

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Departamento de Ciências Exatas

PROFMAT – Mestrado Profissional Em Matemática Em Rede
Nacional



**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA MATRIZES E
SISTEMAS LINEARES UTILIZANDO O MODELO DE
LEONTIEF**

ROMARIO PEREIRA RODRIGUES

Feira de Santana
Dezembro de 2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Departamento de Ciências Exatas

PROFMAT – Mestrado Profissional Em Matemática Em Rede
Nacional



**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA MATRIZES E
SISTEMAS LINEARES UTILIZANDO O MODELO DE
LEONTIEF**

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT - do Departamento de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Geciara Carvalho

Feira De Santana
Dezembro de 2025

R616 Rodrigues, Romario Pereira

Uma sequência didática para matrizes e sistemas lineares utilizando o modelo de Leontief / Romario Pereira Rodrigues. – 2025.
112 f.: il.

Orientadora: Geciara da Silva Carvalho.

Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Departamento de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2025.

1. Matrizes. 2. Sistemas lineares. 3. Modelo de Leontief. 4. Sequência didática. 5. Matemática – Ensino médio. I. Título. II. Carvalho, Geciara da Silva, orient. III. Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). IV. Departamento de Ciências Exatas. V. Universidade Estadual de Feira de Santana.

CDU 512.64:373.5



Universidade Estadual de Feira de Santana
Departamento de Ciências Exatas
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



Ata da Sessão pública de defesa de dissertação do discente Romario Pereira Rodrigues do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Feira de Santana

Aos doze dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e cinco, às 10 horas, ocorreu a defesa pública não presencial, através da plataforma Google Meet, link: <https://meet.google.com/rxo-txkr-dwm> da dissertação apresentada sob o título **“UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA MATRIZES E SISTEMAS LINEARES UTILIZANDO O MODELO DE LEONTIEF”**, do discente **Romario Pereira Rodrigues**, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual de Feira de Santana, para obtenção do título de MESTRE. A Banca Examinadora foi composta pelos professores: Geciara da Silva Carvalho (Orientadora, UEFS), Joilma Silva Carneiro (UEFS), Rodrigo Rios Nascimento (UNIFAN) e Thiago Pires Santana (UEFS). A sessão de defesa constou da apresentação do trabalho pelo discente e das arguições dos examinadores. Em seguida, a Banca Examinadora se reuniu em sessão secreta para julgamento final do trabalho e atribuiu o conceito APROVADO. Sem mais a tratar, foi lavrada a presente ata, que segue assinada pelos membros da Banca Examinadora e pelo Coordenador Acadêmico Institucional do PROFMAT. Feira de Santana, 12 de dezembro de 2025.

Documento assinado digitalmente
gov.br GECIARA DA SILVA CARVALHO
Data: 12/12/2025 12:51:01-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof^a. Dra. Geciara da Silva Carvalho (Orientadora, UEFS)

Documento assinado digitalmente
gov.br JOILMA SILVA CARNEIRO
Data: 12/12/2025 12:56:16-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof^a. Dra. Joilma Silva Carneiro (UEFS)

Documento assinado digitalmente
 **RODRIGO RIOS NASCIMENTO**
Data: 12/12/2025 13:07:23-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Ms. Rodrigo Rios Nascimento (UNIFAN)

Documento assinado digitalmente
 **THIAGO PIRES SANTANA**
Data: 12/12/2025 13:01:21-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Thiago Pires Santana (UEFS)

Visto do Coordenador:  **JEAN FERNANDES BARROS**
Data: 12/12/2025 13:18:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA MATRIZES E SISTEMAS LINEARES UTILIZANDO O MODELO DE LEONTIEF

ROMARIO PEREIRA RODRIGUES

Orientadora: Prof. Dra. Geciara Carvalho

12 de dezembro de 2025

Agradecimentos

Primeiro, agradeço a Deus por ter me auxiliado até aqui e me dado forças para seguir um ritmo que muitos olham como impossível de conquistar. Em especial, agradeço imensamente a minha esposa Mayne por todo o apoio e compreensão durante minha ausência, pelo incentivo em não me deixar fraquejar diante das dificuldades. Um carinho e incentivo de minha filha Lis, pois ela também foi o impulso que me ajudou a concluir essa etapa. Agradeço também aos meus alunos e colegas dessa jornada; a presença de cada um tornou os dias de aula e estudo mais leves e divertidos. Aos professores do curso e fora deles: professor Dr. Jean Fernandes Barros e professor Dr. Darlan Ferreira de Oliveira, por todo comprometimento e conhecimentos transmitidos e em especial à minha orientadora, professora Geciara Carvalho, pelos conhecimentos, empenho e pela grande paciência. Um agradecimento em particular à professora Luciana Alcici e aos alunos do 2º ano do Ensino Médio do IFBA – Brumado, por conceder um espaço para apresentar o meu trabalho em sala e deixarem o trabalho fluir da forma que era possível.

Nunca me esquecerei da história que me fez gostar da matemática. Certo dia, nas férias escolares para ingressar à alfabetização, minha tia fez um “ditado” de operações e palavras. Após o ditado, segundo ela, eu estava preguiçoso ao resolver as continhas e pediu para que a minha mãe “pegasse no meu pé”. Ela não imaginava que isso mudaria a minha vida com a matemática.

Desde então minha percepção com a matemática foi o mais simples possível. Não havia problemas ou dificuldades para resolver os problemas nos anos posteriores e, no meio do ensino médio, começava a ajudar os alunos de séries anteriores a respeito das questões e dos assuntos que eram mostrados. Começava o ato de ser professor. Básico, sem muitas pretensões, mas as minhas explicações tornavam, segundo os alunos, o assunto o mais simples possível.

Por um tempo, eu tentei sair dessa “ideia” de ser professor. Olhava a rotina de professores que eu admirava e não conseguia imaginar a minha vida se resumir a estar em uma sala de aula às 07h20min da manhã e só terminarem as aulas perto das 22h. Decidi ir para a engenharia.

O curso de Engenharia mostrou uma realidade que até então não enxergava em mim: o lado autodidata. Não me considero um autodidata nato, mas creio que adquiri algo que chega próximo dessa característica, pois me via em uma situação diferente da que o colégio colocava aos alunos: ao invés do professor explicar o assunto, o método de ensino implantado no curso

indiretamente forçava os alunos a procurarem por conta própria entender os assuntos e apresentá-los como verdadeiros entendedores do assunto.

Iniciei as aulas particulares aos alunos do ensino fundamental e médio paralelo ao ensino na graduação e, por conta da forma de estudar na graduação, vi o grande descompasso que o ensino praticado em sala de aula se distanciava do que considerava como ideal, tanto na visão do professor, quanto na visão do aluno. Assim, resolvi criar o meu método.

Esse método funcionou. Comecei a ver os resultados, tanto nas notas dos alunos quanto pelo gosto na disciplina que, até então, os alunos não demonstravam interesse. As aulas particulares tomavam uma proporção que não me via como engenheiro, e sim como o professor (o ensino me chamando, risos).

Terminado o curso, continuei a ensinar e, depois de muita insistência da minha esposa, resolvi fazer uma Licenciatura em Matemática. Faltava a experiência em sala de aula, confrontar a minha realidade com a realidade da sala de aula. O meu método funcionou! Mesmo com um contingente pequeno, consegui olhar nos olhos dos alunos e mostrá-los que a matemática era uma experiência fantástica de ensino, que não tem nenhum problema em misturar números com letras, que mostrar um gráfico é a visão mais sutil da vida de uma pessoa, cidade, país. Mostrei que, contando a história sobre como surgiram algumas coisas e o porquê delas estarem nos livros tem sentido, e até um pouco de graça, na vida escolar.

Nesse tempo resolvi dar um passo, cursar o mestrado. O PROFMAT-UEFS é, de fato, uma “mão na roda” do professor, pois os assuntos são, em sua grande maioria, relacionados com os assuntos trabalhados em sala de aula. O ingresso fez abrir mais uma porta: a formalização de tudo que aprendi. O mundo matemático tem formalizações que são extremamente necessárias, pois a sua linguagem, para que todos entendam, precisou de um rigor formal, e foi um desafio mostrar ao meu pouco conhecimento que precisava desse rigor.

Esse trabalho é uma pequena amostra do meu método em sala de aula. Possui mais elementos do que eu ensino em sala, pois, por conta do formalismo, temos que seguir alguns ditames e regras.

História, conteúdo e realidade. Três pilares do meu ensino.

Resumo

Esta dissertação apresenta uma sequência didática para o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares no Ensino Médio, baseada no Modelo de Insumo-Produto de Wassily Leontief. A principal contribuição desta pesquisa reside na resposta à lacuna existente na literatura sobre o uso do modelo de Insumo – Produto de Wassily Leontief como recurso para o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares no Ensino Médio. A sequência didática realiza uma abordagem interdisciplinar e contextualizada, alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que integra conceitos algébricos a situações reais de natureza econômica, visando à aprendizagem significativa e ao desenvolvimento do pensamento crítico. A pesquisa, de caráter qualitativo, por meio de um estudo de caso, foi realizada em ambiente escolar, com observações, registros e análise das produções dos alunos. Os resultados evidenciam que o uso do modelo de Insumo – Produto de Wassily Leontief revela indícios de compreensão dos conteúdos matemáticos pelos alunos, desperta o interesse dos estudantes a respeito do tema e contribui para a formação cidadã discente.

