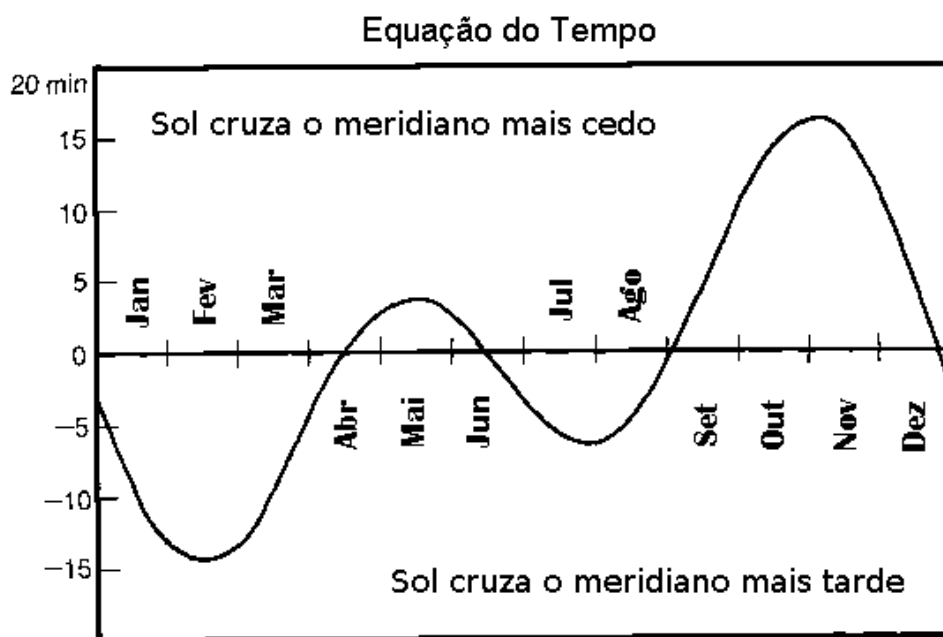


Figura 08 – Equação do Tempo
 Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/tempo.htm>

A curva demonstrada na Figura 06 é encontrada ao resolvermos a equação: $ET = 9.87\text{sen}(2B) - 7.53\text{cos}(B) - 1.5\text{sen}(B)$, Sendo $B = 360 \times (N - 81) / 365$ e $N = \text{Número do dia}$. Por exemplo, 2 de fevereiro = dia 33.

A transposição da linha sinuosa do gráfico da figura acima, para o céu resulta no gráfico do analema, como normalmente é observado no céu. A próxima figura demonstra o calendário na posição da visualização do analema no céu, como demonstra a Figura 09:

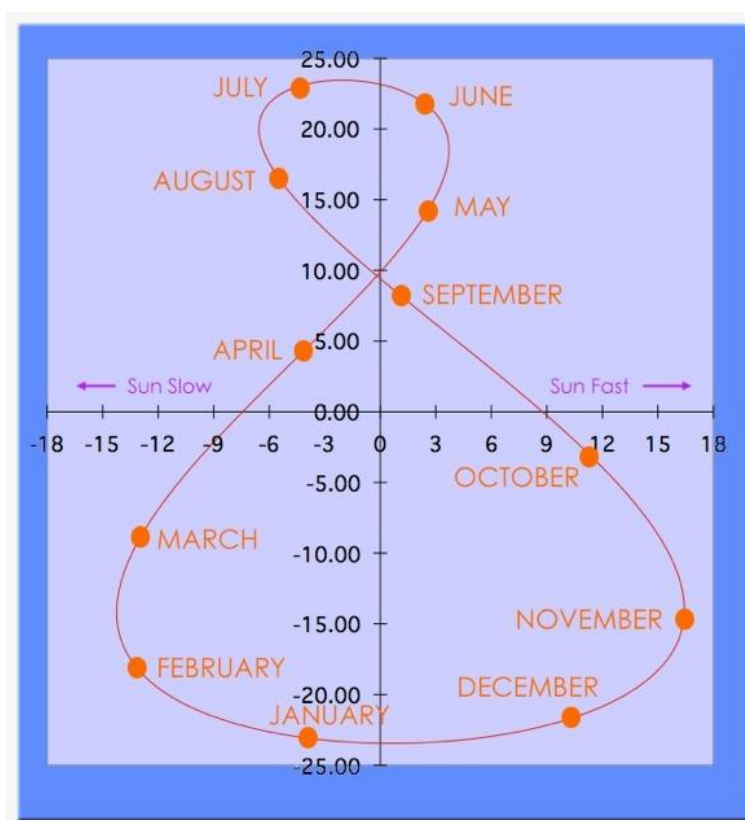


Figura 09 – Equação do Tempo
Fonte: <https://www.analemma.com/summation.html>

O analema também pode ser demonstrado em qualquer local onde se possa obter luz solar durante todo o ano, bastando para tanto observar uma sombra com um gnômon ou um bastão colocado no chão ou em uma parede onde uma sombra qualquer seja projetada. Se fizermos a união dos pontos das sombras geradas ao longo do ano e sempre na mesma hora em um relógio, o gráfico em forma de símbolo do infinito será encontrado. Esta é uma forma

bastante didática e requer grande simplicidade dos materiais utilizados para demonstração do fenômeno, principalmente para os alunos.

Obviamente, nas observações no céu, são encontradas variações da sua posição em relação à latitude do observador e à hora escolhida para observar. Pode apresentar inclinações diferentes em relação ao observador do leste (nascer) ou no oeste (no pôr do Sol), pode estar um pouco mais inclinado, nas latitudes mais próximas ao equador do que nas latitudes mais altas. Para um observador do hemisfério sul, a curva maior estará para cima, ao passo em que para um observador no hemisfério norte é a curva menor que fica para cima.

Nas próximas partes deste trabalho serão demonstradas algumas explicações adicionais sobre as datas aproximadas e as posições do analema descritas através de imagens e simuladores para fins didáticos, com o objetivo principal de demonstrar as datas, correlacionando-as com as posições nas quais o Sol se encontra no gráfico do analema ao longo do ano.

A seguir temos uma imagem do analema visto no céu, na Figura 10, produzida pela sobreposição de fotos feitas ao longo de um ano:



Figura 10 – Analema do Sol visto da terra
Fonte: <http://observatorio.info/2002/07/analema/>

2.5 SIMULADOR DOS MOVIMENTOS DO SOL

Para compreendermos de forma mais efetiva e em detalhes o movimento aparente do Sol utilizaremos novamente o mesmo simulador que demonstramos algumas páginas antes e também outro simulador da NAAP/UNL, intitulado *Motions of The Sun Simulator* na sua forma original em inglês.

Será doravante chamado simplesmente de segundo simulador (os movimentos do sol são aparentes porque na verdade não é o Sol que se move sobre o planeta, mas a Terra que gira ao redor dele).

Definimos a latitude no pequeno mapa-múndi à direita para Salvador/Bahia. Para isso, colocamos o valor de 12,9 graus de latitude sul, pois o simulador trabalha com apenas uma casa decimal e frações decimais.

Podemos ver uma pequena sombra na lateral e na frente do espectador por causa da posição do analema, na data que é mostrada. Devemos marcar os controles "mostrar analema" à esquerda e abaixo para apreciar o fenômeno gráfico ao longo do ano e "mostrar mês" para visualizar a posição do Sol no local escolhido para a passagem do calendário.

A visualização será feita observando a ocorrência de dias sucessivos, porém, devemos acompanhar "dia a dia" clicando no botão correspondente para que o relógio permaneça congelado ao meio-dia, pois é possível melhor observação da ocorrência do fenômeno analema ao longo de um ano inteiro sempre ao meio dia no relógio para que a imagem do gráfico fique acima do observador no simulador.

Depois desses ajustes, basta clicar no botão "iniciar animação" (start Animation) sempre para iniciar ou parar o ciclo. O simulador também permite, entre muitas outras possibilidades, com um clique feito na seta do calendário, demonstrar a ocorrência das datas ao contrário, caso quem opere o simulador prefira fazê-lo arrastando o ponteiro das datas com o clicar e arrastar do mouse, como visto na Figura 11:

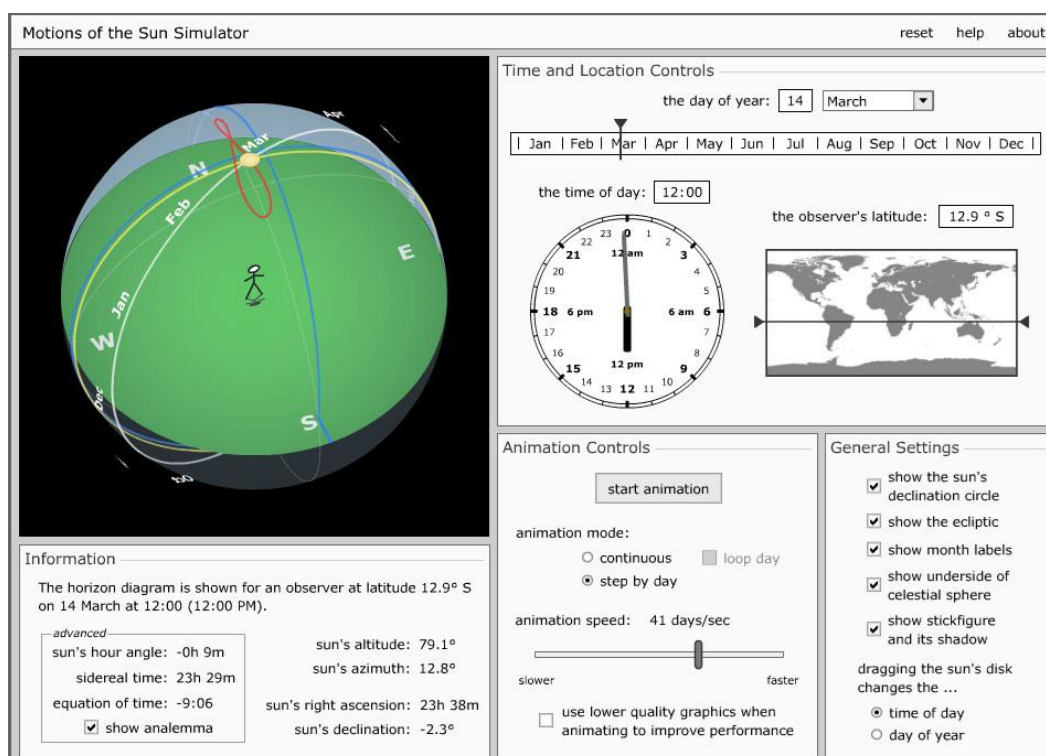


Figura 11 – Motions of the sun simulator

Fonte: <http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html>

2.6 UMA REVOLUÇÃO EM TORNO DO SOL COM DOIS SIMULADORES

A data do afélio, posição orbital onde o planeta está mais distante do Sol, pela tabela do Observatório Naval dos Estados Unidos, (em Inglês USNO), ocorre sempre nos primeiros dias de julho. Em 2012 e em 2013 era 07/05. É uma data variável mas não muito, sempre estará entre os dias 3 a 6 de julho até 2020.

No entanto a data da posição do periélio na órbita onde o planeta está mais próximo do Sol, que em 2012 era 5 de janeiro e em 2013 era 2 de janeiro, também não irá variar muito, sempre estará entre 2 a 5 de janeiro de 2020. Por essas razões, adotaremos sempre doravante as inscrições ~05/01 para periélio e ~05/07 para afélio.

Só podemos ter certeza dessas duas posições no primeiro simulador. Entretanto, como este não possui um calendário para mostrar simultaneamente mês e posições, utilizaremos as datas como demonstradas pelo segundo simulador. Assim, as posições em outras datas serão sugeridas no primeiro

simulador e provavelmente não estejam tão precisas, entretanto, isto não nos causa prejuízo algum para a compreensão do conteúdo ou para o alcance dos objetivos deste trabalho. Em verdade, existem nas posições de alguns pontos importantes do analema, sugestões de onde o planeta deve estar na sua órbita, que pode ser demonstrado no primeiro simulador.

Com base na segunda lei de Kepler, certamente os dias na porção da órbita próxima do periélio necessariamente irão descrever deslocamentos maiores do que quando o planeta está na parte da órbita em que trafega próximo ao afélio. Assim, por exemplo um período de dez dias de um lado com certeza deve descrever deslocamentos diferentes para cada um dos lados da órbita que demonstramos com o primeiro simulador.

Entre as datas de 03/11 e 12/02, que são os pontos de inflexão na parte sul do analema, temos um intervalo de 101 dias, enquanto que entre 11/05 e 25/07 decorrem apenas 75 dias. Essas duas últimas são as datas dos pontos de inflexão da parte norte do analema. Se a quantidade de dias é maior justamente na parte onde está próxima do periélio, com certeza o planeta tráfegará em uma parte muito maior da órbita do que quando estiver no afélio. Essa diferença deve se intensificar não só pela quantidade de dias, mas também pela observância da segunda lei de Kepler, conforme descrita.

Ainda que a precisão das posições na órbita do primeiro simulador não seja perfeita, optamos em colocar as datas dos pontos de inflexão alinhados com o foco ocupado pelo sol e com o foco vazio. Com a sucessão das imagens nos dois simuladores colocadas à seguir o movimento poderá ser bem compreendido⁴.

Obviamente nossa revolução em torno do Sol descrita e demonstrada pelas imagens dos simuladores terá apenas as datas onde ocorrem pontos de inflexão do analema, além das datas e posições do afélio e periélio e não uma translação com 365 dias para evitar o agigantamento deste texto. Os intervalos e a consecução das imagens são suficientes para entender a ocorrência da revolução em torno do Sol e sua visualização em ambos os simuladores.

⁴ Muito embora tenha sido apresentado na sua forma original em Inglês (Figura 09), para a revolução em torno do Sol descrita, à seguir foram utilizadas as imagens do segundo simulador em Português que são mais coloridas.

Começaremos na data de 21/12, que é a data do solstício de verão para o hemisfério sul no simulador. No primeiro simulador, é uma data anterior à posição do periélio (planeta mais próximo do Sol, que é ~05/01) e no segundo o Sol está no ponto mais ao sul do analema, conforme a Figura 12:

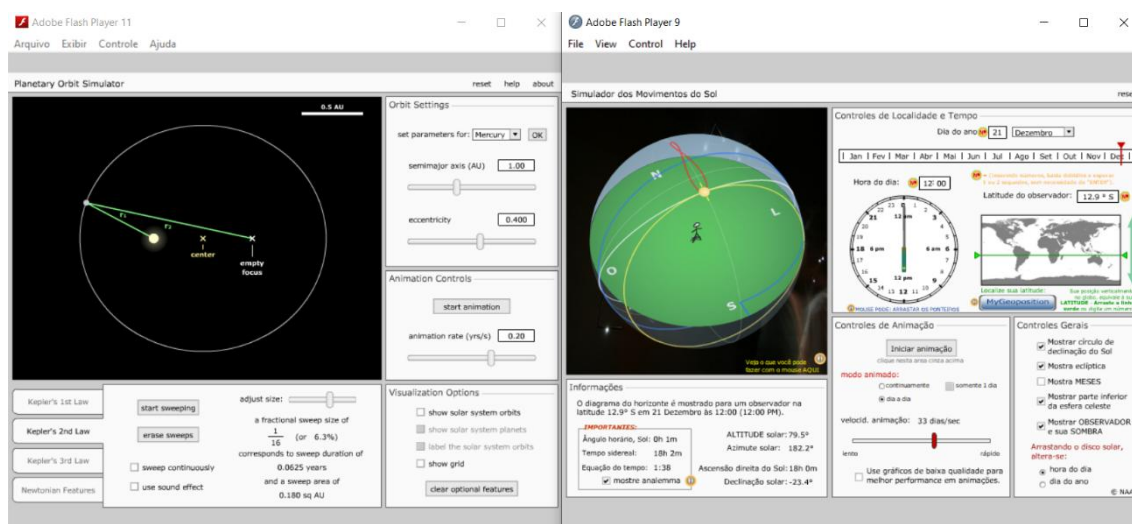


Figura 12 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Obviamente, conforme descrito pela Segunda lei de Kepler, cada dia na parte da órbita em que o planeta trafega próximo do Sol, o deslocamento será maior do que quando se desloca na parte da órbita longe do Sol, conforme descrito. Assim, o deslocamento pela órbita durante um dia do lado próximo do Sol será maior do que quando estiver mais próxima do foco vazio da elipse. Após 21/12 a próxima data a ser demonstrada é ~05/01, que é a data do periélio, demonstrado na Figura 13:

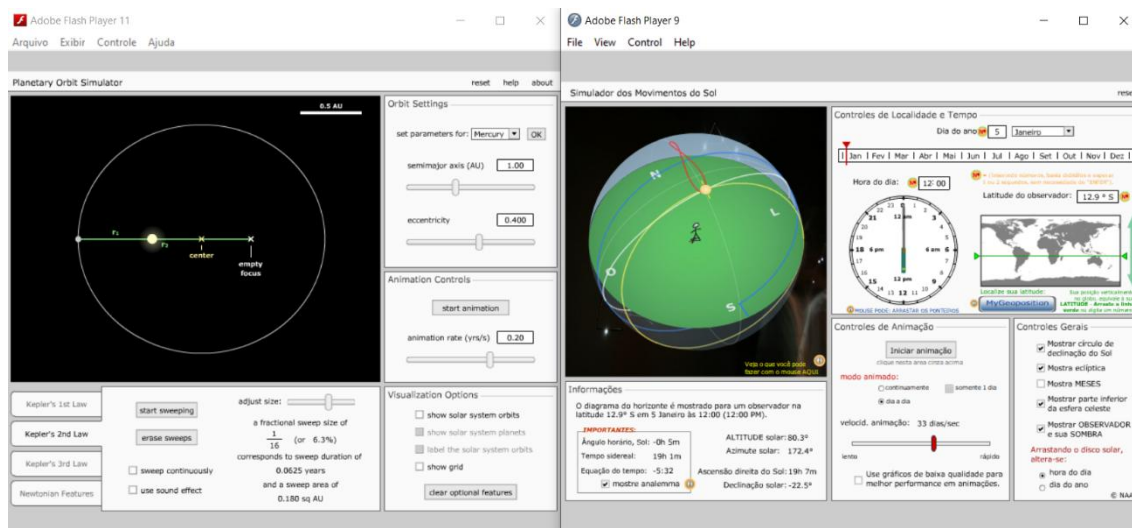


Figura 13 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Podemos ver no segundo simulador que o Sol se move ao longo do analema, indo em direção à sua metade inferior no ponto mais a leste, enquanto que, no primeiro simulador, o planeta agora está perfeitamente apontado para a esquerda, uma vez que ~05/01 é uma das datas que podemos identificar neste simulador, conforme dito, que é a data do periélio.

Continuando nossa viagem pela translação com os dois simuladores, chegamos à data de ~12/02, que é a data em que o movimento aparente do Sol tem seu dia "mais lento", e por conseguinte o Sol se põe mais tarde, como pode ser visto na Figura 14:

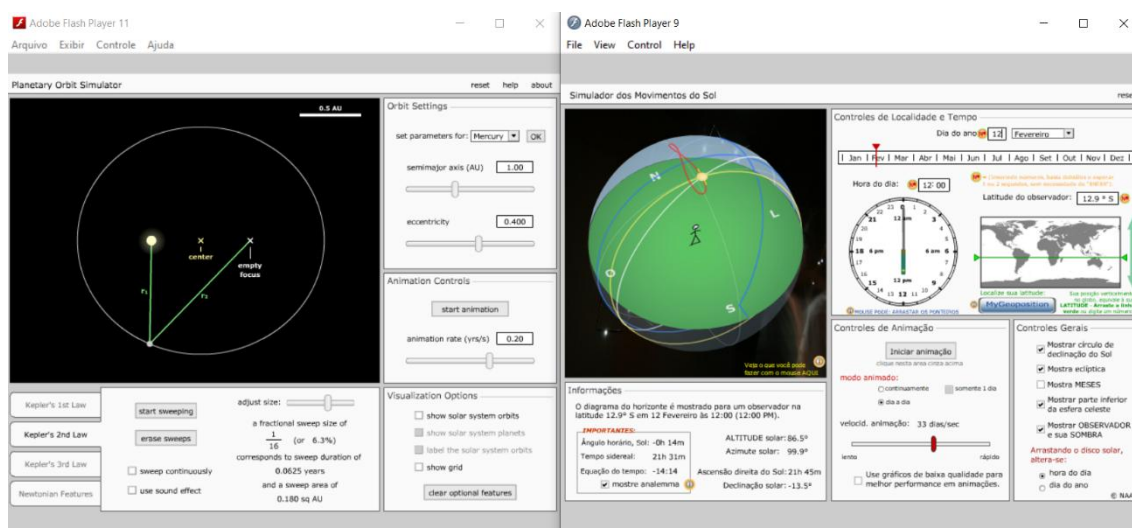


Figura 14 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

No segundo simulador, esta data (12/02) demonstra um dos pontos de inflexão do analema, estando mais a leste de todo o ano e fica na metade maior do analema, a parte do sul, ao tempo em que o primeiro simulador que mostra a órbita, o planeta deve estar provavelmente passando pelo ponto logo abaixo do Sol, o que pode ajudar a explicar a inflexão do analema, conforme descrito. É perfeitamente possível que este ponto não esteja exatamente aí dada a inclinação do eixo em relação ao plano da órbita, detalharemos um pouco mais a seguir. A data de 21/12 fica antes do periélio, então os pontos de inflexão devem estar um pouco deslocados. Assim, chegamos à data de ~12/04 (Figura 15):

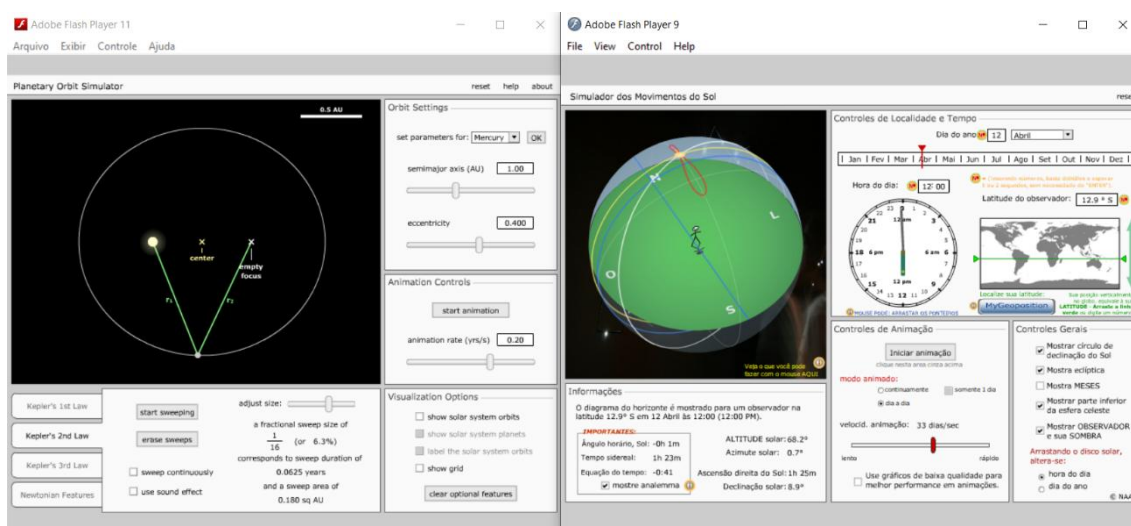


Figura 15 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Nesta data, o planeta passa pelo ponto médio no segundo simulador, entre os dois arcos do "oito" que é a forma aproximada demonstrada no analema. A órbita do planeta, ou o primeiro simulador, porém, embora seja uma data de "velocidade" equilibrada do dia solar, não se pode ter certeza da posição, por falta de um calendário anexo ao primeiro simulador. Entretanto, é perfeitamente provável que essa data seja atingida no ponto da órbita em que r_1 é igual a r_2 ,

na qual a velocidade do planeta é média e por esta razão está assim demonstrada no primeiro simulador, para simplificação.

Existem outras datas em que o período do dia solar é próximo do médio, ou seja $\sim 21/06$ ou solstício do norte, $\sim 21/12$ ou solstício do sul e nas datas em que o sol passa através do vértice central do analema $\sim 12/04$ e $\sim 31/08$. As mesmas prudentes considerações acerca dessas duas últimas posições não estarem em seu local exato na órbita aqui demonstrada necessitam ser feitas, dada a inclinação do eixo do planeta.