Palavras-chave: Sequência Didática; Ensino de Matemática; Matrizes; Sistemas Lineares; Modelo de Leontief; Educação Financeira.

Abstract

This dissertation presents the development and application of a didactic sequence for teaching Matrices and Linear Systems in Upper Secondary Education, based on Wassily Leontief's Input–Output Model. The main contribution of this research lies in addressing a gap in the literature regarding the use of Leontief's Input–Output Model as a pedagogical resource for teaching Matrices and Linear Systems at the secondary school level. The study proposes an interdisciplinary and contextualized approach, aligned with the Brazilian National Common Core Curriculum (BNCC), which integrates algebraic concepts with real-world economic situations, aiming at meaningful learning and the development of critical thinking. The research adopts a qualitative and intervention-based methodology and was conducted in a school setting through classroom observations, records, and analysis of students' productions. The results indicate that the use of the Leontief model enhances students' understanding of mathematical content, increases their engagement, and contributes to their civic education.

Keywords: Didactic Sequence; Mathematics Teaching; Matrices; Linear Systems; Leontief Model; Financial Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Relações fundamentais de insumo-produto	47
Figura 2: Utilização dos bens domésticos e importados.....	47
Figura 3: Elementos que geram os produtos domésticos	48
Figura 4: Junção dos fluxogramas anteriores	48
Figura 5: Etapas da sequência didática.....	61
Figura 6: Pesquisador ministrando aula sobre educação financeira	74
Figura 7: Explicação da Lei da oferta – interação professor e alunos.....	75
Figura 8: Explicação sobre Lei da demanda – interação professor e alunos.....	77
Figura 9: Representação no quadro das leis da Oferta e Demanda	79
Figura 10: Retratação dos setores econômicos da cidade de Brumado - BA	81
Figura 11: Construção da Matriz de Leontief (parte 1).....	83
Figura 12: construção da matriz de Leontief (parte 2)	84
Figura 13: Construção da Matriz de Leontief.....	86
Figura 14: Elaboração da equação de Leontief	87
Figura 15: Modelo aberto de Leontief.....	88
Figura 16: Divisão da sala em grupos	90
Figura 17: Imagens da matriz de Leontief feitas pelos grupos.....	91
Figura 18: Entrega dos resultados (grupo 01)	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Exemplo de tabela de Insumo-Produto para uma economia com 2 setores	50
Tabela 2: Síntese do fluxo de produtos na economia	53
Tabela 3: Atividades realizadas na SD	62
Tabela 4: Apresentação das Metodologias, Recursos Didáticos e o Tempo	64
Tabela 5: Objetos de Conhecimento e Habilidades.....	64
Tabela 6: Síntese das ideias de Zabala, Ausubel e Biembengut e sua relação com os resultados da aplicação da sequência didática	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

SD – Sequência Didática

UEFS – Universidade Estadual de Feira de Santana

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	21
2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS: DISCUSSÕES E POSSIBILIDADES	25
2.1 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO COMPONENTE DA FORMAÇÃO CIDADÃ	25
2.2 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O ENSINO DE MATEMÁTICA NA BNCC.....	27
2.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E O ENSINO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	28
2.4 POSSIBILIDADES PEDAGÓGICAS E DESAFIOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	29
3. ABORDAGEM DIDÁTICO-METODOLÓGICA: SEQUÊNCIA DIDÁTICA E CONTEXTUALIZAÇÃO DA MATEMÁTICA	31
3.1 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA BASEADA EM ZABALA	31
3.1.1. A origem e os fundamentos da sequência didática	32
3.1.2 Teoria da Aprendizagem Significativa	32
3.1.3 Estrutura e componentes da Sequência Didática segundo Zabala	33
3.1.4 A importância da avaliação formativa na Sequência Didática	36
3.2 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.....	37
3.2.1 A Base Nacional Comum Curricular e o ensino de Matemática.....	37
3.2.2 Matrizes e Sistemas Lineares no contexto da BNCC	38
3.2.3 A BNCC e o desenvolvimento de competências matemáticas	38
3.2.4 Implicações para a prática docente e a sequência didática	39
4. O MODELO DE LEONTIEF.....	41
4.1 BREVE HISTÓRIA DAS MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES	41
4.2 MATRIZES	42
4.3 VISÃO TEÓRICA DO MODELO DE LEONTIEF	43
4.4 EXEMPLOS DO MODELO NO BRASIL E NO MUNDO	44
4.5 ARCABOUÇO GERAL DO MODELO DE LEONTIEF	46
4.6 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA DA TEORIA DE INSUMO – PRODUTO	50
4.7 TEOREMA 1 (EQUAÇÃO DE LEONTIEF)	52
4.8 TEOREMA 2 (ECONOMIA RENTÁVEL):	53
4.9 TEOREMA 3.....	53
4.10 EXEMPLO PRÁTICO	53

4.11 SITUAÇÃO – PROBLEMA	55
4.12 ANÁLISE DOS RESULTADOS	56
4.12.1. Quantidade gasta internamente	56
4.12.2. Análise da invertibilidade da Matriz de Leontief.....	56
5. METODOLOGIA.....	58
5.1 ABORDAGEM DA PESQUISA	58
5.2 CONTEXTO E PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	59
5.3 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	60
5.4 METODOLOGIA DE ENSINO.....	62
6. APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	64
6.1 APRESENTAÇÃO – CONCEITOS BÁSICOS DE ECONOMIA	65
6.2 APRESENTAÇÃO – LEI DA OFERTA	66
6.3 APRESENTAÇÃO – LEI DA DEMANDA	66
6.4 JUNÇÃO DAS LEIS DA OFERTA E DA DEMANDA	67
6.5 CENÁRIO LOCAL – SETORES ECONÔMICOS	67
6.6 CONSTRUÇÃO DA MATRIZ DE LEONTIEF	67
6.7 MODELO ABERTO DE LEONTIEF.....	68
6.8 EQUAÇÃO DE LEONTIEF	68
6.9 SUPORTE TECNOLÓGICO	69
6.10 ENTREGA DOS RESULTADOS.....	69
7. RELATO DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	70
7.1 INTRODUÇÃO.....	70
7.2 INTRODUÇÃO – APRESENTAÇÃO DO TEMA	73
7.2.1 Apresentação – Lei da Oferta.....	75
7.2.2. Apresentação – Lei da Demanda.....	76
7.2.3 Junção das Leis da Oferta e da Demanda	78
7.2.4 Cenário Local – Setores Econômicos	80
7.2.5 Construção da Matriz de Leontief	82
7.2.6 Modelo de Leontief - Construção	84
7.2.7 Modelo de Leontief – Interpretação das Tabelas Setoriais.....	85
7.2.8 Modelo de Leontief – Desenvolvimento em Sala.....	88
7.2.9 Modelo de Leontief – Resolução de Sistemas Lineares.....	89
7.2.10 Consolidação – Síntese produzida pelos Estudantes	91
7.2.11 Consolidação	93

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98
ANEXO I – MATRIZES.....	102
PRODUTO EDUCACIONAL	108

1. INTRODUÇÃO

Entender como a economia local funciona requer conhecer matemática, mais especificamente aprender matrizes e resolver operações que as envolvam. Tal perspectiva alinha-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), a qual enfatiza o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolver problemas contextualizados, reforçando a importância de um ensino que ultrapasse a mera técnica e promova aprendizagens significativas.

Diante desse cenário, a presente pesquisa emerge de uma dupla motivação: de um lado, a inquietação pessoal do pesquisador quanto à necessidade de tornar o ensino mais significativo e, do outro, o anseio de compreender de que modo o ensino de conteúdos algébricos — em especial Matrizes e Sistemas Lineares — pode ser potencializado quando articulado a situações econômicas reais e a reflexões sobre a estrutura social e produtiva.

De fato, compreender a realidade do país em que se vive — sob os prismas da história, da cultura, da economia e da geografia — constitui um exercício fundamental para o desenvolvimento da cidadania e para a formação de sujeitos críticos e conscientes de seu papel social. O conhecimento da realidade nacional promove a valorização da diversidade, o senso de pertencimento e a ampliação da consciência política, favorecendo a tomada de decisões informadas e a atuação responsável diante dos desafios contemporâneos.

No campo econômico, o domínio de noções básicas sobre o funcionamento dos sistemas produtivos e financeiros oferece instrumentos essenciais para a leitura crítica das políticas públicas, das flutuações de mercado e de fenômenos como inflação, juros e desemprego. A análise dessas dinâmicas requer o uso de ferramentas que representem e expliquem as relações entre os setores produtivos de uma economia. Entre tais instrumentos, destacam-se os modelos econômicos que traduzem por meio de conceitos matemáticos as interdependências entre agentes e setores (Leontief, 1986; Miller; Blair, 2009).

O presente trabalho propõe uma sequência didática (SD) voltada ao ensino de Matrizes e Sistemas Lineares no Ensino Médio utilizando o Modelo de Insumo-Produto de Wassily Leontief como recurso pedagógico central. Trata-se de uma proposta de ensino contextualizado e interdisciplinar, em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), que incentiva o uso de situações-problema e a aplicação de conceitos matemáticos em contextos reais.

O modelo de Leontief descreve como os setores produtivos de um país se relacionam, revelando a estrutura de dependência entre eles. Seu funcionamento baseia-se em sistemas lineares e em operações matriciais, o que o torna um instrumento relativamente interessante do ponto de vista didático para o ensino de conteúdos de Álgebra Linear. Ao ser traduzido para a linguagem escolar, esse modelo permite conectar o ensino da Matemática à vida cotidiana e à compreensão da economia nacional.

Cabe reiterar que a escolha do tema aqui estudado se justifica pela necessidade de superar a abordagem tradicionalmente abstrata da Matemática no Ensino Médio, propondo uma prática que articule teoria e realidade social. A BNCC (BRASIL, 2018) orienta o ensino da Matemática para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da argumentação e da resolução de problemas contextualizados.

Dessa maneira, o modelo de Leontief oferece um contexto real de aplicação dos conceitos algébricos, possibilitando aos alunos compreenderem como as operações matriciais representam processos econômicos concretos, como a produção, o consumo e o investimento. Por essa razão, a proposta contribui para a educação financeira e para a alfabetização econômica, dimensões que vêm ganhando relevância nas políticas educacionais brasileiras.

A relevância desta pesquisa para a Educação Básica reside na promoção de um ensino matemático mais significativo e interdisciplinar. A BNCC estabelece que o estudante deve utilizar conceitos matemáticos “para compreender, descrever e intervir em situações do cotidiano, sociais e tecnológicas” (BRASIL, 2018, p. 270). Ao empregar o modelo de Leontief em sala de aula, o professor estimula o pensamento crítico e a capacidade de análise dos alunos, ao mesmo tempo em que desenvolve habilidades de leitura de dados, de modelagem e de tomada de decisão.

Além disso, a proposta favorece a articulação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, como Geografia e Ciências Sociais, permitindo uma compreensão integrada da realidade socioeconômica e fortalecendo o protagonismo discente.

Considerando o que já foi exposto, esta pesquisa situa-se no campo da Educação Matemática, com foco na aprendizagem de Matrizes e Sistemas Lineares mediante o uso de uma sequência didática inspirada nos pressupostos de Zabala (1998). Este estudo foi desenvolvido em turmas do 2º ano do Ensino Médio de uma instituição pública, por meio da observação e análise qualitativa das atividades.

A questão central que orienta esta investigação é: de que modo o Modelo de Insumo-Produto de Leontief pode ser utilizado, no contexto de uma sequência didática, para favorecer a aprendizagem significativa de Matrizes e Sistemas Lineares no Ensino Médio?

Embora a sequência didática apresente questões que orientam o olhar investigativo, não se pretende oferecer respostas conclusivas ou generalizáveis. Tais questões funcionam como expectativas que acompanharam o desenvolvimento da sequência didática, indicando aspectos a serem observados durante a aplicação, mas sem configurar uma pesquisa experimental ou de verificação de hipóteses. Trata-se, portanto, de um estudo descritivo-analítico, cujo propósito principal é compreender o percurso formativo vivido em sala de aula e refletir sobre as aprendizagens, limites e potencialidades emergentes da proposta.

Considerando a questão de pesquisa apresentada, o trabalho teve como objetivo geral elaborar e dinamizar uma sequência didática que integre o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares com o Modelo de Insumo-Produto de Leontief, como uma das formas de promoção da aprendizagem contextualizada no Ensino Médio. Já os objetivos específicos são os seguintes:

- Relacionar o modelo de Leontief aos conteúdos de Álgebra Linear presentes no currículo;
- Descrever a concepção, a organização e as etapas da sequência didática, relacionando-as aos pressupostos de Zabala e às diretrizes da BNCC.
- Investigar como os estudantes representam e resolvem problemas envolvendo matrizes e sistemas lineares no contexto do Modelo de Leontief.
- Analisar de que maneira a sequência didática favorece a articulação entre conceitos matemáticos e conteúdos de Educação Financeira.
- Examinar o papel do professor como mediador durante dinamização da sequência didática, identificando intervenções, adaptações e estratégias utilizadas em sala de aula.
- Propor melhorias para futuras implementações, incluindo o uso de tecnologias digitais (como planilhas eletrônicas) e a ampliação de atividades investigativas relacionadas ao contexto econômico local.

Metodologicamente, a pesquisa adota uma abordagem qualitativa, exploratória e interventiva, com base na aplicação e avaliação de uma sequência didática em contexto escolar. Serão utilizados instrumentos de coleta de dados como observações de aula, registros das atividades e questionários diagnósticos. O referencial teórico articula os campos da

Aprendizagem Significativa (Ausubel, 2003), da Modelagem Matemática (Biembengut; Hein, 2017) e das Sequências Didáticas (Zabala, 1998).

Do ponto de vista social, esta pesquisa busca contribuir para o aprimoramento das práticas pedagógicas em Matemática, oferecendo uma estratégia que aproxima o conteúdo escolar da realidade econômica e cidadã dos alunos. Ao compreenderem as relações produtivas e financeiras representadas pelo modelo de Leontief, os estudantes desenvolvem competências críticas para analisar fenômenos econômicos e tomar decisões responsáveis em sua vida cotidiana.

Ademais, a proposta pode servir de subsídio para formações docentes e planejamentos curriculares, reforçando a importância da contextualização e da interdisciplinaridade como eixos estruturantes do ensino de Matemática.

Por fim, estruturalmente, esta dissertação organiza-se em oito capítulos. O Capítulo 1 apresenta a introdução, incluindo a contextualização, os objetivos e a justificativa do estudo. O Capítulo 2 aborda a Educação Financeira nas escolas, discutindo sua relevância na formação cidadã e o papel da Matemática nesse processo. O Capítulo 3 dedica-se à análise da sequência didática, com base nos pressupostos teóricos de Zabala (1998) e nas orientações da BNCC, enquanto o Capítulo 4 apresenta os fundamentos matemáticos e econômicos do Modelo de Insumo-Produto de Leontief, estabelecendo os nexos entre os campos da Educação e da Economia. O Capítulo 5 descreve a metodologia adotada e os instrumentos de coleta e análise de dados utilizados na investigação. O Capítulo 6 expõe a sequência didática desenvolvida, detalhando suas etapas, atividades e objetivos pedagógicos. O Capítulo 7 apresenta e discute os resultados obtidos à luz de uma análise qualitativa das aprendizagens observadas e, por fim, o Capítulo 8 reúne as considerações finais, destacando as contribuições do estudo, suas limitações e possibilidades de continuidade em pesquisas futuras.

2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS: DISCUSSÕES E POSSIBILIDADES

2.1 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO COMPONENTE DA FORMAÇÃO CIDADÃ

A educação contemporânea enfrenta o desafio de formar sujeitos capazes de compreender criticamente o mundo e interagir de maneira consciente com as dimensões sociais, econômicas e culturais que o constituem. Nesse contexto, a Educação Financeira emerge como um componente essencial da formação cidadã, ao possibilitar que os indivíduos compreendam a dinâmica do dinheiro, do consumo e da produção no contexto social, desenvolvendo competências que favorecem escolhas éticas e sustentáveis.

No âmbito escolar, a Educação Financeira é compreendida como um processo educativo que promove a compreensão crítica sobre o uso do dinheiro, o consumo, a poupança e o crédito, articulando saberes matemáticos e sociais de modo significativo (Hartmann, 2019). O ensino de Matemática, nesse cenário, adquire maior sentido quando vinculado a situações financeiras cotidianas, permitindo que o estudante perceba a aplicabilidade dos conceitos matemáticos na organização da própria vida econômica e na tomada de decisões conscientes.

Becker e Brönstrup (2018) afirmam que a Educação Financeira nas escolas deve ultrapassar a mera transmissão de técnicas de controle orçamentário e planejamento de gastos, assumindo caráter formativo e emancipador, voltado à cidadania financeira. Em suas análises sobre práticas pedagógicas no Rio Grande do Sul, os autores observam que as atividades mais significativas são aquelas que envolvem reflexão sobre valores éticos, sustentabilidade e consumo responsável — dimensões que ampliam a compreensão do estudante acerca das consequências sociais e ambientais das decisões financeiras.

De modo convergente, Cancillier et al. (2024) ressaltam que a Educação Financeira no Novo Ensino Médio deve ser concebida como componente interdisciplinar, capaz de dialogar com áreas como Matemática, Geografia e Ciências Humanas. Tal abordagem contribui para formar sujeitos críticos e autônomos, aptos a compreender a complexidade das relações econômicas e a exercer conscientemente seu papel como consumidores e cidadãos. O estudo evidencia que, quando integrada aos itinerários formativos, a Educação Financeira reforça as competências gerais da BNCC, como o pensamento científico, crítico e criativo.

Silva Santos e Oliveira (2023), ao investigarem experiências nos anos iniciais do Ensino Fundamental, destacam a importância de trabalhar o tema de modo lúdico e contextualizado, aproximando os conceitos de dinheiro, valor e troca da realidade das crianças. Para as autoras, introduzir noções de planejamento e economia doméstica desde cedo contribui para a

construção de hábitos de consumo equilibrados e para atitudes responsáveis diante do uso dos recursos financeiros. Essa abordagem precoce permite compreender a Educação Financeira como processo contínuo que acompanha o desenvolvimento integral do aluno.