Depois de $\sim 12/04$ que é um ponto de velocidade mediana por estar no vértice do analema, o Sol começa a ir ao ponto máximo do analema no oeste na parte de cima, isto é, na parte norte. Dessa forma o movimento aparente do Sol continua em tendência de “aceleração” pois está se pondo cada dia mais cedo. Esta data na parte superior oeste, na metade norte do analema ocorre na data aproximada de 11/05. Dessa forma, o primeiro simulador está em um ponto perpendicular ao foco vazio, por ser outro ponto de inflexão, como mostra a Figura 16:

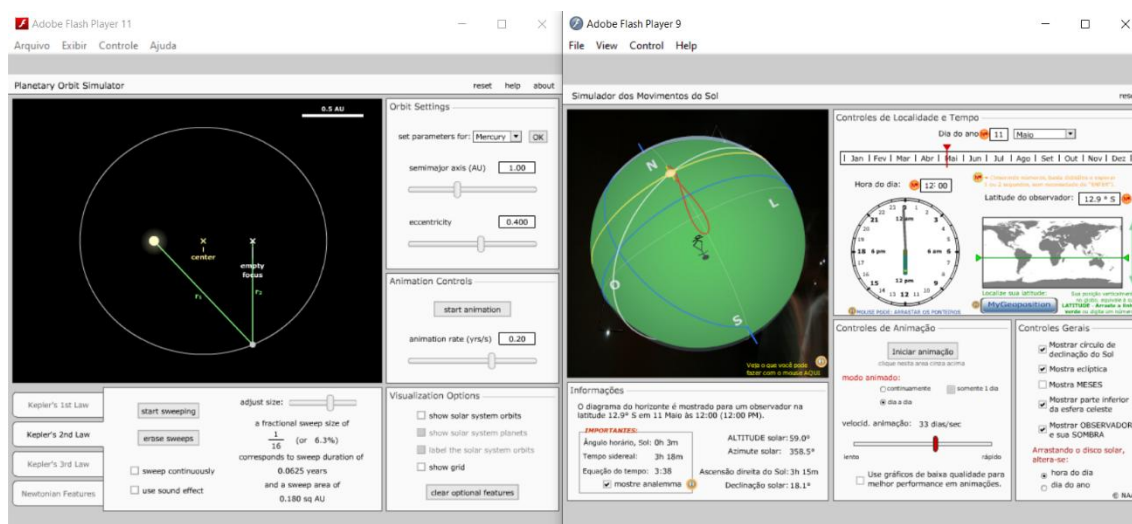


Figura 16 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Após a data de $\sim 11/05$ passaremos para a data aproximada de 21/06 (Figura 17):

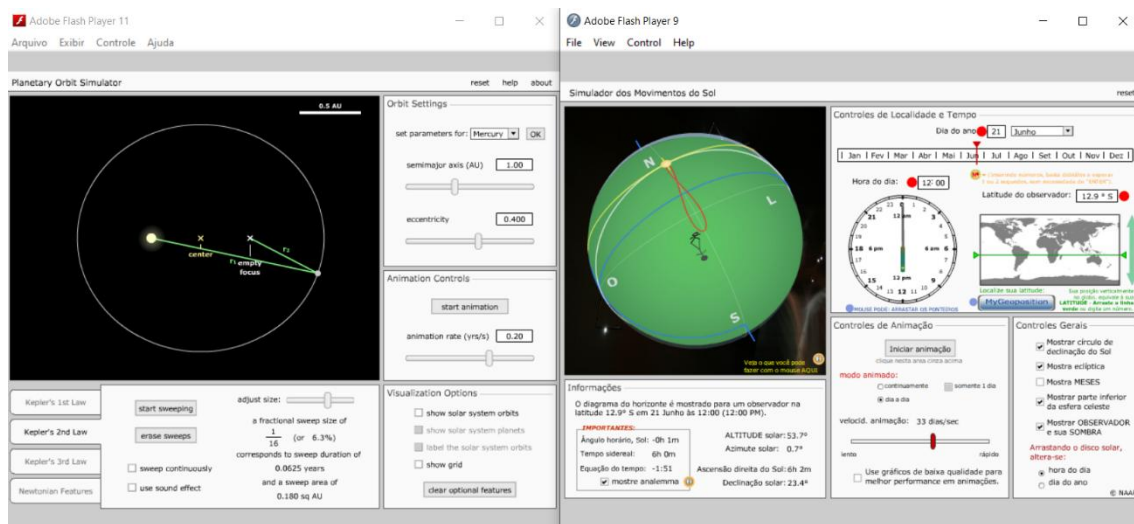


Figura 17 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)
 Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Nesta data o planeta está na posição de aproximadamente 21/06 no segundo simulador (solstício de verão no hemisfério norte e ponto mais setentrional do analema) e no primeiro simulador, o planeta está posicionado quase perfeitamente para a direita. Estará totalmente à direita na data do afélio, que será aproximadamente 05/07. No primeiro simulador, nesta data, o planeta estará posicionado perfeitamente para a direita da tela (a segunda das duas datas que podemos ter certeza em relação à sua posição deste simulador), e no segundo simulador já ultrapassa o ponto mais ao norte, indo para leste e iniciando sua viagem em direção à metade inferior do analema, como mostrado pela Figura 18:

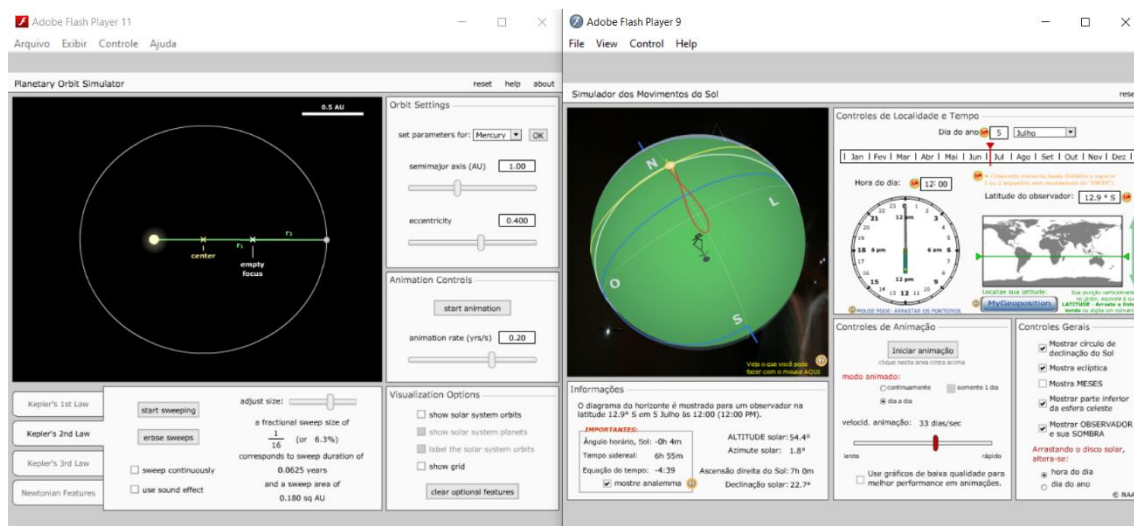


Figura 18 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Na próxima data, aproximadamente 25/07 ocorre outro ponto de inflexão do analema. O primeiro simulador estará em posição após o afélio (que foi aproximadamente 05/07), posicionado agora acima do foco vazio da elipse, por ser um ponto de inflexão. O segundo simulador mostra o Sol pela metade superior do analema no seu ponto máximo a leste (Figura 19):

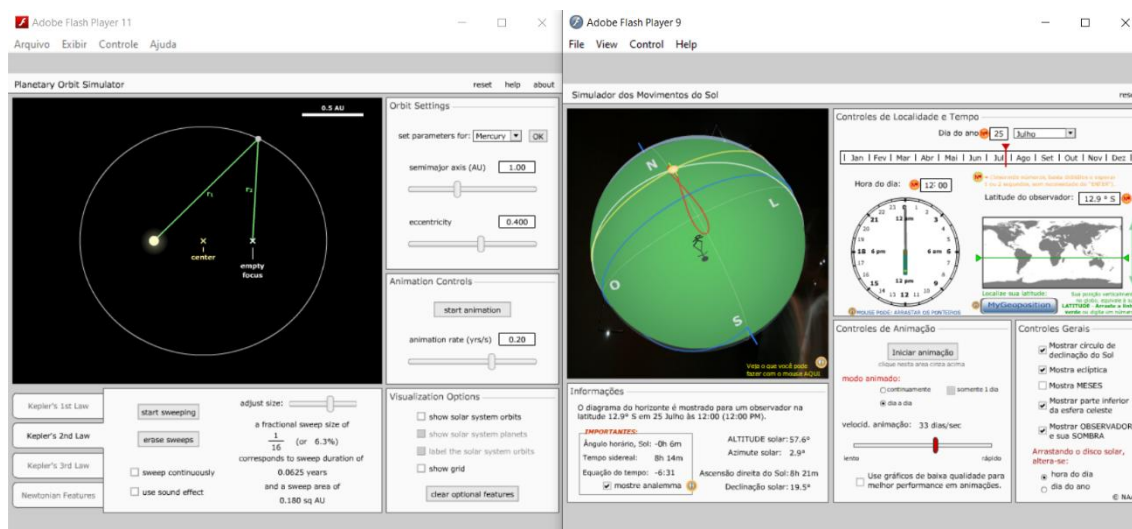


Figura 19 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Após aproximadamente 25/07, demonstrada pelo segundo simulador passaremos para a data de aproximadamente 31/08, que ainda estará um pouco mais à esquerda no primeiro simulador, (agora o planeta está posicionado para cima na imagem), mas ainda estará antes de $r_1 = r_2$, pois essa igualdade só ocorre na data em que o raio imaginário da elipse, (entre o planeta e o Sol) é médio, na metade exata entre o afélio e o periélio e não há como aferir perfeitamente a ocorrência desta data através do primeiro simulador, demonstrado pela Figura 20:

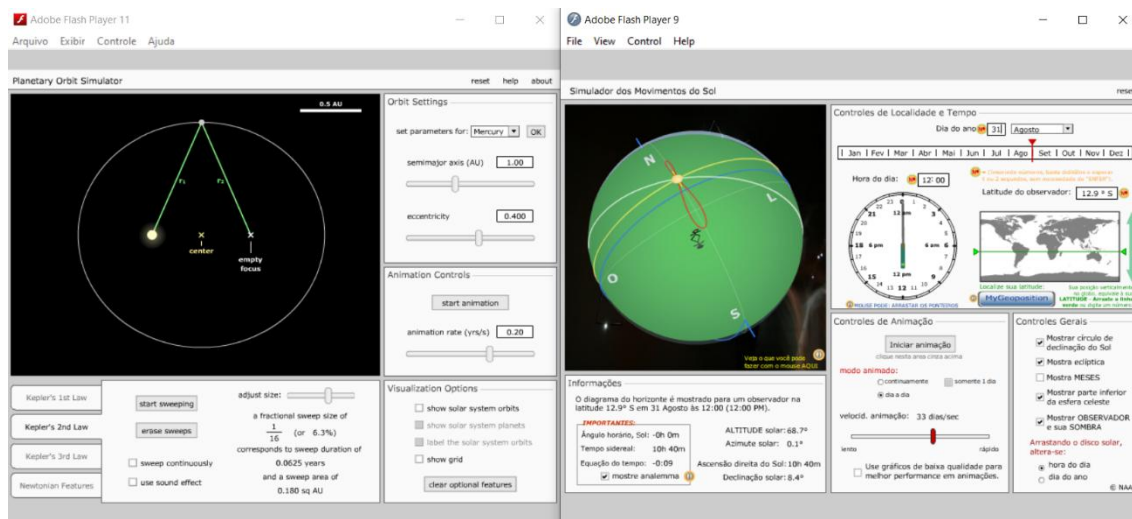


Figura 20 – Simulador de órbita planetaria (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

No primeiro simulador, o planeta está agora na sua órbita em uma posição um pouco mais à esquerda do que na posição anterior e por ser uma data de ponto de inflexão, optamos em demonstrar, por simplificação conforme descrito, acima do foco da elipse ocupado pelo Sol (Figura 21):

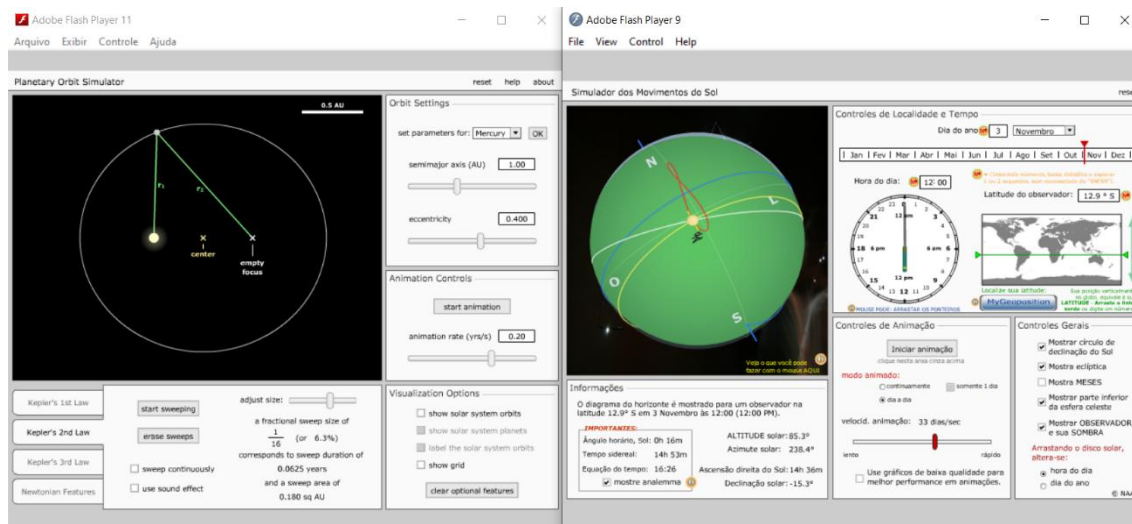


Figura 21 – Simulador de órbita planetaria (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

Após a data de aproximadamente 03/11, o planeta atingirá o solstício do sul aproximadamente 21/12, que pode ser visto claramente no segundo simulador, onde a velocidade do dia solar é próxima da média e a localização é

perfeitamente no ponto mais ao sul do analema. No primeiro simulador, esta data estará demonstrando o planeta posicionado para cima e para a esquerda, antes de se posicionar perfeitamente para a esquerda (quando chegar novamente na data do periélio, aproximadamente 01/05). Isso conclui a revolução em torno do Sol com uma imagem idêntica à primeira dentre todas aqui demonstradas, especificamente nesta parte (Figura 22):

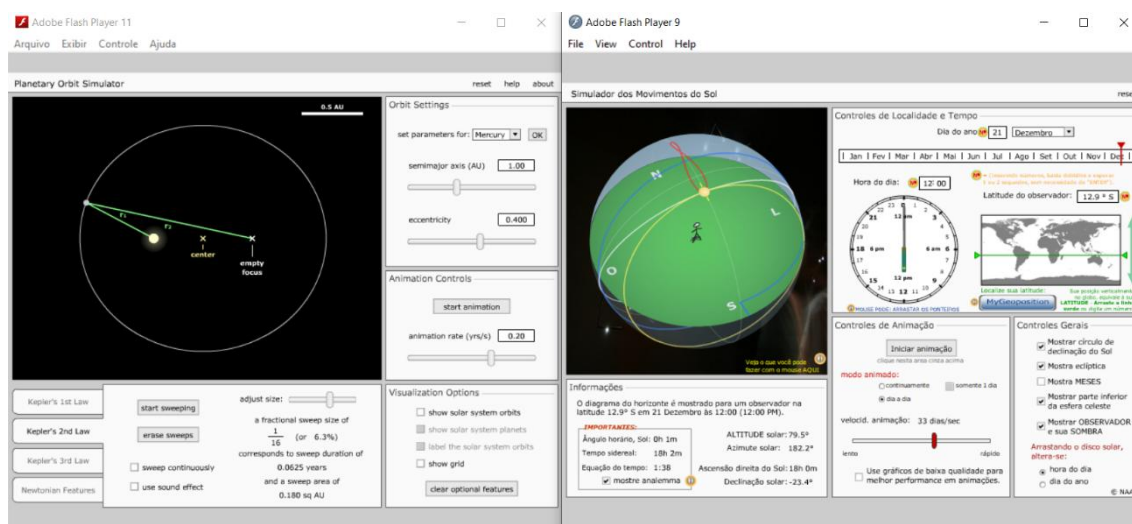


Figura 22 – Simulador de órbita planetária (esquerda) / Simulador dos movimentos do Sol (direita)

Fonte: <https://astro.unl.edu/naap/>

2.7 AS ESTAÇÕES DO ANO

De acordo com Oliveira Filho e Oliveira (2014, p 43), dada a inclinação aproximada de $23,45^\circ$ do eixo axial imaginário do planeta, ao completar uma revolução em torno do Sol, são criadas quatro posições distintas, também chamadas de quatro posições astronômicas do planeta, que são os pontos onde se convencionou que se iniciam as quatro estações do ano.

Para efeitos destas, normalmente não levamos em consideração a ocorrência do movimento de precessão do eixo, que completa uma volta inteira em cerca de 25.770 anos. Assim seus efeitos ao longo de um ano são praticamente imperceptíveis, aproximadamente $0,01397^\circ$. Dessa forma considera-se, para fins didáticos, que a inclinação do eixo é mantida ao longo do ano.

Dessa forma, as estações são invertidas em relação aos dois hemisférios do planeta e no dia 21 de dezembro de 2009 inicia o verão nos países do hemisfério sul, e ao mesmo tempo inicia o inverno para os países do hemisfério norte, (brasilecola.uol.com.br). Vejamos agora a Figura 23:

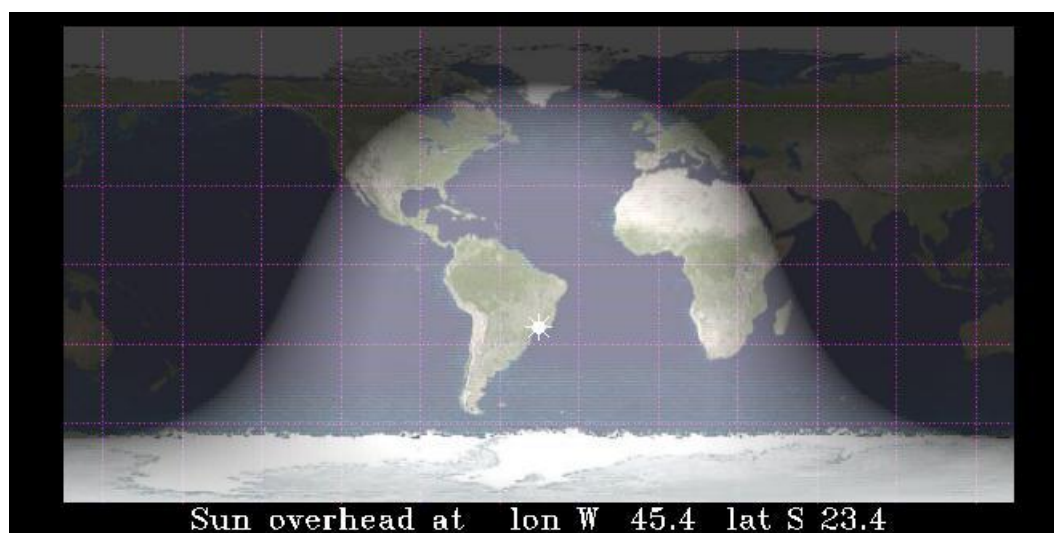


Figura 23 – Posição do Sol no Solstício de Verão do Hemisfério Sul (21/12/2009)
 Fonte: <http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earthview>

Para os efeitos deste trabalho, para além da descrição das estações do ano é particularmente importante a observação da incidência dos raios do Sol em zênite nesta data, ocorrendo exatamente sobre o trópico de capricórnio. Esta posição é denominada de solstício, (de verão para o sul e de inverno para o norte) e ocorre por volta de 21 de dezembro, conforme dito. Por volta do dia 21 de março, a inclinação do eixo cria a segunda das posições astronômicas, o equinócio, que marca o início do outono para o sul e a primavera para o norte.

O Sol está em zênite sobre o equador, com luminosidade equilibrada nos dois hemisférios (Figura 24):

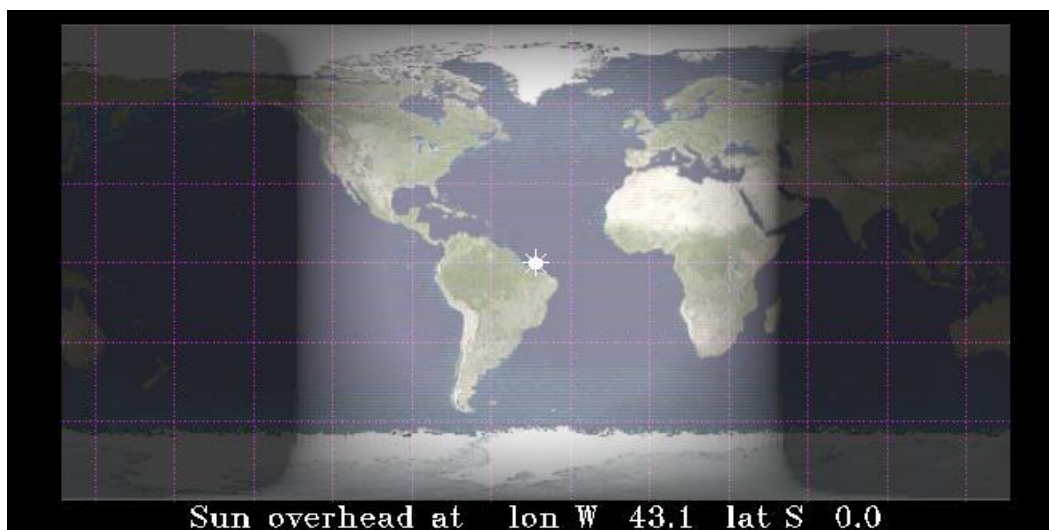


Figura 24 – Posição do Sol no Equinócio de Outono do Hemisfério Sul (20/03/2010)
 Fonte: <http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earthview>

Por volta do dia 21 de junho a inclinação do eixo cria a terceira posição astronômica do planeta que é o outro solstício, fazendo com que as condições de luminosidade entre os hemisférios sul e norte fiquem invertidas em relação ao solstício de dezembro. Assim o zênite solar ocorre sobre o trópico de câncer, assinalando verão para os países do norte e inverno para os países do sul, como vemos na Figura 25:

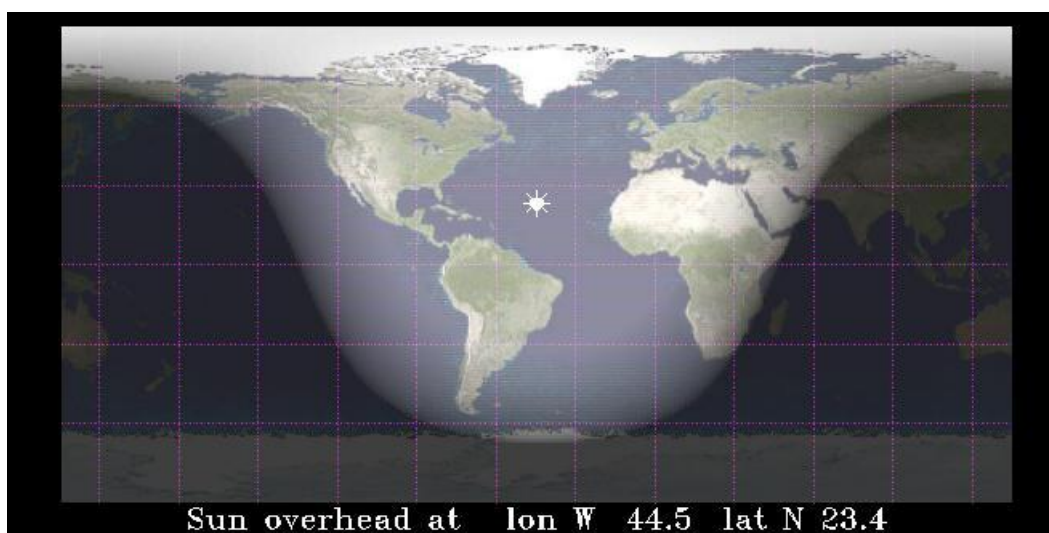


Figura 25 – Posição do Sol no Solstício de Inverno do Hemisfério Sul (21/06/2010)
 Fonte: <http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earthview>