De forma complementar, Oliveira (2024) enfatiza que a Educação Financeira, ao articular teoria e prática, consolida-se como estratégia pedagógica essencial para o enfrentamento de desafios contemporâneos, como o endividamento das famílias e o consumo impulsivo. A autora argumenta que a inserção sistemática do tema no currículo escolar contribui não apenas para a aprendizagem matemática, mas também para a alfabetização econômica e social, desenvolvendo competências de análise, planejamento e tomada de decisão baseadas em princípios de responsabilidade individual e coletiva.

Segundo a BNCC (Brasil, 2018), a Educação Financeira deve ser tratada como tema transversal, permeando os diferentes componentes curriculares e promovendo o desenvolvimento de competências gerais relacionadas ao pensamento crítico, à resolução de problemas e à responsabilidade social. A Matemática, por sua natureza analítica, assume papel central nesse processo, pois permite representar, modelar e interpretar fenômenos econômicos e sociais de forma quantitativa e simbólica.

De acordo com a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2016), a Educação Financeira constitui também um instrumento de inclusão social, ao contribuir para reduzir desigualdades e estimular o uso consciente dos recursos financeiros. Mais do que uma técnica de administração do dinheiro, trata-se de um processo educativo que estimula a reflexão crítica sobre as relações econômicas e os valores que orientam decisões de consumo, investimento e produção.

Silva e Souza (2020, p. 45) defendem que a Educação Financeira deve ser compreendida como prática emancipatória, cuja finalidade é “formar sujeitos que compreendam o papel do dinheiro na sociedade e possam tomar decisões alinhadas a valores de justiça e solidariedade”. Essa visão humanizadora rompe com a concepção instrumental da economia e se aproxima da proposta de educação crítica de Freire (1996), que propõe a leitura do mundo antes da leitura da palavra. Discutir finanças na escola é, portanto, discutir poder, consumo e desigualdade — elementos que atravessam o cotidiano dos estudantes e moldam suas perspectivas de futuro.

Em âmbito internacional, estudos de Mandell e Klein (2009) e Lusardi (2019) evidenciam que a inserção sistemática da Educação Financeira nas escolas reduz a vulnerabilidade econômica e fortalece a cidadania financeira. Pesquisas demonstram que jovens expostos precocemente a discussões sobre crédito, poupança e planejamento apresentam maior

capacidade de gestão financeira na vida adulta. No contexto brasileiro, essa necessidade é reforçada pelos índices de endividamento e consumo impulsivo, que revelam a carência de formação econômica crítica desde a Educação Básica (D'Aquino, 2019). Nesse sentido, o ambiente escolar se torna espaço privilegiado para o desenvolvimento de uma consciência financeira que articula raciocínio matemático, responsabilidade social e pensamento ético.

A integração entre Educação Financeira e ensino de Matemática permite, ainda, conectar conteúdos abstratos a situações concretas de interesse dos estudantes. Biembengut e Hein (2013), ao discutirem a Modelagem Matemática como ponte entre teoria e realidade, destacam que o trabalho com temas como matrizes, sistemas lineares e proporcionalidade em contextos econômicos potencializa a aprendizagem significativa. Por conseguinte, a Educação Financeira, articulada à Matemática e à realidade social, transforma-se em instrumento de empoderamento e cidadania, permitindo que os estudantes compreendam não apenas como o dinheiro circula, mas por que e para quem ele circula.

Nessa mesma direção, Baroni, Hartmann e Carvalho (2021, p. 25), em *Uma Abordagem Crítica da Educação Financeira na Formação do Professor de Matemática*, problematizam a crescente inserção do tema nos currículos escolares e defendem que ele deve ultrapassar o caráter instrumental, assumindo uma dimensão formativa e emancipadora. Para os autores,

No encontro da Educação Financeira com a Educação Matemática Crítica, não se busca reduzir uma aula de Matemática à tarefa de resolver uma lista de problemas com cálculos repetitivos propostos para a memorização de fórmulas e treino de técnicas de Matemática Financeira. Busca-se ir além, problematizando o que está posto, de modo a superar situações dadas, muitas vezes, como naturais.

Tal perspectiva reforça que a Educação Financeira não deve restringir-se à busca do equilíbrio individual das contas pessoais, mas fomentar a compreensão crítica das estruturas econômicas que sustentam as desigualdades e moldam o comportamento social.

2.2 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA E O ENSINO DE MATEMÁTICA NA BNCC

A BNCC (Brasil, 2018) orienta que o ensino da Matemática, no Ensino Médio, promova a compreensão de fenômenos sociais, econômicos e ambientais por meio da leitura, interpretação e modelagem de dados reais. Entre as habilidades específicas, salienta-se a

capacidade de “analisar e utilizar representações matemáticas para compreender, modelar e resolver problemas que envolvem situações econômicas e sociais” (Brasil, 2018, p. 523).

Nesse contexto, a Educação Financeira se apresenta como um tema transversal que favorece a articulação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, especialmente quando associada a conteúdos como porcentagem, funções, matrizes, sistemas lineares e estatística. Essa integração permite compreender de maneira quantitativa as relações de interdependência econômica e os efeitos de políticas públicas sobre o consumo, a renda e a produção.

Lorenzato (2020) evidencia que a contextualização é elemento fundamental para a aprendizagem significativa, pois aproxima o conteúdo escolar das experiências reais dos estudantes. Seguindo esse viés, para o autor dessa dissertação, ao vincular o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares ao estudo do Modelo de Insumo-Produto de Leontief, o professor favorece a compreensão sobre como os setores produtivos se interconectam e como decisões econômicas reverberam em toda a sociedade.

Contudo, Baroni et al. (2021) enfatizam que a BNCC atribui ao professor de Matemática a responsabilidade de operacionalizar a Educação Financeira sem assegurar, necessariamente, uma formação crítica que o habilite a lidar com temas econômicos complexos. Tal lacuna pode resultar em abordagens superficiais, restritas à aritmética financeira e à gestão individual de recursos. Para evitar isso, é imprescindível que a Educação Financeira no ensino de Matemática assuma uma perspectiva emancipatória, abordando temas como endividamento estrutural, desigualdade de renda, consumo sustentável e justiça econômica, promovendo, assim, a leitura crítica do mundo, como defende Freire (1987).

2.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E O ENSINO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A efetiva implementação da Educação Financeira no ambiente escolar requer metodologias ativas que privilegiem a investigação, o diálogo e a aplicação prática do conhecimento. Uma dessas metodologias que podem ser utilizadas é a sequência didática, proposta por Zabala (1998), que consiste em um conjunto de atividades organizadas de forma intencional e progressiva, permitindo ao aluno construir o conhecimento a partir de desafios reais.

Segundo Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), a sequência didática possibilita ao professor planejar percursos de aprendizagem que partem da problematização e conduzem à

construção de saberes conceituais e procedimentais. No caso da Educação Financeira, essa metodologia favorece o desenvolvimento de atividades que envolvem desde a elaboração de orçamentos familiares e estudos de consumo até análises mais complexas, como a compreensão de fluxos produtivos e modelos econômicos.

Quando integrada ao ensino de Matrizes e Sistemas Lineares, a sequência didática permite utilizar modelos matemáticos, como o de Leontief, para representar e analisar interdependências entre setores produtivos. Essa abordagem não apenas contextualiza o conteúdo matemático, mas também reforça a importância da Matemática como linguagem para compreender a realidade social e econômica.

De acordo com Baroni et al. (2021), o papel do professor é crucial nesse processo: ele deve ultrapassar a dimensão técnica e assumir postura crítica diante das práticas pedagógicas, estimulando os alunos ao questionamento e à reflexão sobre o papel da Matemática na sociedade. Por consequência, o ensino da Educação Financeira realizado por meio da Sequência Didática se torna uma oportunidade para integrar teoria e prática, raciocínio lógico e consciência social, fortalecendo a formação cidadã.

2.4 POSSIBILIDADES PEDAGÓGICAS E DESAFIOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

As possibilidades pedagógicas da Educação Financeira são amplas e envolvem desde o uso de situações-problema contextualizadas até o desenvolvimento de projetos interdisciplinares que dialogam com Geografia, Sociologia, Filosofia e História. Essas práticas estimulam o pensamento crítico e contribuem para a construção de uma visão mais ampla das relações econômicas e sociais.

Entretanto, a implementação da Educação Financeira nas escolas enfrenta desafios. Entre os principais estão a falta de formação específica de professores, a ausência de materiais didáticos contextualizados e o tempo limitado nos currículos escolares. Para Baroni, Hartmann e Carvalho (2021) existe ainda o risco de uma abordagem “neutra” da Educação Financeira, que reproduz a lógica do mercado e da meritocracia, desconsiderando as desigualdades estruturais e as relações de poder que influenciam o acesso aos recursos econômicos.

Nesse sentido, é essencial promover uma formação docente crítica, que capacite o professor para mediar discussões econômicas com sensibilidade social e ética. Nesse escopo entra em conta a interdisciplinaridade, como propõe Morin (2000), a qual é condição indispensável para compreender a complexidade dos fenômenos contemporâneos e superar a fragmentação do conhecimento.

Considerando os pontos abordados ao longo desta subseção, cabe apontar que a utilização do modelo de Leontief no ensino de Matemática, explorado em uma sequência didática, representa uma oportunidade concreta para inovação didático-pedagógica. Ao possibilitar a análise das inter-relações produtivas e das cadeias econômicas, o modelo insere o estudante em discussões reais sobre produção, consumo e sustentabilidade, estimulando a reflexão crítica e o protagonismo social. Consequentemente, assim, a Educação Financeira transcende o aspecto técnico, consolidando-se como prática educativa transformadora e promotora da cidadania.

3. ABORDAGEM DIDÁTICO-METODOLÓGICA: SEQUÊNCIA DIDÁTICA E CONTEXTUALIZAÇÃO DA MATEMÁTICA

3.1 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA APLICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PERSPECTIVA BASEADA EM ZABALA

A elaboração de práticas pedagógicas que articulem teoria, realidade e criticidade requer uma análise aprofundada dos fundamentos metodológicos que sustentam o ensino de Matemática. Após a discussão acerca da Educação Financeira e de sua inserção na Base Nacional Comum Curricular, desenvolvida no capítulo anterior, o presente capítulo aprofunda a dimensão didático-metodológica da pesquisa, enfatizando a Sequência Didática como estrutura organizadora e mediadora do processo de ensino e aprendizagem.

A opção por essa abordagem metodológica se justifica por sua potencialidade em integrar os conteúdos matemáticos à experiência concreta dos estudantes, favorecendo a contextualização, a interdisciplinaridade e a aprendizagem significativa. Fundamentada nos pressupostos teóricos de Zabala (1998), a SD possibilita o planejamento do ensino em etapas progressivas e interdependentes, nas quais se promovem a autonomia intelectual, a reflexão crítica e o diálogo entre saberes.

Nesse sentido, este capítulo tem como objetivo fundamentar teoricamente o produto educacional desenvolvido nesta dissertação, estabelecendo os princípios metodológicos que orientam sua concepção e aplicação no contexto escolar. A análise dos elementos constitutivos da Sequência Didática é acompanhada pela discussão de sua articulação com as competências e habilidades da BNCC, evidenciando como o ensino de Matemática pode ser conduzido de maneira contextualizada, crítica e socialmente significativa.

Ao valorizar a relação entre teoria e prática, a proposta metodológica aqui apresentada reconhece o papel do professor como mediador do conhecimento e do estudante como sujeito ativo no processo educativo. Nesse viés, a SD é compreendida não apenas como um instrumento de planejamento, mas como uma estratégia pedagógica dinâmica, que organiza as ações de ensino a partir de objetivos formativos e de situações de aprendizagem que mobilizam o raciocínio, a investigação e a tomada de decisão.

Desse modo, a reflexão sobre a Sequência Didática no contexto desta pesquisa não se limita à sua dimensão técnica, mas assume um caráter epistemológico e formativo, ao propor um ensino de Matemática que transcende o formalismo e se conecta às dimensões econômicas, sociais e culturais da realidade dos estudantes. Essa perspectiva dialoga diretamente com os

princípios da BNCC e com a necessidade contemporânea de uma educação que promova autonomia, criticidade e cidadania.

3.1.1. A origem e os fundamentos da sequência didática

A noção de sequência didática se consolidou como uma das principais estratégias metodológicas no campo da Didática e da Educação Matemática. O termo foi inicialmente sistematizado por Antoni Zabala (1998), em sua obra *A Prática Educativa: como ensinar*, na qual o autor propõe a organização do processo de ensino-aprendizagem por meio de unidades estruturadas de atividades interdependentes, articuladas a objetivos formativos claros e avaliáveis.

Para o autor, uma sequência didática é “um conjunto ordenado de atividades inter-relacionadas, planejadas com a intenção de facilitar a aprendizagem de um conteúdo determinado” (Zabala, 1998, p. 66). Esse modelo rompe com a lógica tradicional das aulas fragmentadas e expositivas, pois pressupõe a progressão do conhecimento e o protagonismo do aluno como sujeito ativo na construção de saberes.

O autor salienta que o processo de ensino deve estar sustentado em situações-problema significativas, capazes de mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes e de favorecer a interação entre os novos conteúdos e suas experiências cotidianas.

3.1.2 Teoria da Aprendizagem Significativa

A teoria da aprendizagem significativa, proposta por David Ausubel, constitui um dos principais referenciais cognitivistas aplicados à educação contemporânea. Para o autor, a aprendizagem não ocorre de forma mecânica ou repetitiva, mas depende da integração de novos conhecimentos à estrutura cognitiva pré-existente do estudante. Em suas palavras, “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Descubra-o e ensine-o de acordo” (Ausubel, 1980, p. 15). Essa afirmação destaca o papel do conhecimento prévio como ponto de partida para qualquer processo educativo, enfatizando que o professor deve identificar e mobilizar esses saberes iniciais para promover a construção de novos significados.

Ausubel distingue a aprendizagem significativa da aprendizagem mecânica ao afirmar que a primeira se caracteriza por uma relação não arbitrária e não literal entre a nova informação e os conceitos já existentes na mente do aluno (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980). Isso significa

que o conteúdo deve ser potencialmente significativo, tanto pela sua estrutura lógica quanto pela capacidade do estudante de relacioná-lo com ideias relevantes já estabelecidas. Então, a aprendizagem significativa é um processo ativo de ancoragem cognitiva, no qual os conceitos prévios servem como “subsunções” para novos significados. Nesse sentido, o papel do professor é planejar situações didáticas que favoreçam a organização dos conhecimentos de forma progressiva e relacional, evitando a simples memorização.

De acordo com Ausubel (1980), a aprendizagem significativa promove compreensão duradoura e funcional do conhecimento, pois envolve um processo de internalização que permite ao sujeito utilizar o saber adquirido em contextos diversos. Essa perspectiva se aproxima da ideia de ensino contextualizado e interdisciplinar defendida nas políticas educacionais atuais, como a Base Nacional Comum Curricular, que valoriza a mobilização de saberes para resolver problemas reais. Dessa maneira, compreender a teoria de Ausubel é essencial para práticas pedagógicas que buscam não apenas a transmissão de conteúdos, mas a formação de estruturas cognitivas complexas, capazes de sustentar aprendizagens futuras e fomentar a autonomia intelectual do estudante.

A sequência didática, portanto, não é apenas uma técnica de organização de aulas, mas uma estratégia pedagógica intencional, que busca construir sentido para o aprendizado. Ela valoriza o papel do professor como mediador cognitivo e social, e propõe que o conhecimento se desenvolva em etapas interconectadas, nas quais o erro é entendido como parte essencial do processo de aprendizagem (Dolz; Noverraz; Schneuwly, 2004).

3.1.3 Estrutura e componentes da Sequência Didática segundo Zabala

Zabala (1998) propõe que uma sequência didática seja composta por momentos articulados que permitam ao aluno avançar gradualmente no domínio conceitual, procedimental e atitudinal dos conteúdos. Tais momentos são:

1. Apresentação da Situação-Problema: etapa inicial que desperta o interesse do estudante e contextualiza o conteúdo, conectando-o à sua realidade.
2. Atividades de Construção e Intervenção: fase de desenvolvimento, em que os estudantes exploram hipóteses, realizam experimentações e aplicam conceitos com orientação docente.
3. Síntese e Generalização: momento de sistematização dos aprendizados, permitindo a construção coletiva dos conceitos e a consolidação dos conhecimentos adquiridos.

4. Avaliação Formativa: processo contínuo, que busca identificar avanços e dificuldades, orientando o professor sobre novas intervenções necessárias.

No caso da Matemática, essa organização possibilita ao professor promover aprendizagens significativas, pois permite que o estudante perceba a utilidade do conteúdo, estabelecendo relações entre conceitos abstratos e problemas reais (Lorenzato, 2020; Biembengut; Hein, 2017).

No campo da Educação Matemática, a sequência didática tem sido amplamente utilizada como metodologia de ensino e pesquisa. Diversos autores reconhecem que a SD oferece uma estrutura favorável para o desenvolvimento de projetos de ensino baseados em problemas, modelagem matemática e educação financeira crítica.

D'Ambrósio (2015) argumenta que o ensino de Matemática deve estar associado à realidade cultural dos estudantes, e a SD é um caminho para alcançar esse objetivo, pois permite integrar dimensões cognitivas e socioculturais do aprendizado. A proposta também se articula à Educação Matemática Crítica de Skovsmose (2008), o qual defende a contextualização do ensino como instrumento de empoderamento social e político.

No Brasil, pesquisas recentes reforçam a efetividade dessa metodologia. Em sua tese, Silva (2020), intitulada “Sequências Didáticas e Modelagem Matemática: um caminho para o ensino significativo de Álgebra”, desenvolveu uma proposta pedagógica baseada em Zabala, demonstrando como o uso de sequências estruturadas potencializa o raciocínio algébrico e a resolução de problemas.

De modo semelhante, Santos (2019), em sua dissertação “Sequência Didática para o ensino de Funções no Ensino Médio, desenvolvida na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)”, evidencia que a aplicação dessa metodologia promoveu maior engajamento e compreensão dos alunos ao permitir que participassem ativamente da construção do conhecimento.