Por fim, o planeta chega na quarta e última das posições astronômicas por volta do dia 21 de setembro, com zênite solar sobre o equador, quando ocorre o

segundo equinócio, desta vez com o outono iniciando para o norte e primavera para o sul (Figura 26):

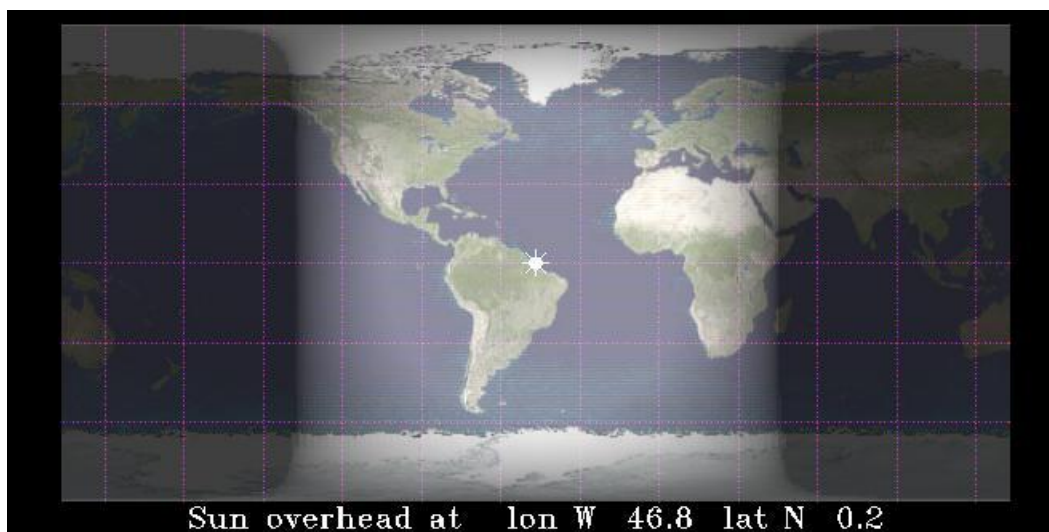


Figura 26 – Posição do Sol no Equinócio de Primavera do Hemisfério Sul (23/09/2010)
 Fonte: <http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earthview>

Então, para completar a revolução em torno do Sol a Terra chega novamente em 21 de dezembro, com zênite solar novamente sobre o trópico de capricórnio, como demonstrado na Figura 27⁵:

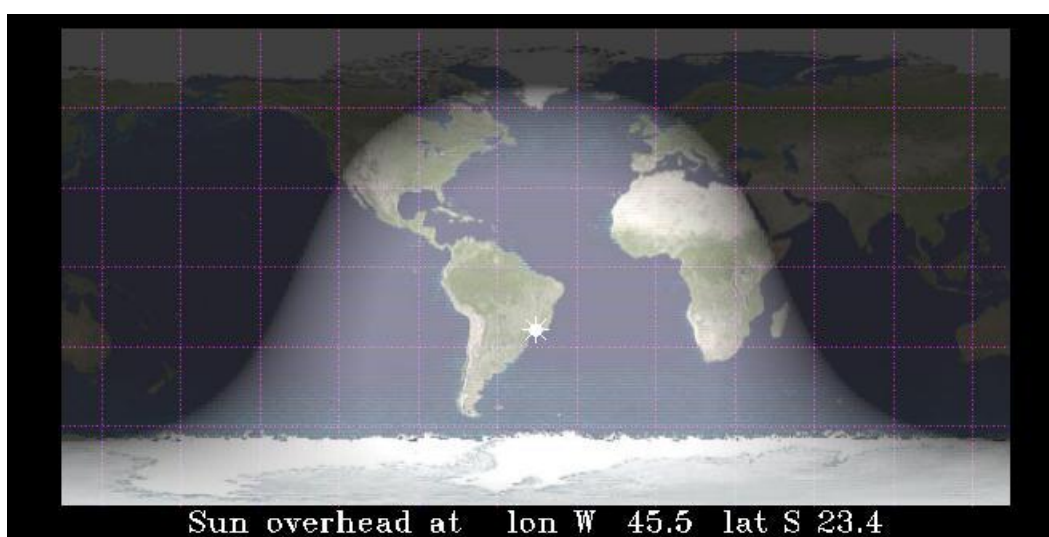


Figura 27 – Posição do Sol no Solstício de Verão do Hemisfério Sul (21/12/2010)
 Fonte: <http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earthview>

⁵ Por vezes, neste texto pode ocorrer a referência ao trópico de câncer como o trópico do norte e ao trópico de capricórnio como o trópico do sul. Esta referência ajuda particularmente em apresentações ao vivo para não ocorrer troca dos nomes.

Assim, fica claro que ao longo do ano, ou durante o movimento de revolução da Terra em torno do Sol os raios do astro rei só incidem em zênite de um trópico ao outro.

Obviamente quando incide no trópico do sul ele clareia também toda a calota polar do sul e a calota polar do norte apresenta uma noite de 24 horas, onde o Sol não aparece.

Esta condição se inverte no outro solstício e quando os raios estão em zênite no trópico do norte clareia toda a calota polar norte deixando a calota polar do sul com uma noite de 24 horas.

Como a Terra gira em torno do seu próprio eixo imaginário de oeste para leste, esta rotação cria um movimento aparente do Sol de leste para oeste.

Como o movimento do planeta é constante e a incidência dos zênites solares ao longo do ano se dão entre os trópicos, ocorre então o movimento aparente helicoidal do Sol que será demonstrado a seguir.

2.8 DETERMINAÇÃO DA LINHA NORTE SUL

Segundo a Equipe de Professores da USP do Curso Astronomia à moda antiga (Astronomia de posição), podemos encontrar a linha norte-sul com o auxílio de um gnômon (Figura 28):

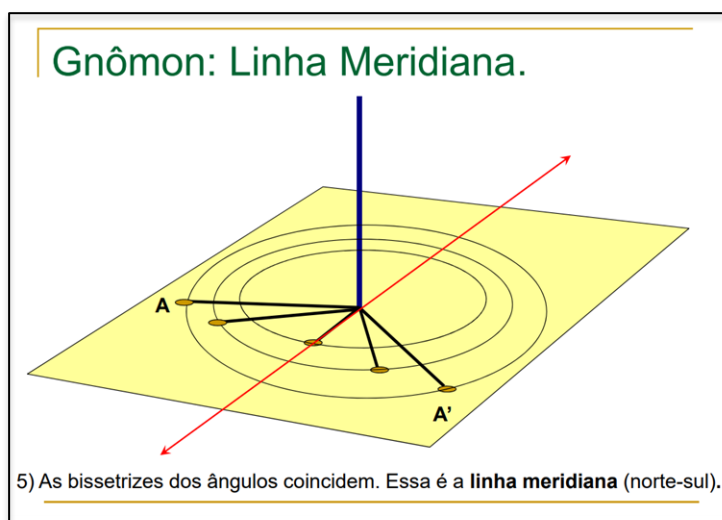


Figura 28 – Determinação da linha meridiana
Fonte: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=778049>

É necessário realizar marcações da sombra pela manhã, marcar uma circunferência com o gnômon como centro e pela tarde aguardar a sombra ter novamente o mesmo tamanho e tocar a circunferência. A bissetriz do ângulo formado entre as duas marcações é a linha meridiana, também conhecida como linha norte-sul.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Para que o conteúdo das páginas e capítulos seguintes possa figurar na base comum curricular, seja do estado ou nacional, e, para o correto ensino do tema estações do ano na zona tropical, são necessárias algumas considerações.

Seja em relação aos temas aqui trabalhados ou mesmo em relação aos temas da Astronomia de uma forma geral, faremos algumas considerações em face a algumas abordagens do ensino dos temas como tradicionalmente funciona para uma melhor compreensão e uma correta aprendizagem deles.

Algumas dificuldades de compreensão podem ser observadas ao somente praticarmos o ensino das estações do ano, por exemplo, na zona tropical com base nos conteúdos produzidos e destinados à zona temperada.

Provavelmente quando um professor se utiliza do sistema educacional vigente no nosso país, concebido por meio da importação de conteúdos europeus, importados para o nosso Brasil desde os tempos de colônia cria a sensação no alunado de que as nossas condições de temperatura, clima e posicionamento do Sol em relação ao nosso território são as mesmas da Europa.

De acordo com Athayde (2014, p. 34), o Sol, após incidir em zênite sobre o equador por volta de 21 de setembro, em um espaço de apenas cerca de 36 dias depois, incide em zênite sobre a latitude de Salvador por volta de 27 de outubro⁶. Isto faz com que se sinta muito calor em data intermediária ao que seria o meio da primavera oficial e cerca de 54 dias antes do verão oficial, desconfigurando totalmente a sensação de temperatura em relação ao que foi aprendido nos livros didáticos de conteúdo eurocentrista.

⁶ Obviamente em uma localidade pequena, um pequeno município, por exemplo, pode não observar exatamente um Zênite Solar sobre seu território dada a distância em quilômetros da localidade da ocorrência do Zênite Solar entre um dia e o outro que pode chegar a aproximadamente 33,35 Km (Athayde 2023, p. 32). Em um município com a extensão territorial de Salvador, entretanto, isto sempre ocorre duas vezes ao ano. Obviamente também, para todas as localidades e em todos os dias do ano existe a altura máxima do Sol diariamente.

Dessa forma a data em que se inicia o verão não é a data mais quente, por exemplo, em diversas localidades do trópico de capricórnio até o limite do extremo norte do país, ou seja, a maioria do nosso território.

Também o referencial dos livros didáticos com imagens de casinhas com neve para simbolizar o inverno não fazem o menor sentido certamente nas mesmas regiões, o que nos leva a propor que os professores realizem uma melhor contextualização da ocorrência do movimento do planeta para uma melhor compreensão do alunado.

O Brasil tem a característica de ser “cortado” pelo equador e um trópico e somente o nosso país apresenta tal condição. Isso significa que por ser um país de dimensões continentais o ensino do tema estações do ano precisa evoluir para contemplar todas essas peculiaridades.

Por essas e outras razões é preciso colocar no ensino a observação dos zênites solares na zona tropical para que a população possa se proteger dos raios solares de forma mais correta e se preparar para a chegada do calor.

Outro benefício para a sociedade como um todo é poder auxiliar no manuseio de plantas e animais e ainda poder explorar do ponto de vista do turismo anunciando a chegada do Sol para bem antes da data do verão oficial.

Atualmente a habilidade da Base Nacional Comum Curricular ligada a este tema no Ensino Médio é a EM13CNT204 (Elaborar explicações e previsões a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais).

Ela está contida na competência específica 2, a saber, “Construir e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar decisões éticas e responsáveis”.

É ponto pacífico que em uma localidade, em ocorrência do Sol de forma vertical, ou ainda que seja data de zênite na latitude deste local, ou seja, dias próximos aos da incidência do Sol em zênite, o calor vai ser maior do que em outras datas em que os raios de Sol incidam de forma inclinada.

Como exemplo podemos citar uma data aproximada em 21 de dezembro, data aproximada do solstício de verão para todo hemisfério sul, quando o Sol incide em zênite sobre o trópico de capricórnio e faz mais calor nas localidades próximas à cidade de São Paulo (nela, inclusive).

Nas outras datas das posições astronômicas, como por exemplo, no equinócio de março, o Sol incide de forma inclinada em São Paulo, dado o zênite ocorrer no equador e assim pelo maior espalhamento, o calor irá diminuir.

Na data do solstício de junho, mais inclinada ainda será a incidência do Sol naquela região, fazendo com que as temperaturas sejam ainda menores, culminando com a chegada do inverno para todo hemisfério sul com a incidência em zênite do Sol sobre o trópico de câncer.

Dessa forma, para demonstrar que as temperaturas ficam mais altas em dias de zênite solar em Salvador e que o calor aumenta muito nas datas do zênite na capital, que ocorre quase 60 dias antes da data do verão oficial, vejamos um quadro das temperaturas máximas na cidade tendo em mente que o dia 15 de fevereiro (data aproximada do segundo zênite na cidade), é o dia de número 46 do ano no gráfico demonstrado a seguir e o dia 27 de outubro (data aproximada do primeiro zênite na cidade) é o dia de número 301 (Figura 29):

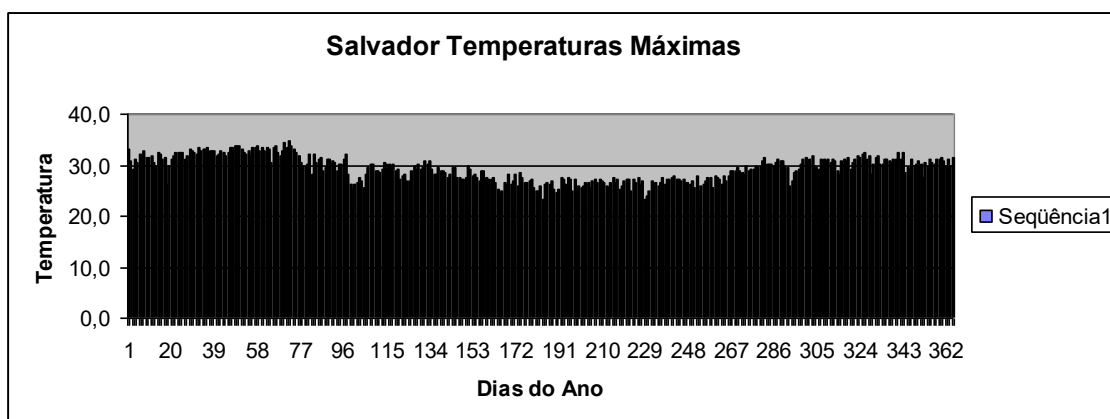


Figura 29 – Temperaturas Máximas em Salvador (eixo das ordenadas) ao longo de um ano (eixo das abscissas)

Fonte: Instituto Nacional de Meteorologia – INMET

Para demonstrar as diferenças entre o comportamento do aumento de temperaturas ao longo de um ano, vejamos o quadro das temperaturas máximas da cidade de Porto Alegre, por exemplo, que está localizada na zona temperada e por este motivo experimenta características semelhantes às localidades europeias, evidentemente levando-se em consideração a inversão dos solstícios, por ser ela do sul e a Europa estar no hemisfério norte (Figura 30):

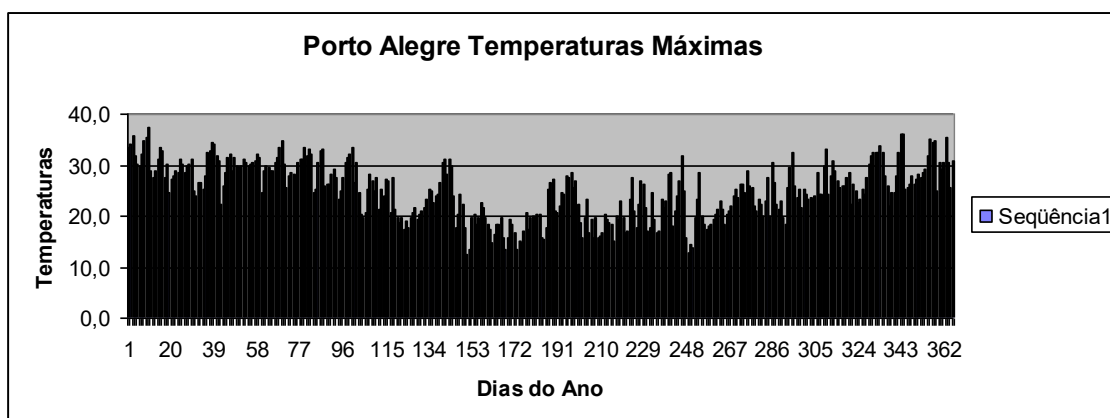


Figura 30 – Temperaturas Máximas em Porto Alegre (eixo das ordenadas) ao longo de um ano (eixo das abscissas)

Fonte: Instituto Nacional de Meteorologia – INMET

Como principais diferenças saltam aos olhos a grande amplitude de cerca de um ou dois graus (se consideradas as temperaturas mínimas), até os trinta e nove graus.

Devido ao fato de estar na zona temperada, apresenta de fato quatro estações bem delimitadas, além de variações na sua vegetação e comportamento diferenciado dos cidadãos nos hábitos diários e modo de vestir, não raro com agasalhos no inverno e roupas mais leves no verão.

Na capital Gaúcha nota-se também grandes saltos de amplitude bastante grandes em períodos curtos, coisa que não ocorre em Salvador. Um ponto em comum entre as duas capitais é que as menores temperaturas são encontradas em junho, devido ao fato de estarem as duas no hemisfério sul.

Outra diferença importante para os objetivos deste trabalho é que os períodos de maiores temperaturas são diferentes. Na capital do sul são maiores

de dezembro até próximo ao meio de março (15 de março = dia 73 do gráfico). Para a capital da Bahia a influência do zênite fica bem evidenciada no seu quadro de temperaturas nas duas vezes em que ocorre, o que demonstra diversas dificuldades de se fixar as regras de uma localidade para outras (Athayde, 2019, p. 04).

3.1 OUTRAS CARACTERÍSTICAS DA ZONA TROPICAL

Para além dos problemas com as datas divergentes entre as variações das temperaturas e o calendário oficial de estações do ano, alguns outros equívocos são percebidos. É comum pensarmos que no verão (oficial) os dias são mais longos do que as noites e o oposto ocorre no inverno, quando as noites são mais duradouras do que os dias.

Ocorre que para as latitudes próximas ao equador isto simplesmente não faz o menor sentido. Observa-se que no equador a diferença é imperceptível. Nas latitudes como por exemplo Feira de Santana com $12,27^{\circ}$ S ou Salvador com $12,9^{\circ}$ S a diferença é pífia, e certamente a população em geral não percebe tal diferença.

Entretanto, tal descrição equivocada consta da maioria dos livros didáticos, que assim descrevem a variação de fotoperíodo, sem fazer sentido em diversas localidades do nosso país. Vejamos um gráfico explicativo na Figura 31, mostrando a diferença de fotoperíodo por latitude e por meses do ano:

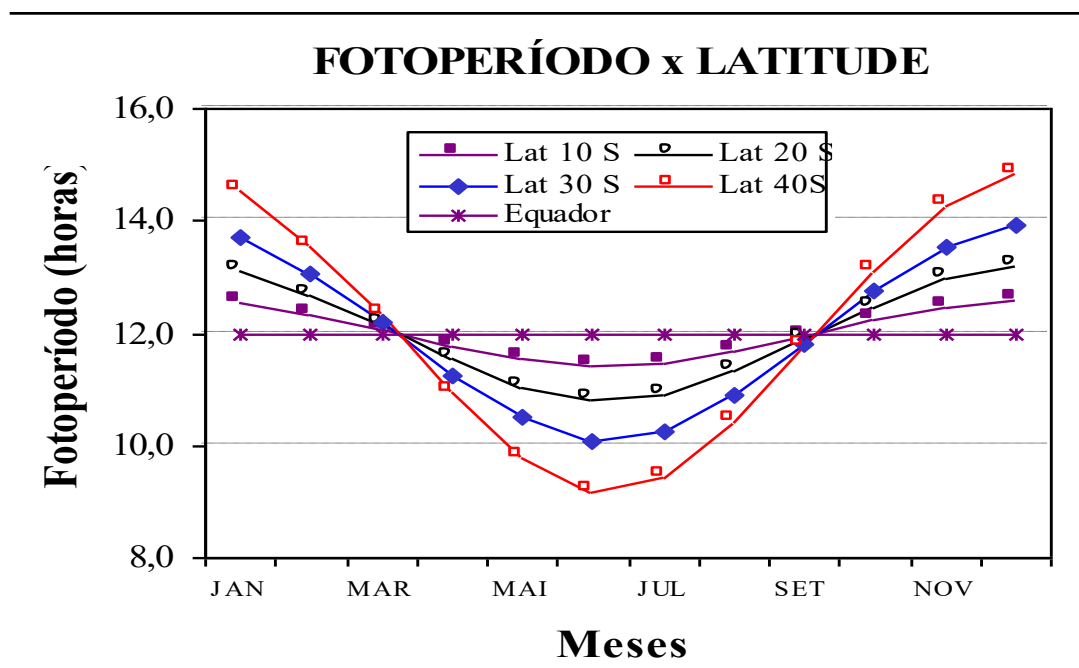


Figura 31 – Variação do Fotoperíodo em Latitudes do Hemisfério Sul
 Fonte: <https://slideplayer.com.br/slide/365962>

Para uma diferença de apenas uma hora por ano na latitude 10° as pessoas ainda fazem esta afirmação, influenciadas pelos livros didáticos, mesmo sendo habitantes das latitudes inferiores a 10° por conta do conteúdo desses livros que trazem as informações de forma equivocada, como se só existisse no nosso país a zona temperada, sem a observação das peculiaridades de outras regiões do país de dimensões continentais, como o nosso.

Obviamente que temos expressiva quantidade de população vivendo nessas áreas e mesmo que avançássemos para a latitude de 20° sul, a variação ainda seria de apenas duas horas para o período de um ano inteiro.

Note-se que o trópico de capricórnio, a partir do qual passamos para a zona temperada, apresenta latitude de $23,45^\circ$, ou seja, em uma boa parte da zona tropical não se pode observar do ponto de vista prático, esta diferença, equivocadamente divulgada pelos livros didáticos como se estivesse presente perfeitamente em todo o nosso vasto e variado território.

Cumprе esclarecer que, quando nos referimos à uma variação de apenas uma hora seria meia hora menos do que as 12 horas observadas no equador e

meia hora a mais. Quando são duas horas, significa uma hora a menos e uma hora a mais.

Efetivamente, na zona tropical os “atrasos” do Sol, especialmente o que ocorre por volta de 12 de fevereiro, adicionado à pequena variação do fotoperíodo em cada latitude é que trazem a sensação de dias maiores, mas o que afirmam os livros didáticos com base em conteúdos temperados não é verdade na maioria do nosso país, conforme demonstrado.

Não pelo menos da mesma forma como na zona temperada. Este equívoco poderá ser resolvido colocando nos nossos livros didáticos informações mais corretas que possam fazer com que alunos de todas as localidades aprendam o movimento aparente do Sol ao longo do ano corretamente.

De maneira análoga, quando o Sol está no seu momento mais “adiantado”, por volta de 03 de novembro isto mascara a sensação de calor porque seu crepúsculo irá ocorrer mais cedo. Cumpre lembrar que nestes dois momentos, em novembro e fevereiro as latitudes são muito próximas, entretanto tais descrições não constam dos nossos livros didáticos.

Inclusive também, as latitudes das máximas variações das velocidades do movimento aparente do Sol ocorrem em latitudes próximas às de Salvador e Feira de Santana, ainda segundo o autor (2014, p. 74) e tais fatos, se demonstrados, também ajudariam a contextualizar melhor o aprendizado do tema para o alunado.

Atualmente a habilidade da Base Nacional Comum Curricular ligada a este tema no Ensino Médio é a EM13MAT403 (Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas).

Ela está contida na competência específica 4, a saber, “Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca

de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático”.

Dessa forma dever-se-ia colocar no ensino as variações da velocidade do movimento aparente do Sol para uma melhor compreensão dos fenômenos da variação da luminosidade em uma mesma hora em períodos diferentes do ano, (Athayde, 2015).

Por meio da correta descrição da ocorrência dos adiantamentos ou atrasos da duração da luz do Sol, que são de fato percebidos especificamente nas localidades que estão situadas do equador até cerca dos 20º graus de latitude, pelo menos, os alunos poderiam compreender que a variação de luminosidade ali ocorrida não está diretamente associada às estações do ano.

Obviamente para as localidades da região sul e sudeste como Curitiba ou Porto Alegre, por exemplo, as descrições já informadas, de que os dias são mais longos com a proximidade do verão e as noites mais longas no período do inverno estão cem por cento corretas.

Essas variações da velocidade do movimento aparente do Sol se dão por três vezes ao ano de forma concordante com o regime de modificação da velocidade do planeta no seu trânsito orbital, ou seja, se o planeta está acelerando, ocorre aumento da “velocidade” do movimento aparente do Sol.