Essas evidências reforçam que a SD é uma estratégia que se adapta bem ao ensino de Matrizes e Sistemas Lineares, sobretudo quando os conceitos são explorados em contextos reais, como a economia ou a gestão de recursos.

A aplicação de uma sequência didática aos conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares, conforme proposto nesta dissertação, fundamenta-se em duas dimensões pedagógicas principais: a contextualização socioeconômica e a interdisciplinaridade.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), a Matemática deve favorecer a leitura crítica de fenômenos econômicos e sociais. O Modelo de Insumo-Produto de Leontief, ao representar

matematicamente as interdependências entre os setores de uma economia, oferece uma oportunidade concreta de trabalhar esses conteúdos em sala de aula.

A SD proposta por esta pesquisa segue a estrutura de Zabala (1998), adaptada ao contexto do Ensino Médio e da série escolar a qual se destina. Nossa proposta de SD está organizada em quatro etapas:

1. Situação Inicial: Apresentação do tema Economia, abordando as Leis da Oferta e Demanda juntamente com os alunos e relacionando a igualdade das Leis com os setores produtivos de uma cidade — com base em dados obtidos em sala de aula com os alunos.

2. Exploração Conceitual: Relação dos setores produtivos e não produtivos com a representação matemática, por meio de equações matriciais. Os alunos, já com os conceitos e bases de matrizes e sistemas lineares aprendidos, utilizam tabelas reais e aprendem a representar os fluxos econômicos matricialmente.

3. Aplicação do Modelo de Leontief: Uso do sistema linear do tipo $X = AX + Y$ para representar a produção e o consumo dos setores. Nesta fase, os alunos aprendem a resolver o sistema por métodos algébricos (Cramer, inversa ou escalonamento).

4. Sistematização e Reflexão: Discussão dos resultados e implicações sociais e econômicas do modelo. Os estudantes analisam como a variação na demanda final afeta a produção e refletem sobre as interdependências econômicas e ambientais.

Essa sequência tem duplo valor formativo: por um lado, consolida o aprendizado dos conteúdos matemáticos; por outro, promove o desenvolvimento do pensamento crítico e financeiro, em consonância com as competências gerais da BNCC e os princípios da Educação Matemática Crítica.

Pesquisas empíricas corroboram a eficácia dessa abordagem. Ribeiro (2021), em sua dissertação “A Sequência Didática como proposta metodológica para o ensino de Álgebra Linear”, desenvolvida na Universidade Federal de Goiás (UFG), demonstrou que o uso de SDs com problemas contextualizados eleva o nível de compreensão conceitual e melhora a postura investigativa dos estudantes.

A sequência didática, conforme delineada por Zabala e aprofundada em pesquisas contemporâneas, representa uma metodologia poderosa para o ensino de Matemática. Ao ser aplicada aos conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares, com base no Modelo de Leontief, ela proporciona uma aprendizagem integrada, significativa e socialmente relevante.

Sua estrutura flexível e progressiva favorece o protagonismo do estudante, o diálogo interdisciplinar e o desenvolvimento de competências críticas e criativas. Além disso, sua

articulação com a BNCC e com a Educação Financeira confere ao ensino uma dimensão ética e cidadã, comprometida com a formação de sujeitos capazes de compreender e transformar a realidade em que vivem.

Portanto, a Sequência Didática aqui proposta não é apenas uma ferramenta pedagógica, mas um instrumento de emancipação intelectual e social, que une Matemática, Economia e Educação em uma experiência formativa integral.

3.1.4 A importância da avaliação formativa na Sequência Didática

A avaliação formativa constitui-se em um processo contínuo e sistemático que visa acompanhar o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, identificando avanços, dificuldades e potencialidades ao longo do percurso educativo. Diferentemente da avaliação somativa, que busca mensurar resultados ao final de um ciclo ou etapa, a avaliação formativa tem caráter diagnóstico, processual e regulador, permitindo ao professor ajustar suas práticas pedagógicas e ao aluno refletir sobre sua própria aprendizagem (Perrenoud, 1999; Hoffmann, 2018).

Segundo Perrenoud (1999), a avaliação formativa é “toda prática de avaliação que tem por função contribuir para a regulação das aprendizagens, no sentido de ajustá-las continuamente ao percurso do aluno”. Nesse sentido, ela assume um papel mediador entre ensino e aprendizagem, enfatizando o diálogo, o feedback e a construção de significados. Hoffmann (2018) também pontua que avaliar de forma formativa implica compreender o erro como parte essencial do processo de aprender, promovendo a autonomia e o protagonismo discente.

Do ponto de vista pedagógico, a avaliação formativa está alinhada às concepções construtivistas e sociointeracionistas de ensino, nas quais o conhecimento é construído de modo ativo e colaborativo. A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) reforça essa perspectiva ao indicar que a avaliação deve “favorecer a autorregulação e a autoavaliação”, integrando-se ao processo educativo como instrumento de reflexão e tomada de decisão.

Por isso, a avaliação formativa transcende a função de classificação e assume papel emancipador. Ela busca compreender o percurso do aluno, valorizando o processo em detrimento do produto, orientando tanto o ensino quanto a aprendizagem para a melhoria contínua.

A avaliação, na perspectiva de Zabala (1998), deve ser formativa e processual, acompanhando cada etapa do trabalho e servindo de instrumento para ajustar a prática

pedagógica. Essa concepção contrasta com a avaliação tradicional, centrada na verificação de resultados finais.

Segundo Luckesi (2011), avaliar é “um ato de amor e de compromisso com a aprendizagem do estudante”. A SD favorece essa abordagem, pois permite que o professor monitore o progresso do aluno em cada etapa, oferecendo devolutivas significativas e reorientando o processo quando necessário.

No contexto da proposta aqui apresentada, a avaliação é integrada à sequência: os alunos são avaliados não apenas por sua capacidade de resolver sistemas lineares, mas também por sua habilidade de interpretar resultados e discutir suas implicações econômicas. Esse enfoque desenvolve competências analíticas, comunicativas e éticas, alinhadas à BNCC e aos ideais de uma educação transformadora.

3.2 BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

3.2.1 A Base Nacional Comum Curricular e o ensino de Matemática

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2018, representa um marco na reorganização do currículo da educação básica brasileira. Elaborada pelo Ministério da Educação (MEC), seu objetivo é garantir o direito à aprendizagem e ao desenvolvimento integral, orientando o trabalho pedagógico das escolas públicas e privadas do país. A BNCC define as competências gerais e as competências específicas de área, com vistas a promover uma formação cidadã, crítica e autônoma (Brasil, 2018).

No caso da Matemática, a BNCC propõe o desenvolvimento de cinco unidades temáticas — Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística — e, no Ensino Médio, estrutura o aprendizado a partir da resolução de problemas, da modelagem e da interpretação de fenômenos do mundo real. Logo, a Matemática é compreendida não apenas como linguagem formal, mas como ferramenta para a leitura crítica da realidade (D’Ambrosio, 2015; Lorenzato, 2020).

De acordo com o documento, espera-se que o estudante seja capaz de “analisar e utilizar representações matemáticas para modelar e resolver problemas em diferentes contextos” (Brasil, 2018, p. 523). Esse princípio dialoga diretamente com a proposta desta dissertação, que utiliza o Modelo de Insumo-Produto de Leontief como recurso pedagógico para o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares.

O enfoque dado pela BNCC à aprendizagem contextualizada está alinhado à concepção de Educação Matemática Crítica, proposta por Skovsmose (2008), que defende o uso da Matemática como instrumento de leitura e transformação social. Ao incentivar a contextualização e a interdisciplinaridade, a BNCC aproxima a Matemática das práticas econômicas e sociais, tornando o aprendizado mais significativo e conectado à realidade dos alunos.

3.2.2 Matrizes e Sistemas Lineares no contexto da BNCC

Os conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares são abordados na BNCC dentro da unidade temática “Álgebra e Funções”, estando vinculados ao desenvolvimento do pensamento algébrico e à capacidade de representar e resolver situações que envolvam relações entre grandezas. Segundo o documento (Brasil, 2018, p. 526), o estudante deve ser capaz de “resolver problemas que envolvam sistemas de equações lineares e interpretar soluções em diferentes contextos”.

A abordagem desses conteúdos deve, portanto, ultrapassar o caráter puramente técnico, explorando situações reais que possam ser modeladas matematicamente. Nesse sentido, a BNCC reforça a importância da modelagem matemática como estratégia didática para a aprendizagem significativa (Biembengut; Hein, 2017).

De acordo com Dante (2013), a resolução de problemas é o eixo estruturante do ensino de Matemática, pois estimula a construção de conceitos e a aplicação de conhecimentos em diferentes contextos. Quando o estudante analisa dados econômicos, de consumo ou de produção e utiliza matrizes para representar relações entre setores — como no Modelo de Leontief — ele aplica o raciocínio algébrico em um cenário concreto, desenvolvendo competências previstas pela BNCC, como o raciocínio lógico, o pensamento crítico e a tomada de decisão.

A utilização de Sistemas Lineares, nesse contexto, favorece o entendimento das interdependências entre variáveis, o que permite representar quantitativamente fenômenos econômicos, sociais ou ambientais. Essa abordagem interdisciplinar contribui para consolidar a visão de que a Matemática é uma ferramenta de interpretação e intervenção no mundo (D'Ambrosio, 2015; Biembengut; Hein, 2017).

3.2.3 A BNCC e o desenvolvimento de competências matemáticas

A BNCC orienta o ensino da Matemática a partir de competências específicas que se articulam com as dez competências gerais da Educação Básica. No Ensino Médio, tais competências são agrupadas em três grandes eixos:

1. Compreender a Matemática como forma de pensar e expressar-se;
2. Modelar e resolver problemas de diferentes naturezas;
3. Utilizar tecnologias e linguagens matemáticas para analisar e comunicar informações.

Essas competências estão intrinsecamente relacionadas à proposta desta dissertação que busca integrar o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares a uma abordagem interdisciplinar e crítica, utilizando o Modelo de Leontief como ferramenta de contextualização.

Segundo Lorenzato (2020), a aprendizagem torna-se significativa quando o estudante percebe a utilidade do conhecimento matemático para compreender a realidade que o cerca. O estudo de matrizes e sistemas, quando associado à economia e à Educação Financeira, possibilita essa aproximação. O aluno não apenas manipula símbolos e números, mas compreende as relações de produção, consumo e interdependência entre setores econômicos, aplicando conceitos matemáticos em situações concretas.

Essa visão é reforçada por Baroni, Hartmann e Carvalho (2021), que argumentam que a BNCC deve ser interpretada de forma crítica, de modo a promover uma Educação Financeira que vá além da gestão individual do dinheiro, abordando as dimensões sociais, políticas e estruturais da economia. A aplicação do Modelo de Insumo-Produto de Leontief no ensino de Matemática concretiza essa perspectiva ao permitir que o aluno visualize matematicamente como os setores econômicos interagem e dependem uns dos outros para o equilíbrio da produção e do consumo.

3.2.4 Implicações para a prática docente e a sequência didática

A BNCC confere ao professor o papel de mediador do conhecimento e de organizador de práticas pedagógicas significativas. Conforme Zabala (1998) e Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), o planejamento de sequências didáticas é uma estratégia eficaz para estruturar o ensino com intencionalidade, garantindo progressão e coerência entre os objetivos de aprendizagem e as atividades propostas.

Ao aplicar essa metodologia ao ensino de Matrizes e Sistemas Lineares, é possível planejar uma sequência que articule os fundamentos algébricos com o Modelo de Leontief, contextualizando o conteúdo em um cenário econômico real. Tal proposta está em consonância com as competências previstas na BNCC e com o objetivo de formar estudantes capazes de

analisar criticamente as relações econômicas e utilizar a Matemática como ferramenta de compreensão social.

Como observa Skovsmose (2008), o ensino de Matemática deve ser concebido como uma prática social, e não apenas técnica. A BNCC, ao incorporar o princípio da contextualização, abre espaço para práticas pedagógicas críticas e transformadoras. Desse modo, a sequência didática baseada no Modelo de Leontief contribui para consolidar os pressupostos da BNCC, aproximando o ensino de Matemática dos desafios da contemporaneidade, tais como a desigualdade econômica e a sustentabilidade produtiva.

A BNCC estabelece um novo paradigma para o ensino da Matemática ao propor a formação de sujeitos autônomos, críticos e capazes de aplicar o raciocínio lógico em contextos reais. Ao integrar os conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares a temáticas como a Educação Financeira e o Modelo de Leontief, esta dissertação contribui para a efetivação dos princípios da BNCC, evidenciando o potencial da Matemática como instrumento de leitura do mundo e de transformação social.

Essa articulação reforça a relevância de uma prática docente reflexiva, comprometida com a construção de significados e com a formação de cidadãos críticos, capazes de compreender as interdependências econômicas e sociais que estruturam o país.

4. O MODELO DE LEONTIEF

4.1 BREVE HISTÓRIA DAS MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES

A Matemática é uma ciência essencial para a sociedade contemporânea, presente e inerente ao cotidiano. Funciona como linguagem universal e base para a organização da vida, abrangendo desde atividades simples — como controle do tempo, orientação espacial e culinária — até desafios complexos em áreas profissionais, como contabilidade, finanças, serviços bancários e transações comerciais.

A história da Matemática revela uma combinação de evolução e aplicação prática do conhecimento. Como destacou Isaac Asimov em *A História da Matemática* (Boyer, 2012, p. 16): “a matemática é um aspecto único do pensamento humano, e sua história difere na essência de todas as outras histórias.”

Essa afirmação se refere ao fato de que, enquanto outros campos do conhecimento passam por revisões e correções, a Matemática se expande sobre bases já estabelecidas. Desde os babilônios até os temas atuais, a Matemática fornece explicações racionais para o funcionamento do universo. Dentre seus temas mais relevantes, destacam-se matrizes, determinantes e sistemas lineares.

Os primeiros registros de sistemas lineares remontam a 300 a.C., com exemplos na Babilônia e no Egito Antigo, onde equações lineares resolviam problemas cotidianos. Um marco é o Papiro de Rhind (1650 a.C.), que contém métodos para resolver sistemas lineares simples. Paralelamente, na China Antiga, o livro *Nove Capítulos sobre a Arte Matemática* (200 a.C.) apresentava arranjos numéricos semelhantes a matrizes (IMECC, 2016).

No século XVII, o conceito de Determinantes foi introduzido pelo matemático japonês Seki Kowa (1683) e, de forma independente, pelo matemático Gottfried Wilhelm Leibniz (1693). Ambos utilizaram determinantes para resolver sistemas lineares. Na época, as matrizes ainda não haviam sido formalizadas, mas os métodos para resolver sistemas lineares já envolviam arranjos de coeficientes que mais tarde seriam reconhecidos como matrizes.

No século XVIII, o matemático suíço Gabriel Cramer (1750) desenvolveu a Regra de Cramer, que usa determinantes para resolver sistemas lineares. O termo "matriz" foi utilizado pela primeira vez pelo matemático inglês James Joseph Sylvester (1850), embora o conceito já fosse implicitamente utilizado em trabalhos anteriores. No século XIX, o matemático inglês Arthur Cayley (1857) formalizou a teoria das matrizes, definindo operações como adição, multiplicação e inversão, além de relacionar matrizes a transformações lineares.

No século XX, o economista Wassily Leontief criou o modelo de Insumo-Produto, que utiliza matrizes para analisar interações entre setores econômicos. Esse modelo representa a produção de cada setor como uma combinação linear das produções dos demais, sendo uma aplicação prática de sistemas lineares.

No Brasil, a Matemática Moderna foi introduzida no século XIX, quando o ensino de matemática ainda era incipiente e voltado principalmente para aplicações práticas, como a engenharia e a navegação. Conceitos como matrizes e determinantes não eram abordados no ensino básico. A influência europeia se tornou mais evidente com a chegada de missões estrangeiras e a criação de instituições como o Imperial Colégio de Pedro II (1837), onde o ensino de matemática começou a se estruturar, embora com foco em aritmética, geometria e álgebra básica.

As transformações e modernizações no ensino da matemática no Brasil ganharam força nas primeiras décadas do século XX, impulsionadas por Reformas Educacionais e influências de movimentos internacionais. No entanto, matrizes, determinantes e sistemas lineares permaneceram restritos ao ensino superior. Na década de 1960, com o advento da Matemática Moderna, houve uma tentativa de introduzir conceitos mais avançados, como teoria dos conjuntos, matrizes e álgebra linear, no ensino médio. Contudo, essa abordagem foi criticada por ser excessivamente abstrata e distante da realidade dos estudantes.

Na década de 1980, o ensino de matemática no Brasil passou por uma revisão, com ênfase em aplicações práticas. Matrizes, determinantes e sistemas lineares começaram a aparecer em livros didáticos do ensino médio, ainda que de forma limitada. No século XXI, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), entre os anos 1990 e 2000, sugeriram a inclusão de matrizes, determinantes e sistemas lineares no ensino médio, com foco em aplicações interdisciplinares. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada em 2017, consolidou a importância desses conteúdos, integrando-os às competências gerais e habilidades específicas da área de Matemática e suas Tecnologias.

4.2 MATRIZES

Nesta dissertação, utilizam-se apenas propriedades elementares de matrizes para a construção e análise do Modelo de Leontief, como a representação matricial de sistemas lineares e o cálculo da matriz inversa. No Anexo I, constam todas as propriedades utilizadas para o desenvolvimento matemático do modelo.

4.3 VISÃO TEÓRICA DO MODELO DE LEONTIEF

O modelo de Leontief, também conhecido como modelo de insumo-produto, tem como principal função analisar as interdependências entre os diferentes setores de uma economia, evidenciando como a produção de um setor depende dos insumos fornecidos por outros e, por sua vez, como essa produção é utilizada como insumo pelos demais setores. Esse modelo permite quantificar os efeitos diretos e indiretos de mudanças na demanda final sobre a produção total de cada setor, sendo amplamente empregado em planejamento econômico, análise de impactos de políticas públicas e projeções de crescimento.