Em outras três ocasiões ao ano essas variações ocorrem de forma perfeitamente invertida, ou seja, ocorrem momentos em que o planeta está acelerando, mas a “velocidade” do movimento aparente do Sol está diminuindo e o contrário também ocorre, momentos em que o planeta está desacelerando, mas a “velocidade” do movimento aparente do Sol está aumentando (Athayde, 2023, p. 04).

Além do livro referenciado acima, também existe um capítulo com a descrição completa e a explicação da ocorrência das variações invertidas (e também das variações normais), no texto do produto educacional, o Compêndio de Astronomia Tropical.

Como na zona temperada, nas regiões sul e sudeste a maior diferença de fotoperíodo é percebida, especialmente entre um solstício e outro,

provavelmente a variação da “velocidade” do movimento aparente do Sol não seja percebida pela maioria das pessoas. Seria interessante a realização de uma pesquisa por lá para notarmos se as variações podem ser medidas diante de tal variação de fotoperíodo. Isto poderá ser objeto de pesquisa futura.

Também seria interessante a pesquisa da velocidade do movimento aparente do Sol em latitudes inversas, por volta do solstício do norte medida no sul e por volta do solstício do sul medida no norte, também assunto para pesquisa futura.

Quando nos referimos às diferenças entre as zonas temperada e tropical não significa sugerir ou pretender que existam dois livros didáticos diferentes, mas sim novos conteúdos que representem as regiões tropicais também (juntamente aos já existentes), para que tais conhecimentos sejam aprendidos e ensinados pelas populações das zonas temperadas também.

Outro ponto que convém demonstrar é a determinação precisa da linha norte-sul ou linha meridiana, que necessita da compreensão e consideração do Movimento Aparente Helicoidal do Sol (Athayde, 2023, p. 27), para ser corretamente encontrada, mas a literatura sobre o tema omite tal detalhe.

No capítulo específico sobre os dispositivos e experimentos deste texto traremos uma medição que demonstra uma incorreção de cerca de dez graus de declinação caso a linha norte-sul seja medida sem a observação deste fato astronômico ligado ao movimento aparente do Sol que também não é abordado pelos nossos livros didáticos.

No canal de vídeos do autor, que pode ser encontrado no site YouTube, (<https://www.youtube.com/@luizsampaioathayde/videos>) está hospedado um vídeo para a demonstração da medição realizada, intitulado “Determinação (precisa) da linha meridiana / Linha norte-sul” (Athayde 2024), vide referências.

Um dos dispositivos propostos também demonstra o movimento aparente helicoidal do Sol por meio da sugestão da colocação de fios de cobre em volta de um globo terrestre.

Seria interessante também a tomada de imagens no equador nas datas dos dois equinócios, no momento do nascer e do por do Sol para demonstrar

este movimento helicoidal do Sol. Certamente no nascer do Sol na data do equinócio de março a latitude é inferior ao equador em relação à latitude de onde se põe. E o inverso ocorre no equinócio de setembro, quando a latitude do nascer do Sol é superior à latitude do pôr do Sol. Também elementos interessantes para pesquisa futura.

Não se trata de supor também que cada região deverá estudar somente a parte que lhe representa. Os conteúdos precisam ser completados e as populações das duas partes aprenderão as realidades das duas partes. Da mesma forma como é importante compreender a sucessão dos movimentos e as ocorrências da maior diferença em fotoperíodo nos polos do planeta.

Ainda que seja a realidade de uma região distinta, acrescentaria em conhecimento além de valorizar as condições e peculiaridades do nosso país. Da mesma forma, e pelas mesmas razões as populações da zona tropical continuariam aprendendo e ensinando os conteúdos aplicáveis à zona temperada.

Sobre essas questões a BNCC dispõe que as escolas públicas e particulares deverão organizar os seus currículos e propostas pedagógicas “promovendo a elevação da qualidade do ensino com equidade e preservando a autonomia dos entes federados e as particularidades regionais e locais” (BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC).

Assim, as diferenças regionais são contempladas sob muitos aspectos, inclusive no ensino das ciências da natureza para o ensino médio que determina:

Avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias (BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC).

Dessa forma a abordagem histórica do tema estações do ano e também do tema movimento da Terra em torno do Sol não tem contemplado as diferenças regionais do Brasil, uma vez que, a realidade nas regiões próximas ao equador não condiz com o que é ensinado, ou seja, o ensino não reflete a realidade observada por lá.

3.2 ELEMENTOS MATEMÁTICOS DA ÓRBITA TERRESTRE REVISITADOS

As órbitas dos planetas do nosso sistema solar são praticamente coplanares, pertencem a um plano próximo. Entretanto, existem órbitas de outros corpos celestes que não obedecem a esta regra como os cometas e o planeta anão Plutão.

Por meio de uma nova abordagem da geometria da órbita da Terra chega-se às Novas Coordenadas Heliométricas (Athayde, 2023, p. 83), considerando, apenas para fins geométricos, que o eixo imaginário do Sol esteja orientado no mesmo sentido que o eixo imaginário da Terra.

Isto posto, nas datas dos equinócios o equador da Terra está perfeitamente alinhado com o “equador” do Sol e os raios que chegam em zênite no equador da Terra nessas datas, tem um ponto de origem do raio no Sol que está localizado no “equador” do Sol.

Nas datas de solstícios, o “trópico de câncer” do Sol está invertido em relação ao da Terra, (no norte da Terra e no sul do Sol Com $23,45^\circ$ em relação ao equador), da mesma forma que o seu “trópico de capricórnio” (no sul da Terra e no norte do Sol com $23,45^\circ$ em relação ao equador).

Imaginando que estejam os dois eixos imaginários perfeitamente paralelos, é possível explicar, por exemplo, os motivos pelos quais ocorrem as variações invertidas da velocidade do movimento aparente do Sol diariamente, descritas anteriormente, como nos mostra a Figura 32:

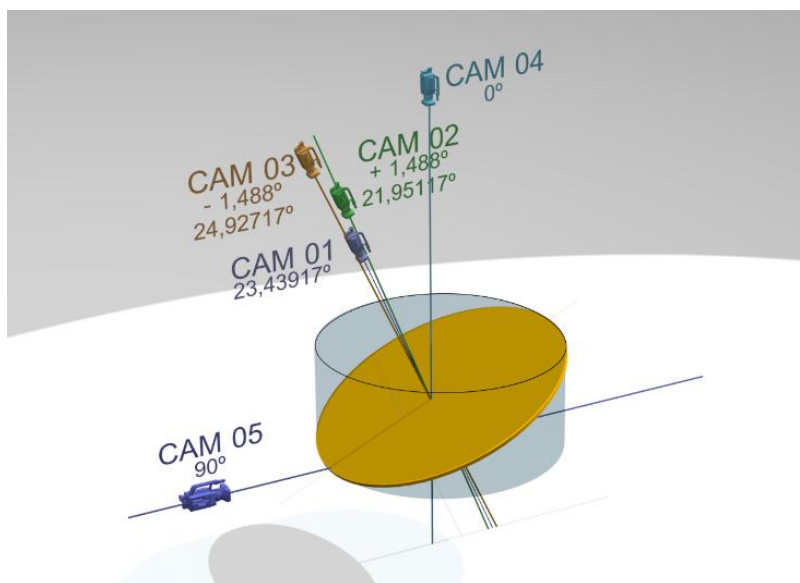


Figura 32 – Projeção do “sólido orbital” para a órbita terrestre – Visão em perspectiva
Fonte: Própria

Assim, pela câmera imaginária nº 01, que está perpendicularmente colocada em relação à órbita pintada de dourado e inscrita em um sólido orbital⁷.

A órbita com a excentricidade conhecida de cerca de 0,017 pode ser normalmente observada e se percebe que sua inclinação é idêntica à do eixo da Terra, 23,45° em relação à base do sólido orbital.

A câmera 04, com inclinação 0°, ou seja, está perfeitamente alinhada com a base ou plano do nosso sólido orbital. A partir dela, se observa a órbita com a excentricidade de 0,2467.

Da câmera 05, apoiada no plano base do sólido e, portanto, com uma declinação do seu ponto de visão com 90° em relação à câmera 04, se observa uma excentricidade de 0,7312, a maior de todas.

Dessa forma, as câmeras 02 e 03 têm uma mesma inclinação em relação à câmera 01, que é +1,488° para a 02 e -1,488° para a 03, ou seja, a declinação da 02 é de 21,95° e a da 03 é de 24,93°, ambas em relação ao sólido orbital.

⁷ O sólido que tem base circular é chamado de cilindro. As elipses normalmente formam sólidos de revolução girando-as pelo eixo menor ou maior e a estes chamamos de elipsoides. O sólido de base elíptica como o mostrado acima, também é chamado de cilindro elíptico.

O que as câmeras 02 e 03 têm de especial é que se olharmos delas veremos a órbita com uma projeção perfeitamente circular.

Também no canal de vídeos do autor no site YouTube, (<https://www.youtube.com/@luizsampaioathayde/videos>) está hospedado um vídeo, intitulado “Sólido Orbital” (Athayde 2025), vide referências. Uma imagem congelada pode ser vista aqui na Figura 33:



Figura 33 – Sólido orbital para a órbita terrestre – Visão em perspectiva
Fonte: Própria

Para encontrarmos tais valores é preciso sugerir uma constante da excentricidade em relação à obliquidade. Assim, considera-se que se olharmos para um círculo de forma perfeitamente perpendicular à um plano onde este esteja inscrito, teremos deste ponto de vista excentricidade zero, dada sua forma circular perfeita.

Entretanto, se inclinarmos o ponto de visão, tal qual a câmera imaginária nº 05, para observarmos de um ponto de vista aos 90 graus será impossível ver o círculo, mas somente veremos uma linha.

Assim, considera-se que de 45° de declinação do ponto de visualização a excentricidade vista seja aproximadamente 0,5 e foi considerado que a excentricidade máxima de 1,0 seja vista da declinação de 89° .

3.3 OUTRAS APLICAÇÕES DO SÓLIDO ORBITAL

Conforme vimos, a literatura coloca como fatores para a formação do analema a inclinação do eixo do planeta e a forma elíptica da órbita. Ocorre que, para a compreensão do alunado isto dificulta porque, ao tempo em que fisicamente a inclinação do eixo responde pela variação entre o norte e o sul a variação de velocidade do planeta na órbita não explica exatamente a variação entre leste e oeste do analema.

Com um breve exame do calendário na órbita e no analema, percebe-se que as datas mais “atrasadas” do Sol não são as datas do afélio. Da mesma forma, e, para completar a incompreensão, as datas mais “adiantadas” do movimento aparente do Sol não são datas próximas do periélio.

Atualmente a habilidade da Base Nacional Comum Curricular ligada a este tema no Ensino Médio é a EM13MAT504 (Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras).

Ela está contida na competência específica 5, a saber, “Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas”.

Para além do desenvolvimento dos achados na geometria como o cálculo da razão excentricidade X obliquidade da órbita e a possibilidade de aplicação em cones e cilindros, também levando-se em conta as propriedades da elipse em suas relações seja com círculo, seja com cones, além também da possibilidade da constatação da projeção circular (ou cilíndrica) da órbita terrestre, também se pode observar as velocidades harmônicas por meio da

medida da velocidade pelo deslocamento no sentido longitudinal axial (ou velocidade da obliquidade).

Utilizando-se do Teorema de Pitágoras para encontrar as medidas da secção do sólido orbital, considerando o ângulo de $23,45^\circ$ e a distância da Terra ao Sol na data do solstício de junho de mais de 151,72 milhões de quilômetros, encontra-se a distância da base do sólido orbital ao nível onde fica o Sol que é de aproximadamente 60,35 milhões de quilômetros.

No solstício de dezembro, repetindo a mesma metodologia encontramos a medida restante do nível do Sol até a parte de cima do sólido orbital que mede aproximadamente 58,67 milhões de quilômetros. Note-se que a medida total da altura do sólido orbital é de cerca de 119 milhões de quilômetros, o que dá aproximadamente 80% de uma Unidade Astronômica (UA), ou seja, é uma medida considerável (Amarante et al, p. 02).

Como o período entre um solstício e outro é de cerca de 183 dias a velocidade do deslocamento da Terra pela obliquidade ou sua velocidade axial é de cerca de 27.320 km/h (Athayde, 2024, p. 01). Como a velocidade média na órbita é de cerca de 107.302 km/h, encontramos a velocidade harmônica para a Terra de 3,9490 (Figura 29).

Note-se que este movimento pela obliquidade, no sentido axial é muito mais significativo até do que a própria rotação da Terra, visto que, no período de uma hora ela percorre na sua rotação apenas 15° , o que dá aproximadamente 1.670 km no equador. Já no sentido axial, conforme apontado, se desloca 27.320 km durante uma hora, ou seja, mais do que dezesseis vezes o deslocamento da rotação.

Se colocados no ensino e nos nossos livros didáticos, tais conteúdos podem auxiliar os estudantes na compreensão dos temas por fornecer visões e abordagens corretas.

Atualmente a habilidade da Base Nacional Comum Curricular ligada a este tema no Ensino Médio é a EM13MAT402 (Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente

proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica).

Ela está contida na competência específica 4, e como já foi transcrita aqui anteriormente evitaremos a repetição. Um ponto de destaque é que na procura por uma relação de proporcionalidade entre quadrados de outras grandezas, a partir das Coordenadas Heliométricas ocorreram outros achados.

3.3.1 HARMONIA ENTRE OS PLANETAS REVISITADA

A Terceira Lei de Kepler, que determina que o quadrado do período de revolução de um planeta ao redor do Sol é proporcional ao cubo da sua distância média ao Sol, ou seja, na dialética entre as Velocidades Harmônicas e a Lei Harmônica de Kepler foram encontrados expoentes não exatamente quadrados ou cubos, mas com números decimais, como visto na Figura 34⁸ (Athayde, 2023, p. 101):

$$V_{obl}^{1,134522} = V_{orb} \wedge V_{orb}^{0,881428184} = V_{obl}$$

$$\varphi \wedge \psi \rightarrow \frac{V_{orb}}{V_{obl}} = 3,9490$$

Figura 34 – Constante harmônica das velocidades da Terra
 V_{orb} = Velocidade orbital; V_{obl} = Velocidade da obliquidade
 $\varphi = V_{obl}^{1,134522} = V_{orb}$; $\psi = V_{orb}^{0,881428184} = V_{obl}$
 Fonte: Elaborado pelo autor

⁸ Evitaremos a colocação das equações das demonstrações das velocidades harmônicas dos outros planetas para não agigantar este texto. Todas estão demonstradas no texto do Compêndio de Astronomia Tropical.

Da mesma forma como a harmonia de Kepler está presente nas órbitas dos planetas do nosso sistema solar, se utilizarmos da mesma metodologia e realizarmos as medições em outros planetas, também encontraremos os sólidos orbitais deles e suas velocidades harmônicas, considerando que a inclinação do eixo esteja paralela à inclinação de um eixo imaginário do Sol, apenas para considerações geométricas.

A seguir está colocada a Tabela 01 com os planetas ordenados por inclinação do eixo e por suas velocidades harmônicas (Hc Méd). Note-se que existe uma ordem crescente de inclinação e decrescente de Velocidades Harmônicas (Athayde, 2024, p. 01):

| | Mercúrio | Vênus | Júpiter | Urano | Terra | Marte | Saturno | Netuno |
|------------|----------|---------|---------|---------|--------|--------|---------|--------|
| Inclinação | 0,034 | 2,60 | 3,13 | 7,77 | 23,44 | 25,19 | 26,73 | 28,32 |
| Hc Méd | 2.766 | 34,6261 | 28,7976 | 11,6444 | 3,9490 | 3,7065 | 3,4782 | 3,2899 |

Tabela 01 – Relações inclinação / Velocidade Harmônica dos planetas em ordem
Fonte: Elaborado pelo autor

Para além de existir uma relação inversamente proporcional entre a velocidade harmônica e a inclinação, os dados dos oito planetas harmonizam perfeitamente⁹ porque, se observarmos que a inclinação da Terra é cerca de três vezes maior do que a de Urano, que por sua vez é cerca de três vezes maior do que a de Vênus, iremos perceber também que a velocidade harmônica de Vênus é cerca de um terço da velocidade de Urano, que por sua vez é cerca de um terço da velocidade da Terra.

A velocidade harmônica é esta velocidade encontrada dividindo a velocidade orbital média (Vorb) pela velocidade do deslocamento axial, que por vezes também, nos referimos como velocidade da obliquidade (Vobl).

Todos os números da tabela acima se harmonizam, como por exemplo, se pegarmos a velocidade harmônica de Júpiter e dividirmos pela de Mercúrio

⁹ Consultamos o Dr. David Willians da NASA, responsável pelo site de onde foram retirados os dados para a construção da tabela, que nos informou que não há necessidade de aplicação de correções relativísticas nos dados de Mercúrio por serem apenas as medidas diretas de afélio, periélio e inclinação do eixo.

encontraremos como resultado 0,010411... Se pegarmos a inclinação de Júpiter e dividirmos pela de Mercúrio: 0,010862...

Evitaremos demonstrar inúmeros cálculos aqui por não ser o foco deste trabalho. Quem tiver interesse pode consultar o texto dos produtos educacionais correlatos à esta Dissertação. Com os dados da Tabela 01 é possível produzir uma Função do tipo Exponencial Decrescente para os dados apresentados (Figura 35):

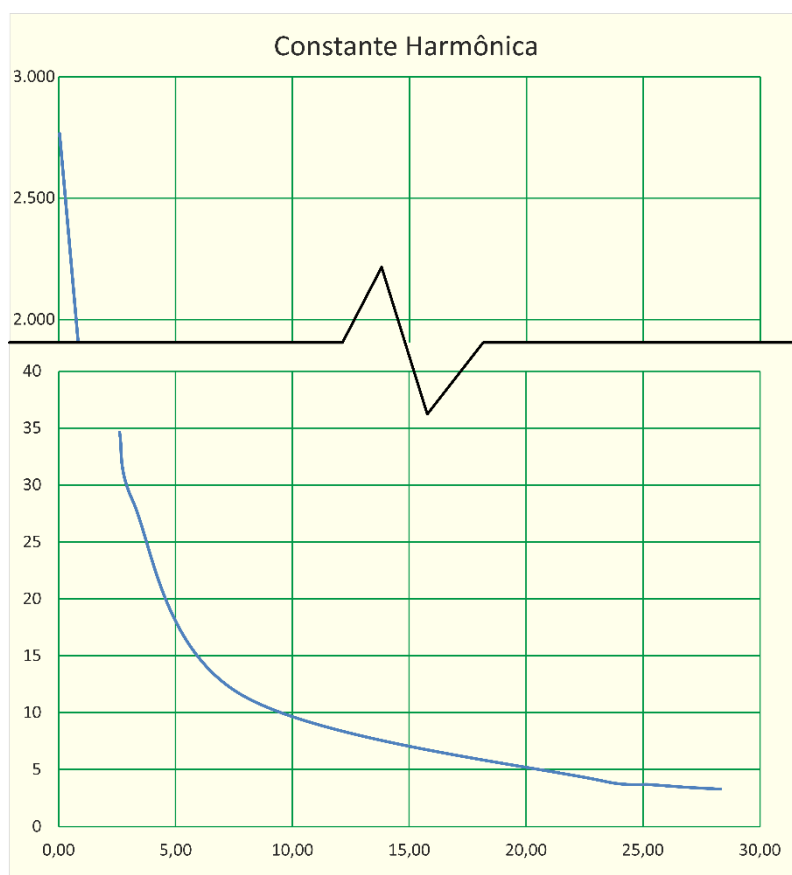


Figura 35 – Gráfico da Função das Velocidades Harmônicas (eixo das ordenadas) e as inclinações dos eixos dos planetas (eixo das abscissas)
Fonte: Própria

Para encontrar a equação dessas relações harmônicas entre as Velocidades Harmônicas dos planetas e suas declinações, utilizamos um aparato do site dCode, intitulado *Function Equation Finder* que forneceu duas equações. A primeira refere-se aos dados de Mercúrio, Vênus, Júpiter e Urano, ou seja, para os planetas com declinação menor que $7,77^\circ$ (Figura 36):

$$\begin{aligned}
 f(x) = & (-0.0000980126 * x^7) + (0.0114886 * x^6) \\
 & - (0.5372 * x^5) + (12.6786 * x^4) \\
 & - (157.364 * x^3) + (979.289 * x^2) \\
 & - (2768.29 * x) + 2859
 \end{aligned}$$

Figura 36 – Equação da Função das Velocidades Harmônicas de Mercúrio a Urano
Fonte: dCode.fr

Para os outros planetas, a saber, Terra, Marte, Saturno e Netuno, ou seja, com declinações maiores que 23,44°, o site entregou outra equação (Figura 37):

$$\begin{aligned}
 f(x) = & (0,0025513 * x^3) - (0,195189 * x^2) \\
 & + (4,82634 * x) - 34,7943
 \end{aligned}$$

Figura 37 – Equação da Função das Velocidades Harmônicas da Terra a Netuno
Fonte: dCode.fr

Foi encontrada uma harmonia para todos os planetas, também por meio da soma dos expoentes, para além da harmonia matemática entre as inclinações dos eixos e suas velocidades harmônicas.

Ainda sobre a competência específica 4, que foi o foco no item anterior, cumpre destacar alguns dos seus objetivos, a seguir, transcritos:

As habilidades vinculadas a essa competência tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes. Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliar a capacidade de pensar matematicamente (BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC).

Dessa forma, ao colocarmos oficialmente no ensino as novas Coordenadas Heliométricas e as contribuições à harmonia Kepleriana, potencializamos o aprendizado do tema para uma melhor compreensão da geometria orbital, inclusive com uma explicação correta para a ocorrência do analema do Sol.

4. METODOLOGIA

Esta pesquisa apresentou como objeto de estudo o ensino dos movimentos da Terra, um dos elementos contidos na Astronomia do Sistema Solar. Foram produzidos dados ao longo do ano de 2024 em uma escola de porte médio da rede particular de ensino, da cidade do Salvador, com alunos das séries do Ensino Médio que aceitaram voluntariamente participar da pesquisa. A escolha do Ensino Médio se deu pelo fato de que neste nível de ensino já se estuda Física, por meio dos conteúdos desenvolvidos por Kepler e Newton, que é uma das ciências que dão base aos estudos dos movimentos da Terra, contido na Astronomia.

A escolha também foi justificada pelo fato de que nas séries do ensino médio se estuda a matemática por meio da geometria espacial, o que traz ferramental para os alunos compreenderem os movimentos dos corpos celestes.

Foi utilizado um termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE – Anexo 03), assinado pelos alunos e seus responsáveis, uma vez que possivelmente as imagens serão utilizadas nesta pesquisa ou mesmo em futuras publicações.

A presente pesquisa apresenta conteúdos matemáticos por meio dos achados que apresenta, especialmente nas partes onde descreve a relação entre obliquidade e excentricidade da órbita terrestre, além da característica de não deformidade das elipses.

Também são apresentadas as equações das velocidades harmônicas dos planetas, que por sua vez são encontradas a partir da utilização do modelo de geometria espacial, para uma nova visão da geometria orbital. Dessa forma a presente pesquisa pode ser enquadrada, relativamente a essas partes, como pesquisa matemática.

De acordo com Bunge apud Lakatos e Marconi (2003, p. 84) o método científico é a teoria da investigação, e, esta última, por sua vez, alcança seus objetivos por meio do cumprimento de algumas etapas, a saber:

- Descobrimento do problema ou lacuna dos conhecimentos existentes, que é perfeitamente o ocorrido neste trabalho;

- Procura de conhecimentos relevantes ao problema, que é o que está feito na parte do estado da arte no início deste texto;
- Introdução de novas ideias ou produção de novos dados empíricos que possam resolver o problema. Foi exatamente o que foi feito com a proposição dos conhecimentos desenvolvidos e propostos por parte do autor;
- Prova ou comprovação da solução, que é o confronto da solução com a totalidade das teorias e correção das hipóteses e teorias, caso tenham sido empregadas teorias incorretas, que encontra-se nos resultados e na conclusão deste trabalho.

Este texto se apresenta, do ponto de vista da sua metodologia, como uma pesquisa aplicada, uma vez que sugere novas abordagens que precisam ser colocadas no ensino de uma forma geral e que podem inclusive (e devem), gerar novas pesquisas e desenvolvimentos de mais materiais de estudo que permitirão uma melhor compreensão dos temas abordados.

Com base nos procedimentos técnicos esta pesquisa também pode ser caracterizada como pesquisa experimental, uma vez que foram feitas diversas imagens de ocorrência dos zênites solares e de outros elementos, por exemplo, para comprovar a variação invertida dos dias solares na zona tropical, dentre outras providências.

Após a apresentação dos temas da Astronomia como são normalmente ensinados e transmitidos, algumas inovações e contribuições teóricas do autor são colocadas para que sejam feitas descrições melhoradas de fenômenos observados e conhecidos. Dessa forma a presente pesquisa apresenta a característica de pesquisa ação. Segundo Thiollent apud Gil a pesquisa ação é:

Um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (GIL, 2002, p. 55).

5. EXPERIMENTOS E PRODUTOS EDUCACIONAIS

As competências de Astronomia estão também previstas em outros níveis da educação básica, como por exemplo, no Ensino Fundamental com objetivos de transposição didática. Apresentaremos, mais adiante, três dispositivos e quatro experimentos.

Para os anos finais, de acordo com a BNCC, no oitavo ano o tema está relacionado com a habilidade (EF08CI13) e no nono ano com a habilidade (EF09CI14). Especificamente no sexto ano tem a (EF06CI14) que refere-se à compreensão das sombras de um gnômon.

Existem diversas outras competências relacionadas a Astronomia no nono ano como, (EF09CI15), (EF09CI16) e (EF09CI17). Para o Ensino Médio também diversas competências são relacionadas com a Astronomia, como por exemplo (EM13CNT204) e (EM13CNT209).

5.1 DISPOSITIVOS E PRODUTOS EDUCACIONAIS

Diversos experimentos e situações didáticas podem ser conduzidas para a fixação do conceito de Zênite Solar nas localidades tropicais. Seguem abaixo dois exemplos de demonstração e observação da ocorrência do Zênite Solar nas Figuras 38 e 39:

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |
| <p>Segundo Zênite Solar na Unirb em Salvador (15/02/2020)</p> | <p>Segundo Zênite Solar em Salvador (14/02/2010)</p> |

Figuras 38 e 39 – Demonstração do Zênite Solar com pessoas e com um gnômon
Fonte: Própria

O primeiro dispositivo é um gnômon, munido de bússola, nível, régua para medição das sombras quando elas ocorrem e GPS para demonstração das coordenadas geográficas locais. As régua instaladas por meio de adesivos permitem medir as declinações das sombras ou para demonstrar a ausência delas nos momentos de zênites solares nas cidades de Salvador e Feira de Santana. Este gnômon está demonstrado na figura 34 acima. Também por vezes é chamado de Placa do Zênite Solar. Apresenta também a declinação magnética de Salvador fornecido pela Comissão de Geomagnetismo do Canadá (2011).

Um primeiro experimento pode ser conduzido com alunos para a demonstração da ocorrência do Zênite Solar nas nossas cidades nas datas de ocorrência e também as máximas declinações possíveis das sombras, mostrando-as no momento da passagem meridiana do Sol nas localidades, nas datas dos dois solstícios. Um exemplo está demonstrado nas figuras 33 e 34 acima.

Este gnômon, confeccionado com um parafuso de cerca de 12 cm, está devidamente abrigado em uma placa de aço inoxidável polido que conta inclusive com a demonstração da declinação magnética de Salvador em relação ao norte verdadeiro, fornecida pelo site da Comissão Geológica do Canadá por meio de adesivos, juntamente com as demonstrações dos principais pontos cardeais e quatro parafusos nas extremidades para ajuste do nivelamento.

Uma demonstração de duas dessas ocorrências estão devidamente documentadas em um site popular de vídeos da internet hospedados em um canal com o nome do autor. A demonstração em Salvador foi feita em 26/10/2023 às 11:17 e no Observatório Antares em 28/10/2023 às 11:16.

Obviamente podemos ter as mesmas funcionalidades do gnômon com uma simples vareta espetada no chão. Com ela, sabendo a latitude do local e pela movimentação do Sol ao longo de um ano, pode-se demonstrar da mesma forma a ocorrência de zênite solar pela ausência de sombra ou pela menor sombra possível nas datas de zênite na latitude do local, pode-se construir um relógio de Sol e também determinar com precisão a linha Norte Sul.

Todos os dias no seu movimento aparente o Sol nasce no Leste e se põe no Oeste.

Sabemos que na data aproximada de 21 de junho o Sol vai estar o mais ao norte possível, incidindo em zênite sobre o trópico de câncer e na data aproximada de 21 de dezembro estará mais ao sul possível, incidindo em zênite sobre o trópico de capricórnio.

Assim, por exemplo, para um cidadão de Macapá, que está na linha do equador, onde o Sol incide em zênite nas datas dos equinócios, (aproximadamente 21 de março e 21 de setembro), nas datas dos solstícios, (citadas no parágrafo anterior), a sombra do gnômon terá praticamente o mesmo tamanho, só que em dezembro fará sombra para o norte e em junho fará sombra para o sul.

Em Macapá, ocorreria a seguinte situação em datas de equinócios pela manhã, ao nascer do Sol (Figura 40):

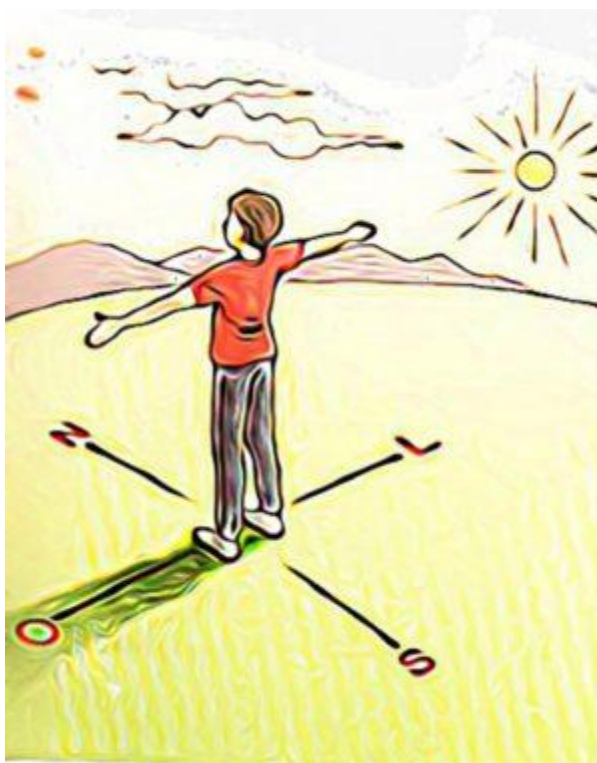


Figura 40 – Demonstração dos pontos cardeais por meio das sombras

Fonte: <https://www.astronomiapratica.com.br/experimentos/medindo-direcoes-construindo-um-gnomon/>

A mesma situação da Figura 39 ocorre, por exemplo, também em Feira de Santana, por volta de 26 de outubro e em Salvador por volta de 27 de outubro,

que são datas aproximadas de zênite solar nas latitudes dessas cidades, quando o Sol está indo do Norte para o Sul.

Imaginando que a experiência seja feita em João Pessoa, por exemplo, apresentará uma sombra maior na data do solstício de junho do que no de dezembro, visto que a latitude da cidade fica alguns graus mais ao sul do equador. Assim, sucessivamente, quanto mais ao sul o observador estiver e o experimento for realizado, maior ficará a sombra para o sul, dada a maior distância que estará do solstício do norte, com zênite solar no trópico de câncer.

Para a realização do experimento na zona temperada, com latitudes sul maiores do que a da linha do trópico de capricórnio, como por exemplo as capitais dos três estados da região sul, o gnômon nunca poderá demonstrar a ocorrência de zênite solar, porque não ocorre zênite do Sol por lá e a sombra do solstício de junho, quando ocorre o inverno, ficará ainda maior e a de dezembro, quando é o verão, as sombras do gnômon nessas localidades também apontará para o sul, só que será a menor possível, como demonstrado pela Figura 41:

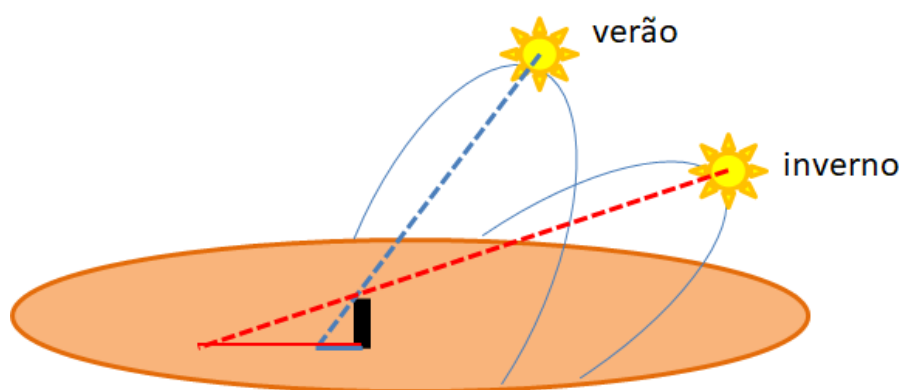


Figura 41 – Demonstração das sombras com um gnômon na região Sul
Fonte: <https://pt.khanacademy.org/>

Tais informações devem ser levadas em consideração para a realização do experimento com um gnômon, inclusive para a determinação precisa da linha Norte Sul, (Athayde, 2023, p. 21), por meio da observação do movimento (aparente) helicoidal do Sol ao longo do ano.

Assim, dessa forma cumpre demonstrar que um gnômon pode ser feito de forma muito simples, utilizando cabo de vassoura serrado ou inteiro a depender do tamanho da área que se tem disponível para a projeção da sombra no chão.

Segundo Magalhães (2018), pode ser afixado no chão ou em uma base, como o da figura que segue, que pode ser retirado para anotar marcações ou para proteger da chuva, desde que ao se recolocar se garanta que está rigorosamente no mesmo local (Figura 42):



Figura 42 – Gnômon de baixo custo

Fonte: <https://nastro.ufpa.br/equipamentos/equipamentos-de-baixo-custo/gnomon-simples>

O segundo dispositivo é um artefato com cerca de 2,7m de altura, que pode ser construído no terreno do Observatório Antares, em formato de um arco com proporções inspiradas no número de Fibonacci para a demonstração de alguns eventos solares no local.

A conhecida sequência numérica de Fibonacci são uma disposição particular dos números naturais onde cada número é a soma dos dois números anteriores. Assim, quanto maiores forem os números, se divididos o maior pelo antecessor menor, sempre se encontra a constante de 1,618.

A sequência tem aplicações em diversas áreas, incluindo matemática e arquitetura. É encontrada em elementos da natureza e também em diversas obras feitas pelo Homem.

Muito embora aqui na sugestão do artefato a seguir, o fato deste ser construído em forma de Fibonacci não tenha nenhuma influência no seu funcionamento, consideramos que despertará interesse aos assuntos conexos à construção do mesmo.

Um orifício acima do artefato irá demonstrar a incidência da luz do Sol exatamente abaixo deste nos dias do Zênite Solar na cidade de Feira de Santana, por volta de 26 de outubro e 16 de fevereiro.

Este mesmo orifício de formato circular irá demonstrar uma elipse no solo nos dias dos solstícios, durante a passagem meridiana do Sol no local. No solstício de verão para o nosso hemisfério sul, por volta de 21 de dezembro, a elipse terá uma distância menor do que a outra demonstrada no solstício de inverno para a localidade, dada a latitude de Feira de Santana, conhecida como Princesa do Sertão, de aproximadamente 12° de latitude sul.

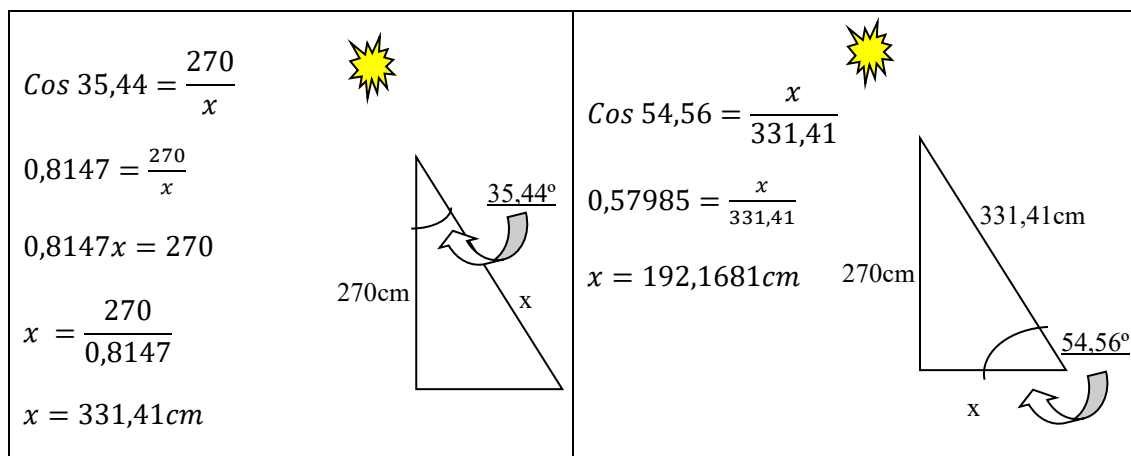
As excentricidades dessas elipses podem ser determinadas com aparato de cálculo conforme apresentado na parte do texto em anexo onde abordamos a Razão Excentricidade / Obliquidade para a órbita da Terra e para sólidos geométricos de uma forma geral.

Obviamente a elipse gerada pela posição do solstício de inverno, que ficará mais distante da base do arco no chão apresentará uma excentricidade maior do que a elipse gerada na posição do solstício de verão.

Esta projeção das elipses dos solstícios podem trazer marcações no solo para os próximos ~11.105 anos para instigar a curiosidade de apreciadores da obra, ou seja uma marcação no solo para ser vista no ano de 13.128 quando o eixo do planeta apresentará a declinação mínima de $22,1^\circ$.

Podemos até marcar também (e por que não?), a declinação máxima de cerca de $24,5^\circ$, na qual chegaremos por volta do ano 33.628.

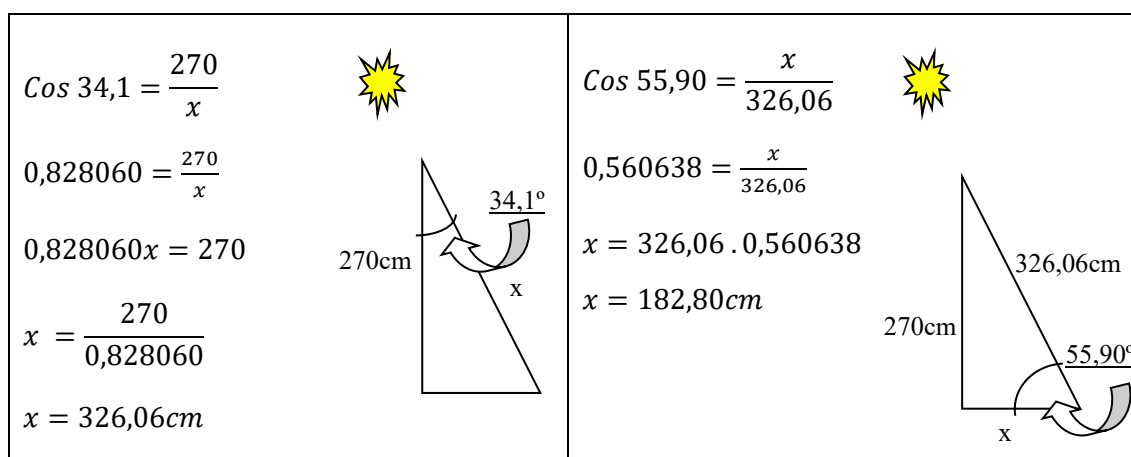
Com a inclinação atual do eixo de $\sim 23,44^\circ$ um artefato com 270 cm de altura apresentará na data do Solstício de Inverno, um ângulo com a parte mais alta de $35,44^\circ$ ($23,44^\circ$ do eixo mais 12° de Feira de Santana). Para encontrarmos a distância que a sombra estará lateralmente do arco, como nos mostra as Figuras 43 e 44:



Figuras 43 e 44 – Cálculo da sombra do Arco durante o Solstício de Inverno atualmente
Fonte: Própria

Para os anos de 13.128 e 33.628 podemos inclusive deixar, alguns metros abaixo do solo, uma cápsula com mensagens dos Colegas da décima turma do MPAstro e dos Professores para nossos descendentes que viverão nesses anos, quando a inclinação do eixo da Terra for o valor mínimo e máximo, para saudá-los, para contar um pouco de como é a vida por agora e torcer para que no futuro todas as coisas estejam melhores para nossos descendentes.

Dessa forma, por volta do ano 13.128, com a inclinação do eixo de $\sim 22,1^\circ$ o artefato com 270 cm de altura apresentará na data do Solstício de Inverno, um ângulo com a parte mais alta de $34,1^\circ$ ($22,1^\circ$ do eixo mais 12° de Feira de Santana). Segue cálculo da sombra produzida pelo arco (Figuras 45 e 46):



Figuras 45 e 46 – Cálculo da sombra do Arco durante o Solstício de Inverno no ano 13.128
Fonte: Própria

Assim, ao final do período de todos esses anos a sombra modificará a partir do ponto atual, cerca de 9,36cm. Evitaremos colocar os cálculos para as outras posições, a saber, o solstício de verão e as posições quando o eixo apresentar sua inclinação máxima, por volta do ano 33.628 para não agigantar este texto.

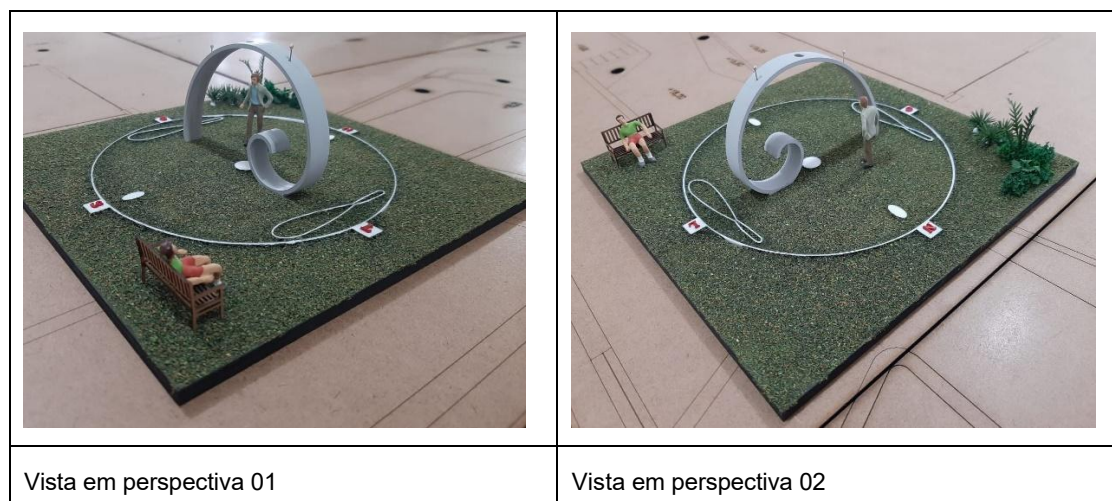
Além de demonstrar essas quatro datas principais dos eventos solares na cidade, dois orbes estrategicamente colocados sobre a construção irão demonstrar ao longo do ano inteiro, em uma determinada hora, um analema que estará previamente demarcado no chão. Um do lado oeste do arco Fibonacci para a marcação por volta das 09:27 da manhã e outro do lado leste para marcação por volta das 15:27 da tarde.

A depender da área em volta do artefato podemos até colocar mais de um orbe de cada lado, assim ele poderá demonstrar analemas em mais de uma ocasião antes da passagem meridiana do Sol e em mais de uma ocasião após a passagem do astro rei. Podem ser, por exemplo, dois orbes de cada lado.

Com a altura de 2,70m uma pessoa pode perfeitamente entrar ou passar por baixo do arco. Na proporção Fibonacci uma das curvas do caracol, por assim dizer, tem 1,03m, o que permite colocar uma placa com informações necessárias e um QR Code no concreto para que as informações possam ser lidas.

Este QR Code deve ser divulgado nos sites das instituições que os construam para fornecer maiores informações aos interessados. O arco será um instrumento educativo excelente para a demonstração das posições do Sol em relação à Princesa do Sertão.

As Figuras 47 e 48 à seguir nos mostram imagens da maquete do Arco Fibonacci:



Figuras 47 e 48 – Arco Fibonacci
Fonte: Acervo Pessoal

Outro local que ficaria muito interessante para a construção do arco seria no entroncamento entre a Avenida Presidente Dutra e a José Joaquim Seabra, em Feira de Santana (Figura 49):



Figura 49 – Trevo da Av Presidente Dutra
Fonte: Google Earth

Outra ideia boa seria aproveitar um espaço, na enorme área verde ao lado esquerdo de quem entra pela portaria da UEFS, também localizada na Princesa do Sertão (Figura 50):

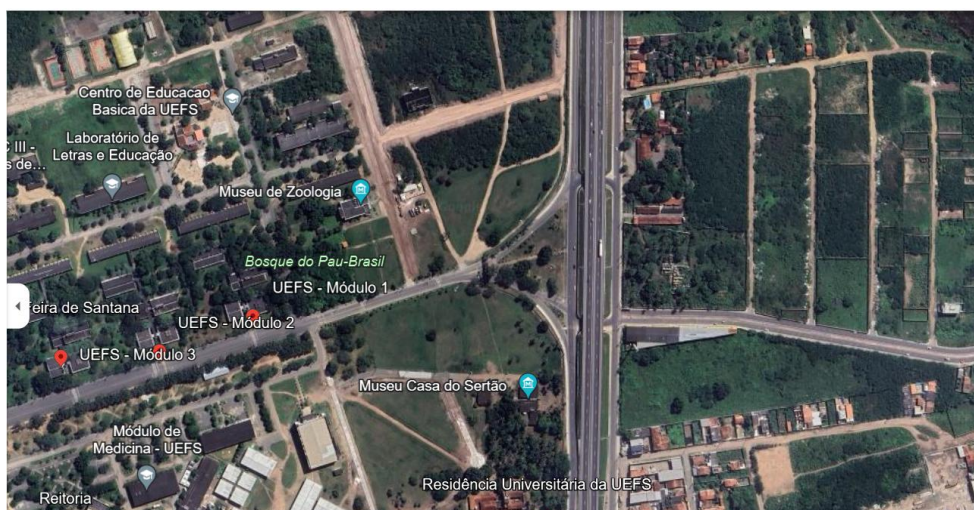


Figura 50 – Portaria da UFES
Fonte: Google Earth

Claro que a construção do arco praticamente não fará supressão de área verde, pelo contrário, pode e deve ter entre ele vegetação baixa para que o solo respire e faça as necessárias trocas de calor para conforto ambiental.

Inclusive, se assim a universidade desejar, como a área é muito grande pode-se até construir um arco ainda maior e com mais de um orbe de cada lado para documentar no chão mais de um analema pela manhã e mais de um pela tarde.

Sobre este segundo dispositivo, se encontra no canal de vídeos do autor no site YouTube (<https://www.youtube.com/@luizsampaioathayde/videos>), um vídeo para a demonstração, intitulado “Maquete do Arco Fibonacci”.

O terceiro dispositivo é um pequeno orbe de aço inoxidável em uma haste feita do mesmo material, a cerca de 30 cm de altura acima das estruturas de concreto que ficam à direita da porta de entrada do hall do Observatório Astronômico Antares.

Com ele, poderemos mostrar um analema, pintado no chão ao longo do ano inteiro, no estacionamento, na área destinada à manobra de veículos ou embarque e desembarque de passageiros, sempre por volta das 15:27.

Por se tratar de material que não sofrerá decomposição pela ação do tempo ou chuvas o aço inoxidável é o material ideal para esta utilização (Figuras 51 e 52):



Figuras 51 e 52 – Observatório Antares
Fonte: Acervo Pessoal

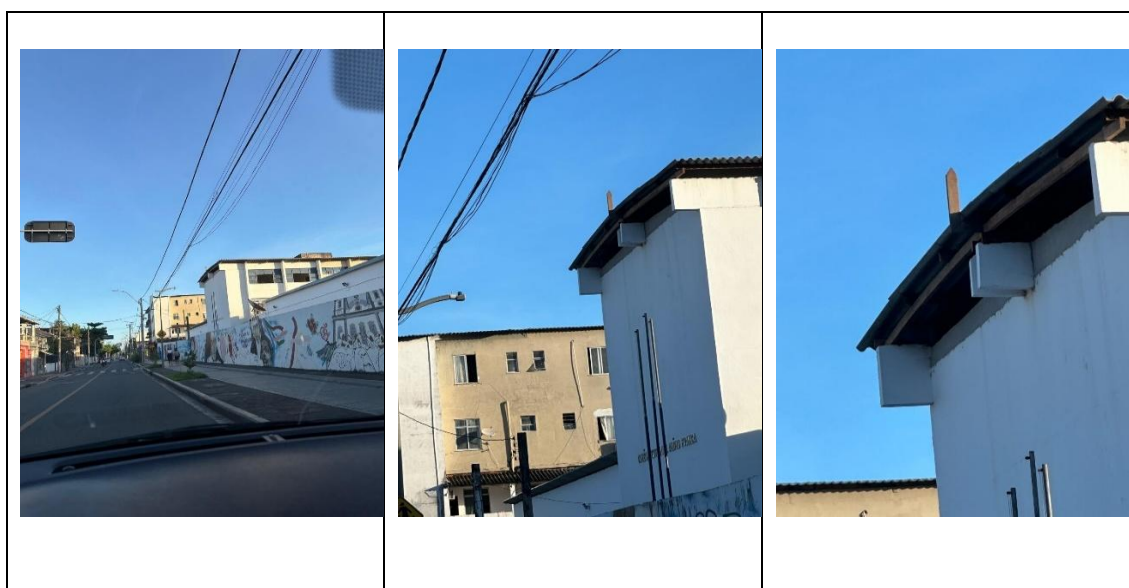
A escolha da cor vermelha para a seta colocada na fotografia tem o objetivo de fazer contraste contra o azul do céu ou o verde das árvores e é meramente ilustrativa.

Podemos inclusive colocar dois orbes, um à esquerda e outro à direita da porta com alturas diferentes para que produzam dois analemas diferentes no solo. Para instigar a curiosidade dos frequentadores e estudantes do local podemos ter cada um pintado com uma cor no chão na área de manobra dos veículos.

Podemos também, da mesma forma como está previsto no Arco Fibonacci, ter mais de um orbe para mais de um analema. Pode inclusive ser feita uma composição artística no chão, com analemas de cores diferentes em que partes de suas formações se entrelaçam, para um efeito visual bastante interessante e contribuição didática ainda maior.

Um mesmo orbe também, pode facilitar a demonstração para um grupo de alunos por marcar sombras em mais de uma hora ao dia. Pode-se também, projetar uma sombra no portão pelo lado interno em uma data específica, por exemplo, o aniversário do Observatório Antares.

Outro dispositivo similar está instalado em uma escola estadual da capital baiana, um píncaro confeccionado em madeira, conforme demonstrado nas Figuras 53 a 55:



Figuras 53 a 55 – Píncaro de madeira.
Fonte: Acervo Pessoal

Assim poderemos demonstrar a ocorrência do analema pintando-o no asfalto e na calçada em horários diferentes ao longo do ano.

As marcações dos pontos no asfalto se iniciaram em setembro de 2024 e por volta de julho de 2025 já contamos com os principais pontos do analema demarcados no chão, como podem ser vistos nas Figuras 56 a 59, a seguir. As duas primeiras demonstram as passagens pelos solstícios, nas curvas do norte e do sul, respectivamente no gráfico do analema e as duas seguintes demonstram pontos da passagem do solstício de dezembro para o periélio e da passagem pelo ponto de inflexão de fevereiro:



Figuras 56 a 59 – Pontos do analema.
Fonte: Acervo Pessoal

Ainda sobre o mesmo conteúdo, também instalamos outro orbe em uma escola particular em Salvador (Figuras 60 a 62):



Figuras 60 a 62 – Orbe em escola.
Fonte: Acervo Pessoal

Aqui o analema precisará ser pintado ao chão em horário próximo ao meio dia dado o formato exíguo do pátio central da escola.

O segundo experimento que pode ser feito, com base teórica na Variação Invertida dos Períodos dos Dias Solares é uma sequência de fotos de uma mesma localidade para demonstrar como fica mais claro ou mais escuro especialmente próximo da hora do crepúsculo, sempre tomando as imagens em uma mesma hora no relógio.

O quarto dispositivo é um globo terrestre arrodado com fios de cobre que permitem inclinações para poder demonstrar aos alunos o movimento aparente em forma helicoidal do Sol.

Este movimento helicoidal aparente do Sol apresenta uma inclinação como se fosse um parafuso, compondo uma trajetória diagonal do movimento aparente do Sol, do ponto de vista de quem olha para o mapa, com latitudes, do lado leste do mapa sempre maiores do que a do lado oeste quando está indo do norte para o sul e sua inversão quando vai do sul para o norte (Figura 63):



Figura 63 – Globo Terrestre com fios de cobre.
Fonte: Acervo Pessoal

A depender do tamanho do globo e do calibre do fio utilizado talvez até seja possível colocar as 181 voltas para simbolizar os cerca de 181 dias da incidência do Sol em zênite entre um trópico e o outro.

O terceiro experimento está diretamente ligado a este dispositivo e às considerações teóricas sobre o movimento aparente helicoidal do Sol apresentado anteriormente, para a determinação correta da linha norte-sul, por meio de um gnômon simples (Figura 42).

A primeira medição foi feita na data de 02/11/2023 e assim pudemos determinar ou demonstrar a linha norte preliminar, quando o Sol estava fazendo seu trajeto de norte para sul e dado o tempo para a passagem meridiana do Sol gerou o círculo maior.

A segunda medição foi realizada quando o Sol está no seu trajeto de sul para norte, feita em 28/02/2024 e foi escolhido o horário mais próximo da passagem meridiana, então gerou um círculo menor. As medições também estão documentadas em vídeo no canal do autor, conforme dito anteriormente.

Assim fica constatado na Figura 64 que o norte exato está na média entre as duas bissetrizes, por conta da observação do movimento helicoidal do Sol:

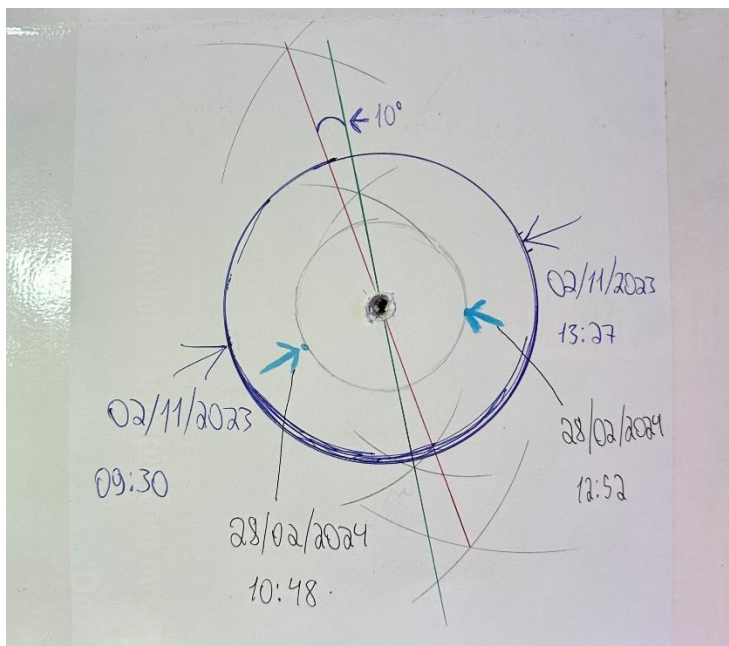


Figura 64 – Determinação precisa da linha norte-sul
Fonte: Elaborado pelo Autor

O quinto dispositivo é uma maquete do Sólido Orbital que pode ser visto na Figura 65:

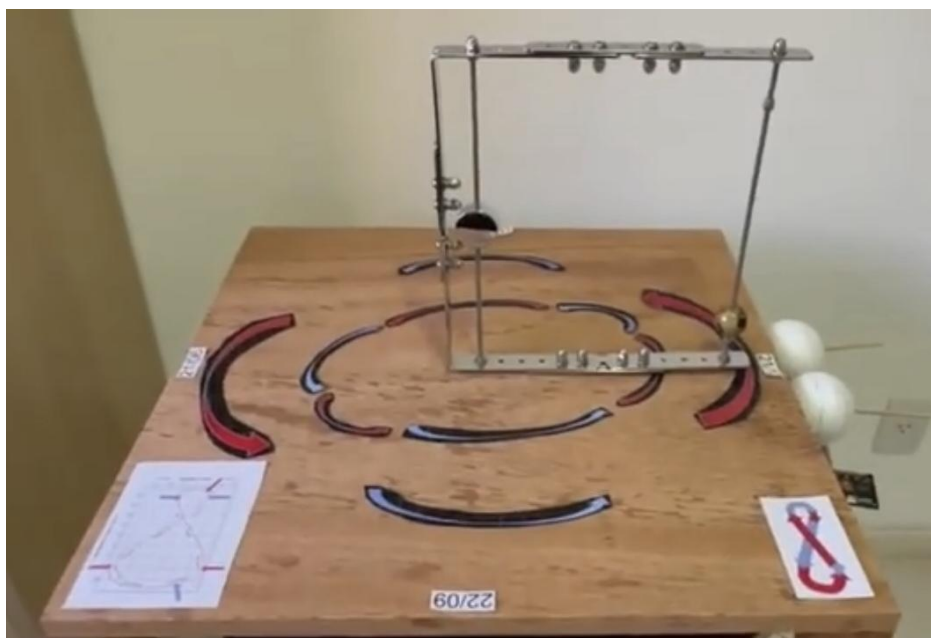


Figura 65 – Maquete do Sólido Orbital
Fonte: Acervo Pessoal

Este dispositivo permite apresentar uma proposta de revisão à geometria da órbita da Terra, por meio da colocação dos eixos da Terra e do Sol de forma paralela. Normalmente se considera o “equador” do Sol sua parte mais central que se move com velocidades maiores, dados os estudos e observações das manchas solares e o que é considerado os “polos” do Sol são as partes que giram com velocidades menores. Em verdade este eixo imaginário da estrela, por assim dizer, apresenta uma torção de $7,25^\circ$ em relação ao eixo da Terra, fazendo com que em um equinócio seja mais fácil avistarmos sua calota “norte” e do outro equinócio, sua calota “sul”.

O artefato também pode ser preparado com materiais de baixíssimo custo, conforme a Figura 66:



Figura 66 – Maquete do Sólido Orbital de Baixíssimo Custo
Fonte: Acervo Pessoal

São dois palitos de churrasco de festa e duas bolinhas de isopor. Por meio da utilização de um transferidor é possível fazer as marcações das linhas imaginárias dos trópicos de câncer e de capricórnio. O tamanho igual das duas

pequenas bolas de isopor não prejudicam o principal objetivo que é demonstrar a relação dos ângulos dos dois corpos celestes, a Terra e o Sol.

Da mesma forma como, na maquete, os tamanhos dos dois corpos não obedecem à real proporção, mas apresentam os ângulos reais, e é possível inferir que o tamanho real do Sol na proporção ali apresentada teria apenas aproximadamente 2,21 milímetros de diâmetro e a Terra, por apresentar diâmetro de cerca de 110 vezes menor que o do Sol teria apenas aproximadamente 0,02 milímetros, ou seja, dificilmente seria vista.

Também tem duas figuras do analema, sendo uma com o calendário para demonstrar a ocorrência do afélio e do periélio, além é claro as datas de solstícios e equinócios e outra para demonstrar as ocorrências das variações reversas dos períodos dos dias solares e das variações normais, além de flechas para demonstrar ao longo do trânsito orbital onde elas ocorrem aproximadamente.

Outras considerações e implicações da utilização deste Sólido Orbital como, por exemplo, a demonstração das excentricidades diferentes para o sólido do ponto de vista de cima e do lado, levando sempre em consideração a excentricidade real da órbita, podem ser vistas no texto do produto educacional, o Compêndio de Astronomia Tropical.

Sobre este quinto dispositivo, se encontra no canal de vídeos do autor no site YouTube (<https://www.youtube.com/@luizsampaioathayde/videos>), dois vídeos para a demonstração, intitulados “Sólido Orbital” e “Maquete do Sólido Orbital”.

Outra iniciativa para divulgar estes conteúdos é a confecção de camisetas com a demonstração das variações dos dias solares. Também foram confeccionadas camisetas com a imagem da equação da constante das velocidades harmônicas da Terra, como demonstrado na Figura 67:

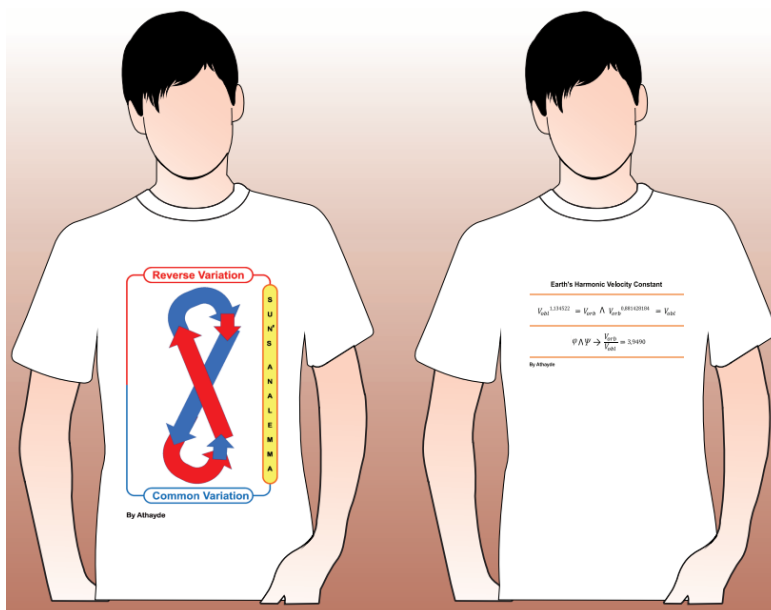


Figura 67 – Camisetas para divulgação
Fonte: Acervo Pessoal

Também dão base a esta pesquisa um Blog na internet que foi ao ar em 30 de abril de 2009, (<https://veraodabahia.blogspot.com/>) e o próprio canal do YouTube do autor, (<https://www.youtube.com/@luizsampaioathayde/videos>) que teve seu primeiro vídeo postado por ocorrência do solstício de inverno em Salvador em 21 de junho de 2009, vide referências.

6. RESULTADOS

Para iniciar a pesquisa, em um primeiro momento foi feito um levantamento dos obstáculos epistemológicos, por meio de uma análise prévia do sistema de ensino, indagando aos alunos seu conhecimento sobre estações do ano e sobre a condição de temperatura e clima da cidade do Salvador, onde está sediada a escola.

A investigação inicial também teve o objetivo de saber como era a percepção deles em relação ao assunto até então, com base no que viam nos telejornais com previsão do tempo e no que viram nos conteúdos dos livros didáticos estudados. Foi inclusive facultada a possibilidade de pesquisar no Google sobre o assunto para que um diálogo fosse empreendido em sala de aula com boa fluidez.

Assim, com base na pergunta inicial “por que ocorrem as estações do ano?” fornecemos algumas opções de motivos pelos quais as estações do ano ocorriam, a saber, por causa da mudança da distância da Terra ao Sol ao longo do ano; por causa do passar dos meses; por causa da inclinação da Terra; ou por causa do movimento do Sol sobre a Terra. Os resultados de um universo de 33 alunos entre as duas turmas analisadas, primeiro e segundo anos do Ensino Médio foram os seguintes (Tabela 02):

| Opção | Não Sabe | Distância | Meses | Inclinação | Sol |
|------------|----------|-----------|-------|------------|-----|
| Quantidade | 11 | 12 | 5 | 4 | 1 |

Tabela 02 – Respostas dos alunos

Em um segundo momento foi posto em prática um percurso de estudo e pesquisa para que o tema fosse compreendido com os conteúdos normalmente ministrados.

Foram reunidos diversos livros didáticos, de épocas diferentes de Geografia e de Ciências e foram apresentados aos alunos do Ensino Médio para que fizessem um estudo e relembassem conteúdos estudados anos antes sobre os movimentos da Terra e sobre as Estações do Ano.

Também foram realizadas pesquisas em sites especializados para observação da literatura disponível sobre a determinação da Linha Norte-Sul e sobre o fenômeno do Analema do Sol, temas com vasta bibliografia na internet em sites especializados de universidades e faculdades famosas.

Além do contato com a bibliografia e aulas expositivas também foi utilizada uma maquete composta de um globo de luz para simular o Sol e um globo terrestre contendo a inclinação correta de cerca de $23,4^\circ$ (Figuras 68 e 69):



Figuras 68 e 69 – Maquete Terra / Sol
Fonte: Acervo Pessoal

Uma primeira hipótese deste trabalho denota que existe um envelhecimento dos conceitos acerca das estações do ano e também dos movimentos da Terra e da sua interação com o Sol que precisam de atualização para uma melhor compreensão do alunado como um todo.

Após o contato com a bibliografia foi aplicado um questionário (Anexo 01), para verificar o aprendizado acerca dos temas, movimentos da Terra, movimento aparente do Sol além da checagem da compreensão dos fenômenos da determinação da Linha Meridiana (Linha Norte-Sul) e do Analema do Sol e para a dedução da ocorrência do zênite solar em Salvador.

Algumas problematizações foram propostas aos alunos, como, por exemplo, “As estações do ano ocorrem por qual motivo?” “É possível determinar a linha norte sul com medições em apenas uma data?” “Quais são os elementos caracterizadores ou formadores do fenômeno do Analema do Sol?” “O verão é a época realmente mais quente na cidade do Salvador?” “No verão os dias são mais longos do que as noites?” “Em que parte do Brasil esta afirmação pode ser observada?”

Já a esta altura, ainda sem termos ministrado os novos conteúdos, os alunos já perceberam alguns desconfortos com os temas, por ouvirem falar em verão amazônico na televisão e não nos livros e por terem percebido que a chegada do verão não é de fato a data mais quente na cidade. Também entenderam que as datas do analema não coincidem com o ciclo orbital do planeta, dadas as datas do afélio e periélio. Esses fatos confirmam a primeira hipótese.

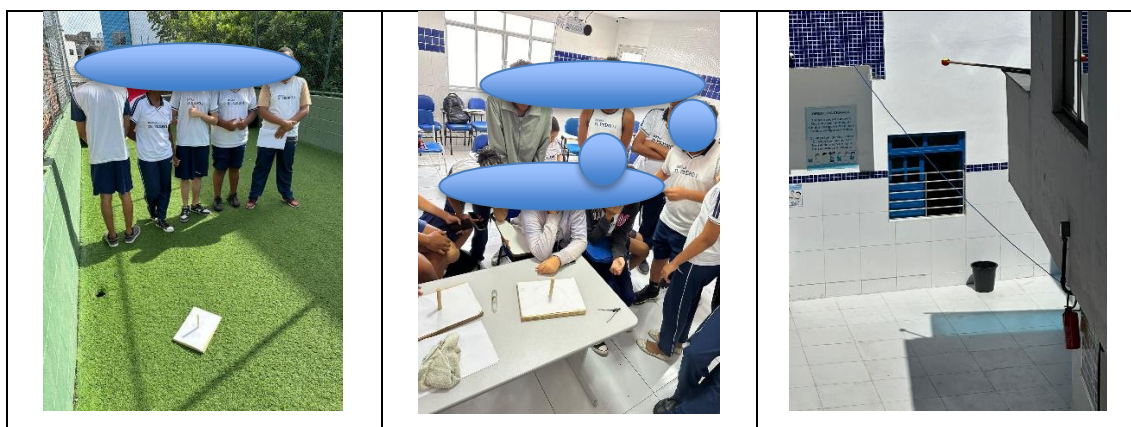
No terceiro momento foram realizadas pesquisas fora da sala de aula, no pátio da escola e na quadra, para evidenciação de novas informações, como a determinação da Linha Meridiana (Linha Norte-Sul) por meio de um gnômon. Também foi realizada uma pesquisa com um orbe para a determinação e demonstração do Analema do Sol e para a demonstração da ocorrência de zênite solar na latitude de Salvador.

Os alunos também fizeram nos meses de novembro de 2024 a fevereiro de 2025 uma pesquisa por meio de uma sequência de fotos em um mesmo horário para demonstrar a ocorrência da Variação Reversa dos Dias Solares, que pode ser especialmente observada na localidade entre novembro e fevereiro.

Assim, de acordo com o que preconiza a segunda hipótese, que o conteúdo ensinado no nosso país é totalmente colonizado, por terem sido conhecimentos criados na Europa, trazidos a nós pelos Jesuítas, restou evidente que a afirmação diuturnamente repetida, tanto pela televisão quanto nos livros didáticos de que no verão os dias são mais longos que as noites e o contrário ocorre no inverno, não ocorre na cidade e certamente não ocorre nos estados ou localidades mais ao norte do que a Bahia.

Este fato além da constatação de desconfortos com o conceito das estações do ano também corroboram com a terceira hipótese, a saber, que tais conteúdos eurocentrados não legitimam, ou não demonstram as diferenças de diversas localidades do nosso imenso país fazendo com que sua compreensão seja prejudicada em muitas localidades.

Mesmo a afirmação comumente ouvida de que moramos em um país tropical não encontra amparo algum em nenhum livro didático, principalmente dentre os que foram utilizados nesta pesquisa, que são intencionalmente de épocas diferentes. Assim, os alunos foram envolvidos na pesquisa, de acordo com as Figuras 70 a 72):



Figuras 70 a 72 – Alunos em pesquisas
Fonte: Acervo Pessoal

O quarto momento, uma intervenção com a abordagem dos novos temas (Teoria do Zênite Solar; Movimento Helicoidal do Sol e a Variação Reversa dos Dias Solares) auxiliou uma melhor compreensão dos movimentos estudados pelos alunos e resolveram algumas das lacunas de compreensão, dado o envelhecimento do tema e à total ausência de caracterização e contextualização para a região tropical ou equatorial (Figuras 70 a 72).

Neste sentido, verificamos que a) Teoria do Zênite Solar traz uma contribuição que auxilia na compreensão porque os períodos de calor são diferentes do calendário de estações do ano, trazendo maior significado à compreensão do movimento do planeta em torno do Sol; b) o movimento Helicoidal do Sol, quando precisamente compreendido, ajuda a explicar a

necessidade de se realizar as medições da linha norte-sul em duas ocasiões, sob pena de uma discrepância (e por consequência desorientação), de cerca de dez graus. (Obs.: se fosse de fato uma tarefa de localização com uma distância grande os resultados produziram um grande erro de localização); e c) a compreensão da Variação Reversa dos Dias Solares explicam quando, de fato, os dias serão mais curtos ou mais longos na capital da Bahia e trazem maior significado para o tema.

Já as Coordenadas Heliométricas, explicam o porquê da ocorrência do analema e também trazem uma geometria revisitada para as órbitas dos planetas do nosso sistema solar. Servem, inclusive, de base para a compreensão da Harmonia Planetária Revisitada, conforme produto educacional, o Compêndio da Astronomia Tropical.

A mecânica Newtoniana não abarca os movimentos de Mercúrio, por este apresentar dados discrepantes em relação aos outros planetas, mesmo se comparado somente com os outros três rochosos, Vênus, Terra e Marte. A Harmonia aqui revisitada, (vide texto do Compêndio de Astronomia Tropical), engloba o primeiro planeta e fornece um quadro teórico hipotético sobre a relação da inclinação dos planetas com suas velocidades harmônicas demonstradas pelo sólido orbital e distâncias do Sol.

A sequência da ordem de inclinações é quebrada por Júpiter, provavelmente dada sua grande massa em relação a todos os outros planetas do nosso sistema solar e por Urano com o dado utilizado por questões da trigonometria, conforme produto educacional, o Compêndio da Astronomia Tropical.

Tais elementos corroboram com a quarta hipótese desta pesquisa que assevera que a contribuição de conteúdos da Astronomia Tropical precisam ser levados em consideração quando se pretende a transposição didática do entendimento dos movimentos do planeta em torno do Sol, por meio de uma compreensão maior pelo alunado dos diversos níveis da educação.

Após a compreensão dos conteúdos da Astronomia tropical foi aplicado um segundo questionário para os alunos (Anexo 02) para uma verificação da aprendizagem dos temas.

7. DISCUSSÃO

Alguns alunos demonstraram inicialmente falta de informação sobre o tema estações do ano e até apresentaram razões equivocadas, como a diferença de distância da Terra para o Sol durante o ano, equívocos resolvidos com a abordagem tradicional do tema, na altura do segundo momento, por meio da utilização dos livros didáticos e de três aulas de cerca de 50 minutos cada.

Logo na altura do segundo momento, quando eles tiveram as explicações de que as estações do ano ocorrem pela inclinação do eixo imaginário longitudinal em torno do qual o planeta realiza sua rotação, e isso enquanto ocorre uma revolução em torno do Sol no período de um ano, iniciaram com perguntas de inquietações em relação ao fato de que as estações do ano são convencionadas nas posições culminantes das quatro posições astronômicas do planeta.

De fato, a convenção pode ser discutida e causa incômodo em algumas pessoas a afirmação de que determinada estação “inicia” na data culminante da posição astronômica correspondente, sendo que no momento seguinte a posição é abandonada, e isto foi muito bem compreendido pelas duas turmas onde foi realizada a pesquisa.

Após ter ministrado o conteúdo os alunos foram convidados a responder questões do tipo “Na posição do Equinócio de Setembro um determinado país do norte está em qual estação?” e também “Que dia aproximadamente o círculo polar antártico terá um dia de 24 horas?”, além de “Na data da chegada do Verão na Alemanha, em que estação estaria a Argentina?”, e também “Verão na Argentina. Qual a estação ao mesmo tempo na África do Sul?”. O questionário na íntegra também está colocado no anexo 01.

Alguns exemplos de respostas dadas pelos alunos foram: “Em setembro, se é início da primavera para nós do Brasil, em um país do norte será outono”, para a primeira pergunta, e também: “O antártico é o círculo polar do sul, então isso só pode ocorrer no solstício de 21 de dezembro”, para a segunda pergunta.

Para a quarta pergunta, podemos exemplificar uma resposta dada da seguinte forma: “A Argentina e a África do Sul são países do sul, portanto as estações são as mesmas nos dois países”.

Com a abordagem da Teoria do Zênite Solar, a partir do quarto momento, foi compreendido que com a passagem do zênite sobre as localidades tropicais, estava explicado porque o calor surge em datas diferentes da data do início do verão oficial. A demonstração da ocorrência foi feita por meio de uma pesquisa com um gnômon em Feira de Santana (Observatório Antares), dia 26 de outubro de 2024 e em Salvador na data de 27 de outubro de 2024, devidamente documentadas em um canal de vídeos do autor e foi demonstrada nas salas de aulas.

Assim, também ficou bem compreendido porque o recorde de temperatura de todos os tempos do Brasil foi batido em uma cidade Mineira no dia do zênite solar nela e também porque ocorreu a morte de uma jovem em um show no Rio de Janeiro e mais de mil desmaios de outros jovens, por causa do calor há cerca de dez dias do zênite solar por lá. Também comentaram a morte de quase 600 Muçulmanos em peregrinação à Meca em 17 de junho de 2024, cidade que está perto do trópico de câncer e na data próxima ao solstício de verão para o hemisfério norte (terra.com.br, 2024).

Após ter ministrado o conteúdo, os alunos foram convidados a responder questões do tipo “Dia 21 de dezembro, começa o verão no Brasil. Comente a situação em relação à tal afirmação trazendo uma explicação mais correta para Macapá, que fica bem sobre a linha imaginária do Equador”, ou ainda “Sobre a cidade de Salvador”.

Também foi questionado “No início das estações de outono e primavera para a cidade de Macapá, como fica a realidade por lá?”. E ainda “Explique a fala dos Soteropolitanos sempre em outubro afirmando: ‘Não vou aguentar o verão esse ano. Em outubro está quente assim, imagina no verão’?”

Para as duas primeiras perguntas, que também estão no Anexo 02, podemos citar algumas respostas dadas pelos alunos: “Em Macapá, no início do verão o Sol está na máxima distância dela, da mesma forma como no inverno, só que um para o sul e outro para o norte. Não deve ser a data mais quente por

lá”. E para Salvador, foi dada uma resposta: “Inicia o verão oficial, mas aqui em Salvador tem muito calor desde outubro. Lembro que minha Mãe reclamou exatamente em outubro e lembrei, Professor” (A aluna se referia a outubro de 2023).

Para a terceira pergunta, um aluno escreveu: “São as datas de 21 de março e 21 de setembro e o Sol está em zênite no equador. Certamente a população deveria se proteger do calor e evitar andar na rua”. Para a quarta pergunta, foi respondido: “Se diz isso porque é a data em que o Sol passa bem por cima daqui e faz bastante calor”.

Com a demonstração da ocorrência do Movimento Helicoidal Aparente do Sol os alunos perceberam que a determinação da linha norte sul só fica precisa se for feita uma medição em data entre 21 de junho e 21 de dezembro, quando o Sol está fazendo seu deslocamento em zênite do norte para o sul e outra entre 21 de dezembro e 21 de junho, quando o Sol está fazendo seu deslocamento em zênite do sul para o norte, fato comprovado por pesquisa e que difere do estado da arte.

Dentre todos os livros didáticos utilizados, apenas um fazia a ressalva de que os dias são mais longos no verão e as noites mais curtas e que tal condição se inverte no inverno, apresentando noites mais longas e dias mais curtos, mas em medidas diferentes em diferentes latitudes.

De fato, no equador a diferença é nula. Na latitude de 10° apenas uma hora por ano, ou seja, muito difícil de perceber porque faria uma diferença de meia hora para cada seis meses. Somente nas latitudes de 20° é que a diferença passa a ser de duas horas por ano e começa a se tornar perceptível do ponto de vista prático.

Na verdade, fora da zona tropical, nas latitudes acima de $23,4^\circ$ é que tal condição é bem percebida, nas localidades da zona temperada. No nosso país, em cidades como Porto Alegre, Curitiba ou Florianópolis esta é a realidade e inclusive um aluno Gaúcho deu seu depoimento sobre tal fato.

Da problematização de que o Sol se põe em Salvador muito mais tarde em fevereiro do que em novembro, e como são datas que estão praticamente à mesma distância da data do solstício de verão para o sul, que ocorrem em cerca

de 21 de dezembro, foi feita a intervenção com o conteúdo da Variação Reversa do Dia Solar para que tal fenômeno fosse compreendido.

De forma diversa do estado da arte, a Variação Reversa explica porque 03 de novembro temos o Sol mais “adiantado” (se põe mais cedo) do ano e 02 de fevereiro o mais “atrasado” (se põe mais tarde), sendo que as duas datas estão praticamente a uma mesma distância do solstício de verão para o sul que ocorre por volta de 21 de dezembro.

Assim foram feitas perguntas do tipo “Explique por que os livros dizem que os dias ficam mais longos no verão, enquanto as noites ficam mais curtas. Esta afirmação está correta para qual região do Brasil?”.

Para esta pergunta, foi respondido por uma aluna: “Os livros trazem explicações como se a gente estivesse em São Paulo ou Rio Grande do Sul. A realidade do nordeste não é falada nos livros do nosso país”.

Deste trabalho da Variação Reversa também se extrai a verdadeira explicação física para a ocorrência do Analema do Sol, uma vez que as fontes consultadas determinam que sua causa é a inclinação do eixo e a variação de velocidade na órbita elíptica do planeta, o que resta totalmente incompleto.

Para tanto foram feitas perguntas, como por exemplo “Se o analema fosse causado pela órbita elíptica a data do periélio deveria ser a data do dia solar mais rápido. Explique com base nos vídeos demonstrados: Por que o dia 12 de fevereiro é um dos dias em que o Sol se põe mais tarde em Salvador?”.

Assim foi respondido por um estudante: “Em uma mesma hora o Sol passa pela curva, todos os dias durante o ano. A data de 12 de fevereiro é a data em que o Sol está mais a leste em zênite. Se ele sempre vai de leste para oeste, este é o dia mais lento do Sol, já que nesta mesma hora em outras datas ele vai mais a oeste”.

Por meio do novo modelo da geometria orbital fica demonstrado que não é a variação de velocidade na órbita a causadora das variações do gráfico do Analema no sentido leste e oeste e sim a interação geométrica espacial entre a Terra e o Sol, fato que ficou compreendido entre os alunos. Obviamente, e, entretanto, a inclinação do eixo responde pela variação do Analema entre norte e sul.

Também foram abordadas questões sobre a harmonia da terceira Lei de Kepler e A Harmonia Planetária Revisitada, e para tanto foi problematizado aos alunos “A terceira Lei de Kepler, anuncia uma harmonia matemática na órbita. O cubo da distância média é proporcional ao quadrado do período total. Explique a relação, caso exista, entre esta harmonia e a Harmonia Planetária Revisitada”.

“São harmonias completamente diferentes”, disse uma aluna. A harmonia revisitada está em números da velocidade harmônica e na inclinação dos planetas. A de Kepler se refere a distâncias nas órbitas dos planetas.

8. CONCLUSÕES

Como vimos, a aplicação dos conteúdos da Astronomia Tropical podem auxiliar os estudantes na compreensão de muitos temas da Astronomia. Como nossos livros didáticos ainda são escritos com conteúdos envelhecidos ou imprecisos em relação a alguns detalhes da região norte ou nordeste, cumpre a necessidade de que se faça a informação da forma correta, complementando aqueles conteúdos dedicados à zona temperada do planeta.

Muito embora neste trabalho que versa sobre Astronomia, mecânica celeste, estações do ano e clima, especialmente discutindo a chegada do calor nas regiões tropicais, o que ocorre de forma diversa em relação às localidades da zona temperada, conteúdos ou postulados da meteorologia não foram abordados e não fazem parte dos construtos teóricos aqui apresentados.

Alguns estudantes se mostraram surpresos pelo fato de que o conteúdo dos livros didáticos estaria supostamente correto, entretanto existem diversas lacunas, como as que foram evidenciadas neste trabalho e certamente podem existir outras.

Para alguns até de certa forma ocorreu algum sentimento de perplexidade pelo fato de descobrirem que o Sol passa por sobre a cidade duas vezes ao ano e isto não é informado em nenhum local, exceto pelos materiais trabalhados nesta pesquisa e também o conhecimento construído sobre as diferenças das situações em relação à exposição do Sol ao longo do ano em regiões temperadas e tropicais, que notadamente também não é explicitado nos livros didáticos.

Vale o destaque de uma das falas de estudantes que foi: “Sempre achei estranho que os livros têm imagem de uma casa com uma árvore ao lado e as duas cobertas de neve, para sinalizar o inverno, mas a gente não tem neve aqui e sempre quis saber quando seria nosso inverno... ficava confuso com isso”.

Assim, fica evidenciada a importância de uma abordagem crítica e bem contextualizada em temas da astronomia para a compreensão dos movimentos da Terra e temas correlatos como estações do ano, duração dos dias e noites,

que por vezes também são exibidas em descrições descontextualizadas para as zonas tropicais, o que foi feito com base em conteúdos como A Teoria do Zênite Solar e a Variação Reversa dos Períodos dos Dias Solares.

Sobre alguns dos fatos, uma aluna trouxe uma fala interessante: “Minha avó é Brasileira, mas é filha de Espanhóis e ela me contou uma vez que na Europa, durante o inverno anoitece cedo e de manhã o Sol só se levanta bem tarde. Lembro dessa fala dela porque também já vi detalhes escritos assim em livros, mas aqui em Salvador a gente vê o ano todo mais ou menos a mesma coisa. No início achava que era porque aqui é ‘verão o ano inteiro’, como se diz... agora as coisas ficaram mais claras”.

Também foi notável o avanço cognitivo dos estudantes diante da constatação do movimento aparente ocorrer de forma helicoidal e as implicações possíveis de uma tarefa de orientação ou a melhor precisão conseguida com as medições realizadas em duas ocasiões, com um gnômon de madeira.

Também a aplicação dos conteúdos relativos ao sólido orbital auxiliaram muito aos estudantes na compreensão dos movimentos, da interação Terra Sol e de alguns dos conteúdos da Física e da Matemática, como decomposição de vetores, por meio do estudo das velocidades harmônicas.

Também ressaltaram que seria interessante a possibilidade do cálculo da excentricidade das elipses projetadas nos chão nas datas dos solstícios quando o arco Fibonacci estiver construído.

A explicação de que apenas a inclinação do eixo e a excentricidade da órbita causam o fenômeno do analema do Sol se mostrou pouco eficaz para a correta compreensão do fenômeno gráfico. De fato, a maioria das fontes consultadas na internet e nos livros apontam preponderantemente esses dois fatores como os responsáveis pela produção do fenômeno.

Sobre isso, uma estudante comentou: “Com a visualização do sólido fica claro os adiantamentos e atrasos dos raios enviados pelo Sol e que chegam sempre em zênite na Terra na zona temperada. Fica evidente as quatro variações que o analema mostra”.

Outros fatores foram comentados, como a diferença da velocidade no deslocamento orbital também ser a responsável pela diferença de tamanho entre

as duas curvas dos dois solstícios e a consideração do plano lateral do eixo axial da Terra, ao passar pela linha dos solstícios, considerações que precisam ser compreendidas para completude do raciocínio sobre o tema.

Por fim, em uma reflexão sobre a Harmonia de Kepler anunciada pela sua Terceira Lei e a Harmonia Revisitada, trazida por este trabalho permitiu aos alunos o contato com relações matemáticas apontadas na órbita por Kepler e a diferenciação em relação à harmonia dinâmica que leva em consideração a inclinação dos eixos axiais dos planetas e suas velocidades harmônicas.

Foi possível ir além com algumas teorizações a partir do modelo matemático da função apresentada, como o questionamento se existiria uma inclinação mínima que permita que o planeta seja tragado pelo Sol, (notadamente Mercúrio), ou uma inclinação máxima exata que permita a fuga do sistema solar.

Neste sentido um aluno indagou com ar de preocupação: “Mas o eixo da Terra está desinclinando, será que vai ter perigo para nossa vida na Terra?” Em seguida comentamos que as alterações na inclinação do eixo da Terra são cíclicas, que ocorrem em longos períodos e que certamente não haverá tal perigo, até porque a inclinação mínima do nosso planeta ainda é muito grande se comparada com a de Mercúrio.

Este trabalho mostrou que o ensino de Astronomia pode e deve ir além da simples transposição de conceitos, porque, uma vez que os conteúdos são problematizados, contextualizados e conectados à realidade dos aprendentes, seja por meio de observações empíricas ou por meio de conteúdos teóricos inovadores, o aprendizado se torna significativo, duradouro e transformador.

Assim, a colocação nas bases curriculares de temas como A Teoria do Zênite Solar, Variação Reversa dos Dias Solares e a Harmonia Planetária Revisitada representam uma inovação no ensino da Astronomia e da Geografia para que sejam superados obstáculos epistemológicos e produzam um aprendizado conexo às realidades observadas em diversas regiões deste grande país de dimensões continentais.

REFERÊNCIAS

ABALEN, Isabela. **Cidade de MG registra a maior temperatura do Brasil, confira**. Disponível em: <<https://www.otempo.com.br/cidades/cidade-de-mg-registra-a-maior-temperatura-da-historia-do-brasil-confira-1.3278271>>. Acesso em: 27 dez. 2023.

AMARANTE, Evandro Menezes de Souza; ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio; SANTOS, Evandro Carlos Ferreira dos. **Modelagem matemática para a nova harmonia planetária**. Disponível em: <<https://periodicos.furg.br/vetor/article/view/18198/11437>>. Acesso em: 27 mai. 2025.

ANALEMMA.COM. **Summation**. Disponível em: <<https://www.analemma.com/summation.html>>. Acesso em 29 abr. 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **A teoria do zênite solar: uma proposta para as estações do ano nas localidades intertropicais**. Salvador: Edufba, 2014.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Canal de vídeos no YouTube**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/luizsampaioathayde/videos>>. Acesso em: 22 fev. 2024.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Compêndio de astronomia tropical para a sala de aula**. 2025. Produto Educacional (Mestrado Profissional em Astronomia) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Determinação (precisa) da linha meridiana / Linha norte-sul**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=I-ZMkP1Xmjo>>. Acesso em: 27 fev. 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Dispositivos educacionais da astronomia tropical para a sala de aula**. 2025. Produto Educacional (Mestrado Profissional em Astronomia) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Maquete do arco Fibonacci**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DNOFcjPu_qs>. Acesso em: 27 fev. 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Maquete do sólido orbital**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=DC1-Wzeqtrw>>. Acesso em: 27 fev. 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **New heliometric coordinates: a proposed theoretical model for elements of Earth's orbit geometry and for a new planetary harmony**. Chisinau, Moldova: Our Knowledge, 2023.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **New rules for the four seasons of the year in countries from tropical zone**. Disponível em: <https://www.granthaalayahpublication.org/journals/granthaalayah/article/download/IJRG19_A06_2367/685/4058> [2019]. Acesso em: 27 jul. 2019.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Paradoxical variation of the solar day related to Kepler/Newton system**. Disponível em: <<https://www.longdom.org/open-access/paradoxical-variation-of-the-solar-day-related-to-keplernewton-system-2168-9792-1000145.pdf>> [2015]. Acesso em: 31 mar. 2016.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Sólido orbital**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=EAAqx648EVo>> [2024]. Acesso em: 04 jul. 2025.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **The New Planetary Harmony**. Disponível em: <<https://sab-astro.org.br/wp-content/uploads/2024/05/luiz.pdf>> [2024]. Acesso em: 15 mai. 2024.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **The reverse variation of the solar day**. Disponível em: <<https://sab-astro.org.br/wp-content/uploads/2023/04/luiz.pdf>> [2023]. Acesso em: 13 jun. 2023.

BIOGRAFIA de Galileu Galilei. **Sua pesquisa.com**. 2004. Disponível em: <<http://www.suapesquisa.com/biografias/galileu/>>. Acesso em: 2 mai. 2010.

BRASIL, Ministério da Ciência Tecnologia e Inovações / CNPq. **Áreas do conhecimento – Ciências exatas e da Terra**. Disponível em: <<https://lattes.cnpq.br/web/dgp/ciencias-exatas-e-da-terra>>. Acesso em: 19 mai. 2024.

BRASIL, Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento – MAPA. Instituto Nacional de Meteorologia – INMET. Estação Principal Climatológica de Salvador, Ondina, Bahia. **Quadro de temperaturas mínimas e máximas de Salvador, Porto Alegre e Macapá**. Brasília, DF: INMET, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>>. Acesso em: 19 fev. 2024.

BRASIL, Universidade Federal do Pará – UFPA. Núcleo de Astronomia da UFPA – NASTRO. **Gnômon simples**. Disponível em: <<https://nastro.ufpa.br/equipamentos/equipamentos-de-baixo-custo/gnomon-simples>>. Acesso em: 03 mai. 2025.

CANADA. Geomagnetism Canada. **Magnetic declination**. Disponível em: <<https://geomag.nrcan.gc.ca/plot-tracee/sdp-en.php>>. Acesso em: 11 nov. 2023.

CLIMATEMPO. **Saiba o que é B-R-O BRÓ do Piauí**. Disponível em: <<https://www.climatempo.com.br/noticia/2020/09/02/comeca-o-b-r-o-bro-do-piaui-5540>>. Acesso em: 27 dez. 2023.

DCODE.fr. **Function Equation Finder**. Disponível em: <<https://www.dcode.fr/function-equation-finder>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

DELGADO, Márcia. **Calor extremo: fã de Taylor Swift morre após passar mal em show no Rio**. Disponível em: <<https://www.metropoles.com/brasil/morre-fa-taylor-swift-show-rio>>. Acesso em: 27 dez. 2023.

DICIONÁRIO ON LINE DE PORTUGUÊS. **Significado de zênite**. 2009. Disponível em: <http://www.dicio.com.br/zenite_2/>. Acesso em: 11 nov. 2022.

ESTAÇÕES do ano. **Brasil escola**. 2002. Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/geografia/estacoes-ano.htm>>. Acesso em: 30 abr. 2021.

GIL. Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4º Ed – São Paulo: Atlas, 2002.

KHAN ACADEMY. **Geocentrismo e heliocentrismo**. Disponível em: <[https://pt.khanacademy.org/science/9-ano/terra-e-universo-nosso-sistema-solar/historia-da-astronomia-e-etnoastronomia/a/geocentrismo-e-heliocentrismo#:~:text=Atente%20que%20para%20explicar%20o,%C3%B3rbita%20da%20Terra%20\(epiciclo\)](https://pt.khanacademy.org/science/9-ano/terra-e-universo-nosso-sistema-solar/historia-da-astronomia-e-etnoastronomia/a/geocentrismo-e-heliocentrismo#:~:text=Atente%20que%20para%20explicar%20o,%C3%B3rbita%20da%20Terra%20(epiciclo)>)>. Acesso em: 27 jul. 2024.

KONSTANTA. **Analemma**. Disponível em: <<http://www.konstanta.lt/2012/09/analema/>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

LAKATOS, Eva. Maria, MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5º Ed – São Paulo: Atlas, 2003.

MAGALHÃES, Charles de. **Medindo direções – Construindo um Gnômon**. Disponível em: <<https://www.astronomiapratica.com.br/experimentos/medindo-direcoes-construindo-um-gnomon/>>. Acesso em: 03 mai. 2025.

MANDAVGANE, Alok. **Analemma generator**. Disponível em: <<https://alokm.com/astro/analemmagenerator.html>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

MANDAVGANE, Alok. **One year around the sun**. Disponível em: <<https://alokm.com/astro/year.html>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

MARCONI, Marina de Andrade, LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 5.ed. SÃO PAULO: Atlas, 2003.

NAAP – Nebraska Astronomy Applet Project. **Eccentricity Demonstrator**. Disponível em: <https://astro.unl.edu/naap/pos/pos_background1.html>. Acesso em: 11 nov. 2022.

NAAP – Nebraska Astronomy Applet Project. **Planetary Orbit Simulator**. University of Nebraska-Lincoln - UNL. Disponível em: <[Http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html](http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html)>. Acesso em: 11 nov. 2022.

NAAP – Nebraska Astronomy Applet Project. **Sun Motions Demonstrator**. University of Nebraska-Lincoln - UNL. Disponível em: <<http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html>>. Acesso em: 11 nov. 2022.

NAAP – Nebraska Astronomy Applet Project. **Sun Motions Demonstrator**. University of Nebraska-Lincoln - UNL. (Versão traduzida e adaptada). Disponível em: <http://veraodabahia.blogspot.com.br/2009_05_01_archive.html> (own). Acesso em: 11 nov. 2022.

NAAP – Nebraska Astronomy Applet Project. **The Nebraska Astronomy Applet Project**. Disponível em: <<https://astro.unl.edu/naap/>>. Acesso em: 11 nov. 2022.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Astronomia e Astrofísica**. Porto Alegre – RGS, Livraria da Física, 2014.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **A esfera celeste**. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/esf.htm>>. Acesso em: 04 jul. 2025.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Astronomia e Astrofísica**. 2006. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/>>. Acesso em: 20 mar. 2023.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Estações do ano, tabela de equinócios, solstícios, periélio e afélio**. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/estacoes.html>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Medidas do tempo**. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/tempo/tempo.htm>>. Acesso em: 15 mar. 2020.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **Movimento anual do Sol e as estações do ano**. 2012. Altura: 318 pixels. Largura: 531 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato JPEGG. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/tempo/mas.htm>>. Acesso em: 07 ago. 2013.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira.
Movimentos dos planetas: Tycho, Kepler and Galileo. Disponível em:
<<http://astro.if.ufrgs.br/movplan2/movplan2.htm>>. Acesso em: 15 mar. 2020.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **O sistema Solar.** Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/ssolar.htm>>. Acesso em: 27 dez. 2023.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira.
Posições características do Sol. Disponível em:
<<http://astro.if.ufrgs.br/sol/sol.htm>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira.
Precessão do eixo da Terra. Disponível em:
<<http://astro.if.ufrgs.br/fordif/node8.htm>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza, SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira.
Sistemas de coordenadas. Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/coord.htm>>. Acesso em: 04 jul. 2025.

On World Map Showing Equator. Disponível em: <picturetomorrow.org>. Acesso em: 21 jun. 2019.

PEDUZZI, Luiz O. Q. **Força e movimento: De Tales a Galileu – Evolução dos Conceitos da Física.** Florianópolis – SC, UFSC, 2015.

PENSADOR.COM – **Pensador, Frases de Isaac Newton.** Disponível em:
<https://www.pensador.com/frases_de_isaac_newton/>. Acesso em: 27 dez. 2023.

PICAZZIO, Enos. O céu que nos envolve: Introdução à Astronomia para educadores e iniciantes. São Paulo: Odysseus, 2011.

PLANETARY Orbit Simulator – Nebraska Astronomy Applet Project – NAAP – Universidade de Nebraska - Lincoln – UNL. 2008. **Primeira lei de Kepler.**
Altura: 800 pixels. Largura: 1280 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato PNG.
Disponível em:
<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>>. Acesso em: 11 mai. 2023.

PLANETARY Orbit Simulator – Nebraska Astronomy Applet Project – NAAP – Universidade de Nebraska - Lincoln – UNL. 2008. **Segunda lei de Kepler.**
Altura: 800 pixels. Largura: 1280 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato PNG.
Disponível em:
<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>>. Acesso em: 11 mai. 2023.

PLANETARY Orbit Simulator – Nebraska Astronomy Applet Project – NAAP – Universidade de Nebraska - Lincoln – UNL. 2008. **Terceira lei de Kepler.**

Altura: 800 pixels. Largura: 1280 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato PNG.

Disponível em:

<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>>. Acesso em: 11 mai. 2023.

PLANETARY Orbit Simulator: NAAP. 2008. **Contribuição newtoniana às leis de Kepler**: posição próxima ao periélio. Altura: 800 pixels. Largura: 1280 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato PNG. Disponível em:

<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>>. Acesso em: 11 mai. 2023.

PLANETARY Orbit Simulator: NAAP. 2008. **Contribuição newtoniana às leis de Kepler**: posição próxima ao afélio. Altura: 800 pixels. Largura: 1280 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato PNG. Disponível em:

<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/renaissance/kepler.html>>. Acesso em: 11 jun. 2023.

RUMYANTSEV, Vasilij. In: **Analema**. 2002. Altura: 580 pixels. Largura: 480 pixels. 96 dpi. 24 BIT. Formato JPGE. Disponível em:

<<http://observatorio.info/2002/07/analema/>>. Acesso em: 27 jun. 2011.

SUN Motions Demonstrator – Nebraska Astronomy Applet Project – NAAP – Universidade de *Nebraska-Lincoln* – UNL. 2008. Disponível em:

<<http://astro.unl.edu/classaction/animations/coordsmotion/sunmotions.html>>. Acesso em: 3 jun. 2023.

SUN Motions Demonstrator – Nebraska Astronomy Applet Project – NAAP – Universidade de *Nebraska-Lincoln* – UNL. 2009. Disponível em:

<http://veraodabahia.blogspot.com.br/2009_05_01_archive.html>. (Própria). Acesso em: 3 jun. 2023. (Versão Traduzida e Adaptada).

TERRA.COM.BR. **Mais de 570 muçulmanos morrem devido ao calor em peregrinação a Meca**. Disponível em:

<https://www.terra.com.br/planeta/noticias/mais-de-570-muculmanos-morrem-devido-ao-calor-em-peregrinacao-a-meca,ca24c0da33a47bf0ec2f92a52fcde05dmif3hc9k.html#google_vignette>. Acesso em: 03 jul. 2024.

UNITED STATES Naval Observatory. **Sun overhead** (images). (USNO).

Disponível em: <<http://www.usno.navy.mil/USNO/astronomical-applications/data-services/earthview>>. Acesso em: 21 jan. 2010.

UNITED STATES. National Aeronautics and Space Administration (NASA). **Say cheese!** Disponível em:

<<https://twitter.com/NASASun/status/1585401697819656193>>. Acesso em: 11 nov. 2022.

UNITED STATES. National Aeronautics and Space Administration (NASA).

SDO Data. Disponível em:

<https://sdo.gsfc.nasa.gov/data/dailymov/movie.php?q=20221027_1024_0193>
 . Acesso em: 11 nov. 2022.

UNITED STATES. National Aeronautics and Space Administration (NASA).

Solar System Exploration. Disponível em:

<<https://solarsystem.nasa.gov/planets/earth/overview/>>. Acesso em: 11 nov. 2022.

UNITED STATES. National Aeronautics and Space Administration (NASA).

What Is the Plane of the Ecliptic? Disponível em:

<<https://www.nasa.gov/image-article/plane-of-ecliptic/>>. Acesso em: 04 jul. 2025.

UNITED STATES. National Geophysical Data Center of the National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA). **IGRF Maps.** Disponível em:

<<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/magfield-wist/>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

UNITED STATES. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

Equation of time. Disponível em:

<<https://gml.noaa.gov/grad/solcalc/eqntime2.gif>>. Acesso em: 17 jul. 2022.

UNITED STATES. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

General solar position calculations. Disponível em:

<gml.noaa.gov/grad/solcalc/solareqns.PDF>. Acesso em: 17 jul. 2022.

UNITED STATES. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

Solar calculations year. Disponível em:

<gml.noaa.gov/grad/solcalc/NOAA_Solar_Calculations_year.xls>. Acesso em: 17 jul. 2022.

UNITED STATES. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) – GLOBAL MONITORING LABORATORY. **Solar calculator glossary.**

Disponível em: <<https://gml.noaa.gov/grad/solcalc/glossary.html>> Acesso em: 17 jul. 2022.

USP. **Curso Astronomia à moda antiga (Astronomia de posição).**

Disponível em:

<<https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=778049>>. Acesso em: 28 fev. 2024.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Earth fact sheet.** Disponível em:

<<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Jupiter fact sheet.** Disponível em:

<<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Mars fact sheet**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/marsfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Mercury fact sheet**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/mercuryfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Neptune fact sheet**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/neptunefact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Planetary fact sheet – Metric**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/index.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Saturn fact sheet**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/saturnfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Uranus fact sheet**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/uranusfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

WILLIAMS, David R. (NASA / NSSDCA). **Venus fact sheet**. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/venusfact.html>>. Acesso em: 17 abr. 2023.

XAVIER, Clailton de Oliveira. **Os ciclos orbitais (ciclos de Milankovitch) e as mudanças climáticas: Uma proposta interdisciplinar para a educação básica** – Dissertação de Mestrado, UEFS. Disponível em: <<http://tede2.uefs.br:8080/handle/tede/1408>>. Acesso em: 22 fev. 2024.

LEITURAS COMPLEMENTARES

ALFA CONNECTION. **Elementos e nomenclatura da elipse**. Disponível em: <<https://www.alfaconnection.pro.br/matematica/geometria/circunferencia-elipse-hiperbole-e-parabola/elementos-e-nomenclatura-da-elipse/>> Acesso em: 17 jul. 2022.

ARQUIDIOCESE de São Salvador da Bahia. **Atestado**. 23 set. 2023. Disponível em: <https://blogger.googleusercontent.com/img/b/R29vZ2xl/AVvXsEgG4-sRpydSHCNhlfWsO6wgSLzIz0TRC4FnkNkNBy7UCFV22F3zWzA-bklB8vBlcHPzS8qlJwQD2ZCytm7EFODsO3JGqkqEXGdDJq5lrltTKXHf_48S_y5cyAESCXxpzwlBUZV4VgBt1l/s1600-h/Atestado+Arquidiocese.jpg>. Acesso em: 12 ago. 2013.

AS ESTAÇÕES DO ANO. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/P%C3%A1gina_principal>. Acesso em: 25 abr. 2022

ASTRONOO.COM. **A excentricidade da Terra**. Disponível em: <<https://astronoo.com/pt/artigos/excentricidade-terra.html>> Acesso em: 05 fev. 2024.

ASTRONOO. **Características dos planetas**. Disponível em: <<http://www.astronoo.com/pt/artigos/caracteristicas-dos-planetras.html>> Acesso em: 17 jul. 2022.

ATHAYDE JUNIOR, Luiz Sampaio. **Razão excentricidade X obliquidade da órbita terrestre**. Disponível em: <<https://coloquiocentroeste.mat.br/index.php/sessao-de-posteres/>> [2024]. Acesso em: 15 ago. 2024.

ATHAYDE JUNIOR Luiz. Sampaio. **Variação invertida do período de duração do dia solar em relação ao sistema Kepler / Newton**. [2009]. Disponível em: <<http://veraodabahia.blogspot.com/p/analema.html>>. Acesso em: 13 jun. 2023.

ATHAYDE JUNIOR Luiz. Sampaio. **Verão da Bahia**. [2009]. Disponível em: <<http://www.veraodabahia.blogspot.com.br>>. Acesso em: 21 jan. 2023.

BERLESE, Gabriel Kuhn. **O papel espacial do tempo humano**. Disponível em: <http://timpanosgeograficos.blogspot.com.br/2011_02_01_archive.html> Acesso em: 17 jul. 2022.

BIKOS, Konstantin; HOCKEN, Vigdis; JONES, Graham. **Um dia não é exatamente 24 horas**. Disponível em: <<https://www.timeanddate.com/time/earth-rotation.html#calc-daylength>> Acesso em: 27 jul. 2022.

BIKOS, Konstantin; JONES, Graham. **A Terra está com pressa em 2020**. Disponível em: <<https://www.timeanddate.com/time/earth-faster-rotation.html>> Acesso em: 27 jul. 2022.

BOCZKO, Roberto. **Conceitos de Astronomia**. São Paulo: Edgard Blücher, 1998.

BOWMAN, Abigail (NASA). **Solar Rotation Varies by Latitude**. Disponível em: <https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/science/solar-rotation.html> (2013). Acesso em: 27 out. 2025.

CABRAL, Gabriela. **As estações do ano**. 2011. Disponível em: <<http://oitavoanociencias.blogspot.com.br/2011/03/as-estacoes-do-ano.html>>. Acesso em: 30 abr. 2022.

CALCULADORA. **Calculadora de triângulo retângulo**. Disponível em: <https://pt.numberempire.com/right_triangle_calculator.php>. Acesso em: 11 fev. 2024.

COELHO, Marcos de Amorim; NAKATA, Hiromi. **Geografia geral**. 2. Ed, rev e ampl. São Paulo: Moderna, 1986.

COELHO, Marcos de Amorim. **Geografia geral: O espaço natural e sócio-econômico**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 1992.

CORRÊA, Iran Carlos Stallivere – **História da Astronomia**. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/museudetopografia/fotos/Fotos_PDF/Historia_da_Astronomia.pdf>. Acesso em: 17 jul. 2011.

DEAN, W. **A ferro e fogo: a história da devastação da Mata Atlântica Brasileira**. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.

DELLORE, Cesar Brumini. Et al. **Geografia 6**. 4. ed. Coleção Araribá Plus. São Paulo: Moderna, 2014.

DILÃO, Rui. **Latitude e longitude**. Instrumentos de medição 2002. Disponível em: <<http://www.cienciaviva.pt/latlong/anterior/gps.asp>>. Acesso em: 27 mar. 2021.

DUARTE, Paulo Araújo. **Dados sobre o planeta Terra**. Disponível em: <<https://planetario.ufsc.br/dados-sobre-o-planeta/>> Acesso em: 05 fev. 2024.

DUNN, Tony. **Excentricidade orbital**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Excentricidade_orbital#cite_note-15> Acesso em: 05 fev. 2024.

EKENTHOR, Ctuluh. **Equation of time**. Disponível em: <<https://br.pinterest.com/pin/32791903528763771/>> Acesso em: 11 nov. 2022.

ESTAÇÃO do ano. In: **Wikipédia**. 2010. Disponível em:
<http://pt.wikipedia.org/wiki/Esta%C3%A7%C3%A3o_do_ano>. Acesso em: 25 abr. 2021.

FARO, Joana – **Mitologia Greco-Romana**: Deméter, a Deusa da Agricultura. 2004. Disponível em:
<<http://www.arelíquia.com.br/Artigos%20Anteriores/71MitGrecR.htm>>. Acesso em: 20 ago. 2011.

GALVANI, Emerson. **Relações astronômicas Terra – Sol**. Disponível em:
<<https://slideplayer.com.br/slide/365962/>>. Acesso em: 27 dez. 2023.

GAUCHAZH. **Regiões da China têm frio recorde; cidade no Norte registrou -33,2°C** Disponível em:
<<https://gauchazh.clicrbs.com.br/ambiente/noticia/2023/12/regioes-da-china-tem-frio-recorde-cidade-no-norte-registrou-332oc-clqf023kz0000013e7q0n1m7f.html>>. Acesso em: 1 fev. 2024.

GEWANDSZNAJDER, Fernando. Ciências 6 – Planeta Terra. 2. ed. Projeto Teláris. São Paulo: Ática, 2015.

IGUDI. **Elementos da Elipse**. Disponível em:
<<http://www.igudi.famat.ufu.br/node/31>> Acesso em: 17 jul. 2022.

Introduction (**Analemma**). Disponível em:
<<https://www.analemma.com/intro.html>> Acesso em: 17 jul. 2022.

MATIAS, Átila. **Planeta Mercúrio**. Disponível em:
<<https://brasilescola.uol.com.br/geografia/mercurio-1.htm>> Acesso em: 03 jan. 2024.

MENEZES, Artur de Sá. **Artes nas imagens da NASA**. Disponível em:
<<https://artursamenezes.com>> Acesso em: 11 nov. 2022.

MISHRA, Er. Prateek. **Nesta sequência 4 12 20 28 36 44 52**. Disponível em:
<<https://www.quora.com/In-this-sequence-4-12-20-28-36-44-52-which-term-has-a-value-of-236>>. Acesso em: 11 fev. 2024.

MORENO, Cláudio. **Origem das Estações do Ano** [2000-]. Disponível em:
<<http://wp.clicrbs.com.br/sualingua/2009/04/30/origem-das-estacoes-do-ano/?topo=,2,18>>. Acesso em: 27 jun. 2011.

National Research Foundation. **Make your own sundial**. Disponível em:
<<http://www.hartrao.ac.za/other/sundial/sundial.html>> Acesso em: 17 jul. 2022.

National Today. **Perielion day january 4, 2023**. Disponível em:
<<https://nationaltoday.com/perihelion-day/>> Acesso em: 17 jul. 2022.

O GLOBO. **Recordes de calor: mapa mostra os dias mais quentes registrados nos cinco continentes**. Disponível em:

<<https://oglobo.globo.com/mundo/clima-e-ciencia/infograficos/2023/07/recordes-de-calor-mapa-mostra-os-dias-mais-quentes-registrados-nos-cinco-continentes.gh.html>>. Acesso em: 1 fev. 2024.

PROFESSORA LÍDIA – **As estações do ano**. Disponível em: <<http://blog.educacional.com.br/professoralidia/page/3/>>. Acesso em: 13 jul. 2021.

RIDPATH, Ian. **Guia ilustrado Zahar – Astronomia**. Rio de Janeiro – RJ: Zahar, 2014.

SAGAN, Carl. **O mundo assombrado pelos demônios**: a ciência vista como uma vela no escuro. São Paulo: Companhia das Letras, [200-?].

SALLES, Lourival. **Quanto de energia que a Terra recebe a mais quando está no periélio (mais próxima do Sol)?** Disponível em: <<https://espacodafisica.quora.com/https-pt-quora-com-Quanto-de-energia-que-a-Terra-recebe-a-mais-quando-est%C3%A1-no-peri%C3%A9lio-mais-pr%C3%B3xima-do-Sol-answer-Deni-1>>. Acesso em: 1 fev. 2024.

SANTOS, Cleverson A. da Silva (et al). **Desenvolvimento de um mecanismo de posicionamento de placas fotovoltaicas para rastreamento solar via Raspberry Pi**. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/8192/3/CT_COEAU_2015_1_11.pdf> Acesso em 29 abr. 2025.

SÃO PAULO. USP. Centro de divulgação da Astronomia. **Astronomia parte 2: Estações do ano**. Disponível em: <<http://www.cdcc.usp.br/cda/ensino-fundamental-astronomia/parte2.html>>. Acesso em: 8 nov. 2023.

SILVA, Edna Maria Esteves da. **O sistema Solar**. Disponível em: <<https://planetario.ufsc.br/o-sistema-solar/>> Acesso em: 27 dez. 2023.

SILVA, José G. Rodrigues. **Ciclos orbitais ou ciclos de Milankovitch**. Disponível em: <http://sigep.cprm.gov.br/glossario/textos/Cicloestratigrafia_e_Milankovith.pdf> Acesso em: 11 nov. 2022.

SILVA, Noemy. **Se cheguei até aqui foi porque me... Isaac Newton**. Disponível em: <<https://www.pensador.com/frase/NzY5NzEy/>>. Acesso em: 9 fev. 2024.

SLOANE, N. J. A. **The on-line encyclopedia of integer sequences**. Disponível em: <<https://oeis.org/A128445>>. Acesso em: 11 fev. 2024.

SOUTO, Ana Lúcia C. F. **As estações do ano e o gnômon**. *Apud* KhanAcademy.org, disponível em: <<https://pt.khanacademy.org/science/prepare-se-para-o-ensino-medio-ciencias/x1750320b173969bc:movimentos-no-sistema->

solar/x1750320b173969bc:os-movimentos-da-terra/a/o-gnmon-e-os-movimentos-da-terra> Acesso em: 03 mai. 2025.

SOUZA, Antonio Carlos G. **Analema e artes**. Instituto de Astronomia e Astrofísica (IAA). Imagem da Terra Satélite / NASA. Feira de Santana, 2022.

TELLES, Lucas. et al. **Como é o recheio de cada um dos planetas do Sistema Solar?** Disponível em: <<https://super.abril.com.br/especiais/como-e-o-recheio-de-cada-um-dos-planetes-do-sistema-solar>>. Acesso em: 27 dez. 2023.

TIGER-ALGEBRA.COM. **9,27,45,63,81,99,117,135**. Disponível em: <<https://www.tiger-algebra.com/pt/solucao/sequencia-aritmetica/9%2C27%2C45%2C63%2C81%2C99%2C117%2C135/>>. Acesso em: 11 fev. 2024.

TODOOCEU.COM. **Movimentos da Terra**. Disponível em: <<http://www.todooceu.com/home.html>>. Acesso em: 20 mar. 2023.

UOL.COM.BR. **Recorde de frio: Suécia registra -43,6°C, menor temperatura para mês de janeiro desde 1999**. Disponível em: <https://cultura.uol.com.br/noticias/63569_recorde-de-frio-suecia-registra-436c-menor-temperatura-para-mes-de-janeiro-desde-1999.html>. Acesso em: 1 fev. 2024.

ANEXO 01

Questionário As Estações do Ano

- 01 – Por que as Estações do Ano ocorrem?
- 02 – Qual a relação das estações do ano com os dois movimentos principais da Terra, a rotação e a revolução em torno do Sol?
- 03 – Em quais datas aproximadamente elas ocorrem?
- 04 – Na posição do Equinócio de Março os países do sul estão em qual estação?
- 05 – Na posição do Equinócio de Setembro um determinado país do norte está em qual estação?
- 06 – Explique o que são e quando ocorrem os Solstícios.
- 07 – Explique o que são as quatro posições astronômicas da Terra.
- 08 – Qual a relação das quatro posições com as linhas do equador e os trópicos de capricórnio e de câncer?
- 09 – E com a linha do círculo polar ártico e o círculo polar antártico?
- 10 – Que dia aproximadamente o círculo polar ártico terá uma noite de 24 horas?
- 11 – Que dia aproximadamente o círculo polar antártico terá um dia de 24 horas?
- 12 – Na data da chegada do Verão na Alemanha, com que estação ficaria a Argentina?
- 13 – Nessa data, em relação à questão anterior, o Sol incide exatamente onde em zênite?
- 14 – Verão na Argentina. Qual a estação ao mesmo tempo na África do Sul?
- 15 – Nas datas dos equinócios, onde o Sol incide exatamente?
- 16 – Qual a distância em graus da posição onde o Sol incide em zênite no Solstício de Verão para o sul em relação à cidade do Salvador?
- 17 – Sabemos que no inverno para o hemisfério sul, o Sol fica mais distante de Salvador. Qual a distância aproximada em graus de onde ele incide em zênite até a cidade?
- 18 – Explique quando a cidade de Porto Alegre apresenta os dias mais curtos do que as noites.
- 19 – É a mesma época em que isto também ocorre em Nova York?
- 20 – Quando a cidade de Curitiba fica com os dias mais longos do que as noites?
- 21 – É a mesma época em que isto ocorre em Londres?
- 22 – Os livros apresentam quatro imagens para definir as quatro estações. Na sua cidade ocorre da mesma forma?
- 23 – O verão é a estação mais quente, assim como o inverno é a mais fria. Explique se isso está rigorosamente correto aqui na nossa cidade do Salvador.

Boa Sorte!

ANEXO 02

Questionário Compêndio de Astronomia Tropical

- 01 – Dia 21 de dezembro, começa o verão no Brasil. Comente a situação em relação à tal afirmação trazendo uma explicação mais correta para a nossa capital da Bahia.
- 02 – Dia 21 de dezembro, começa o verão no Brasil. Comente a situação em relação à tal afirmação trazendo uma explicação mais correta para Macapá, que fica bem sobre a linha imaginária do Equador.
- 03 – A campanha contra o câncer de pele da sociedade brasileira de dermatologia começou no início do verão no Ceará em um determinado ano, prevendo chegar ao sul do Brasil, passando por todo o litoral, no fim do verão. Comente qual seria uma opção mais correta sobre este itinerário e datas tendo em vista o movimento aparente do Sol nas estações do ano.
- 04 – No início das estações de outono e primavera para a cidade de Macapá, como fica a realidade por lá?
- 05 – Explique a fala dos Soteropolitanos sempre em outubro afirmando: “Não vou aguentar o verão esse ano. Em outubro está quente assim, imagina no verão”?
- 06 – Explique por que os livros dizem que os dias ficam mais longos no verão, enquanto as noites ficam mais curtas. Esta afirmação está correta para qual região do Brasil?
- 07 – Se o analema fosse causado pela órbita elíptica a data do periélio deveria ser a data do dia solar mais rápido. Explique com base nos vídeos demonstrados por que o dia 12 de fevereiro é um dos que o Sol se põe mais tarde em Salvador?
- 08 – A terceira Lei de Kepler, anuncia uma harmonia matemática na órbita. O cubo da distância média é proporcional ao quadrado do período total. Explique a relação, caso exista, entre esta harmonia e a Nova Harmonia Planetária.

Boa Sorte!

ANEXO 03



Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DE USO DA IMAGEM

PARA O(A) ALUNO(A):

Você aluno(a) está sendo convidado(a) a participar, **como voluntário(a)**, de uma atividade de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Mestrado Profissional, da Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS.

O título da Pesquisa é “Estudo dos movimentos da Terra por meio de um compêndio de Astronomia Tropical” e tem como objetivo produzir o trabalho de conclusão de curso do mestrando/pesquisador LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR.

Os resultados desta pesquisa e imagem do(a) aluno(a), poderão ser publicados e/ou apresentados em encontros e congressos sobre Ensino e Astronomia além de redes sociais e canal de vídeos. As informações obtidas por meio dos relatos (anotações, questionários ou entrevistas) serão confidenciais e asseguramos sigilo sobre sua identidade. Os dados serão publicados de forma que não seja possível a sua identificação. É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento, bem como a participação nas atividades da pesquisa. Em caso de dúvida sobre a pesquisa você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável.

PARA OS PAIS OU RESPONSÁVEIS:

Após ler com atenção este documento e ser esclarecido(a) de quaisquer dúvidas, caso aceite a participação dos adolescentes na pesquisa, preencha o parágrafo abaixo e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável.

Eu, _____, responsável pelo(a)

aluno(a) _____,

nascido(a) em ____/____/____, autorizo a participação do(a) aluno(a) na pesquisa, e permito gratuitamente, LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR, responsável pela pesquisa, o uso da imagem do(a) referido(a) aluno(a), em trabalhos acadêmicos e científicos, bem como autorizo o uso ético da publicação dos relatos provenientes deste trabalho em redes sociais e canal de vídeos. Declaro que recebi uma cópia do presente Termo de Consentimento. Por ser verdade, dato e assino em duas vias de igual teor.

_____ de _____ de 2025

Assinatura do responsável pelo(a) aluno(a)

Contatos: Orientadora Responsável: **Prof. Dra. Vera Aparecida Fernandes Martin.**

E-mails: vmartin@uefs.br, sampaioathayde@yahoo.com.br **Telefone:** (75) 31618289.

Endereço: Av. Transnordestina, S/N. Bairro Novo Horizonte. CEP: 44036-900. Feira de Santana Bahia.

Assinaturas: _____ (Orientadora: **Profa. Dra. VERA APARECIDA FERNANDES MARTIN**

_____ (Discente: **Prof. Me. LUIZ SAMPAIO ATHAYDE JUNIOR**