Segundo Guilhoto (2011), Leontief conseguiu elaborar uma verdadeira “fotografia econômica” das relações produtivas de uma economia. Ainda, para Guilhoto (2011, p. 6), “o modelo é uma extensão prática da teoria clássica de interdependência geral, que vê a economia total de uma região, país ou mesmo do mundo todo como um sistema simples, e parte para descrever e interpretar sua operação em termos de relações estruturais básicas observáveis” (Leontief, 1986). O resultado foi uma visão clara e abrangente sobre como a economia funciona, demonstrando o grau de interdependência entre os setores e suas repercussões sobre a estrutura produtiva.

Esse sistema é formalmente representado em uma tabela de insumo-produto que exige informações detalhadas sobre as atividades produtivas de cada setor de uma região (seja um município, estado ou país). A elaboração dessa tabela demanda grande volume de dados e investimentos significativos, pois envolve informações sobre fluxos de vendas, origens de insumos e composição dos custos de produção.

De fato, embora os setores econômicos comprem e vendam uns aos outros, cada setor individual interage, direta e tipicamente, com um número relativamente pequeno de setores. Entretanto, devido à natureza sistêmica e cumulativa dessas relações, é possível demonstrar que todos os setores estão interligados, direta ou indiretamente, formando uma rede de dependências que sustenta o funcionamento da economia.

Em síntese, o modelo de Leontief constitui uma representação quantitativa da interdependência entre os setores produtivos de uma economia. Sob o ponto de vista matemático, essa análise se fundamenta na Álgebra Linear, especialmente no uso de matrizes e sistemas lineares, que permitem representar as relações de produção e calcular os efeitos de variações na demanda final sobre o produto total (Miller; Blair, 2009).

O trabalho de Leontief foi amplamente reconhecido internacionalmente. Embora tenha iniciado seus estudos na década de 1930 e consolidado a aplicação empírica do modelo em

1949, foi em 1973 que recebeu o Prêmio Nobel de Economia pelo desenvolvimento do método de insumo-produto e sua aplicação a problemas econômicos concretos (Nobel Prize, 1973). Desde então, o modelo tem sido utilizado em diversos países e contextos, abrangendo mais de 170 setores da economia mundial e se consolidou como uma ferramenta padrão para a investigação da estrutura econômica de cidades, estados e nações.

4.4 EXEMPLOS DO MODELO NO BRASIL E NO MUNDO

No Brasil, o modelo de insumo-produto é utilizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que o incorpora ao Sistema de Contas Nacionais (SCN¹). Os resultados desse modelo oferecem uma análise detalhada da estrutura produtiva brasileira, possibilitando a avaliação do grau de interligação setorial da economia, bem como a mensuração dos impactos decorrentes de variações na demanda final de bens e serviços, por meio da identificação dos diversos fluxos produtivos e das relações de troca entre os setores (IBGE, 2015).

No estado de São Paulo, o Núcleo de Economia Regional e Urbana da Universidade de São Paulo (NEREUS²) também desenvolve estudos e disponibiliza dados referentes às matrizes de insumo-produto, estabelecendo uma articulação metodológica e empírica com as informações produzidas pelo IBGE, o que permite análises regionais mais precisas e comparáveis sobre a estrutura econômica e produtiva paulista (Nereus, 2020).

Em Minas Gerais, por exemplo, existe uma matriz de insumo-produto elaborada pela Fundação João Pinheiro³ (FJP), a qual apresenta estudos e resultados voltados à análise da estrutura produtiva do estado, identificando as interdependências entre os diversos setores econômicos (Fundação João Pinheiro, 2023). Segundo a fundação, trata-se de:

Estudo pioneiro que representa um avanço na geração de indicadores econômicos estaduais, a Tabela de Recursos e Usos (TRU – Regional traz os fluxos de oferta e demanda dos bens e serviços e a renda e o emprego gerados pelas diversas atividades econômicas. Neste sentido, é uma representação abrangente das operações econômicas ocorridas em um espaço e tempo determinados. Para retratar a economia do estado da forma mais fiel possível, a partir da TRU, foi construída a Matriz de Insumo-Produto de Minas Gerais (MIP-MG).

¹ O Sistema de Contas Nacionais apresenta informações sobre a geração, a distribuição e o uso da renda no País. Há também dados sobre a acumulação de ativos não financeiros, patrimônio financeiro e sobre as relações entre a economia nacional e o resto do mundo. Está disponível no site do IBGE (<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9052-sistema-de-contas-nacionais-brasil.html?=&t=resultados>)

² <https://www.usp.br/nereus/?fontes=dados-matrizes>

³ <https://fjp.mg.gov.br/tabela-de-recursos-e-usos-tru-mg-e-matriz-insumo-produto-mip/>

Em Belém, em parceria com o Ministério da Integração Nacional e outros órgãos públicos, foi elaborada a Cartilha sobre a Matriz de Insumo-Produto, cujo objetivo principal é apresentar resultados que possam servir de base para orientar as ações da equipe da Agência de Desenvolvimento da Amazônia (ADA), responsável pela elaboração do Plano de Desenvolvimento Sustentável da Amazônia (PDSA). Espera-se que esse plano se consolide como instrumento norteador das políticas públicas voltadas à Amazônia Legal, em consonância com as diretrizes do PDSA e do Plano Nacional de Desenvolvimento Regional (PNDR) (Santana, 2005).

No Paraná, o Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social⁴ (IPARDES) apresenta, em seu site institucional, a Matriz de Insumo-Produto do Estado, na qual são disponibilizadas informações e análises sobre a estrutura produtiva paranaense e suas inter-relações setoriais (IPARDES, 2023), e informa que:

A matriz de insumo-produto apresenta as relações entre os setores da economia ao registrar os fluxos de bens e serviços e demonstrar as relações intersetoriais dentro do sistema econômico de um país ou estado. Pode ser utilizadas para estimar o impacto sobre a produção, emprego e renda das atividades econômicas, de projetos governamentais, do setor privado sobre a economia local e nacional. (IPARDES, 2005)

Por fim, o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada⁵ (IPEA) apresenta, em seu site institucional, uma visão sistêmica e abrangente das instituições participantes da Matriz de Insumo-Produto Regional, disponibilizando informações sobre os órgãos responsáveis, em cada estado, pela aplicação e atualização do modelo de Leontief (IPEA, 2009).

Nos Estados Unidos, em 1982, o Departamento de Agricultura do Estado da Dakota do Norte⁶ desenvolveu um modelo de insumo-produto baseado em 17 setores de sua economia (AGECON, 2025). Esse modelo foi posteriormente adaptado e implementado em outros estados, como Minnesota, Montana e Wyoming, em 1983.

Na América do Sul, destaca-se a Matriz de Insumo-Produto Sul-Americana, desenvolvida a partir de um projeto da Diretoria de Estudos e Relações Econômicas e Políticas Internacionais⁷ (Dinte/Ipea), em parceria com a Comissão Econômica para a América Latina e o Caribe (Cepal) e com o apoio do Asian Development Bank Institute (ADBI), do Banco

⁴ <https://www.ipardes.pr.gov.br/Pagina/Matriz-Insumo-Produto>

⁵ https://www.ipea.gov.br/redeipea/index.php?option=com_content&view=article&id=98:matriz-insumo-produto-regional&catid=89:projetos-de-pesquisa&Itemid=206

⁶ <https://ageconsearch.umn.edu/record/23304/?v=pdf>

⁷ https://www.ipea.gov.br/redeipea/index.php?option=com_content&view=article&id=98:matriz-insumo-produto-regional&catid=89:projetos-de-pesquisa&Itemid=206

Interamericano de Desenvolvimento (BID) e do Banco de Desenvolvimento da América Latina (CAF). Essa matriz é composta por 40 setores, sendo 35 de bens e 5 de serviços (IPEA, 2018). Os dados expostos na figura a seguir referem-se ao ano de 2005, último período para o qual foi possível homogeneizar as informações referentes aos dez países analisados.

A Matriz de Insumo-Produto Sul-Americana constitui um instrumento relevante para o aprimoramento da análise da integração produtiva regional, pois facilita a compreensão das inter-relações econômicas entre os países sul-americanos e permite a identificação de gargalos estruturais que podem ser enfrentados por meio da reformulação de políticas públicas voltadas à integração econômica da região.

No Japão, as Tabelas de Insumo-Produto são compiladas a cada cinco anos desde 1955, em um programa conjunto que envolve diversas organizações governamentais, sob a coordenação do Ministry of Internal Affairs and Communications⁸ (MIC, 2025).

4.5 ARCABOUÇO GERAL DO MODELO DE LEONTIEF

As relações fundamentais do modelo de insumo-produto demonstram que as vendas dos setores econômicos podem ser destinadas:

- a) ao processo produtivo interno, por meio das aquisições realizadas pelos diversos setores compradores da economia; ou
- b) ao atendimento da demanda final, composta pelos principais agentes econômicos — famílias, governo, investimento e exportações.

Por outro lado, para que a produção ocorra, são necessários:

- a) insumos intermediários;
- b) impostos incidentes sobre a produção e o consumo;
- c) importações de produtos e a geração de valor adicionado, que compreende o pagamento de salários, remuneração do capital e renda da terra agrícola; e
- d) geração de emprego, resultante da atividade produtiva dos diferentes setores.

A Figura 1 representa de forma esquemática o texto supracitado:

⁸ https://www.soumu.go.jp/english/dgpp_ss/data/io/outline.htm

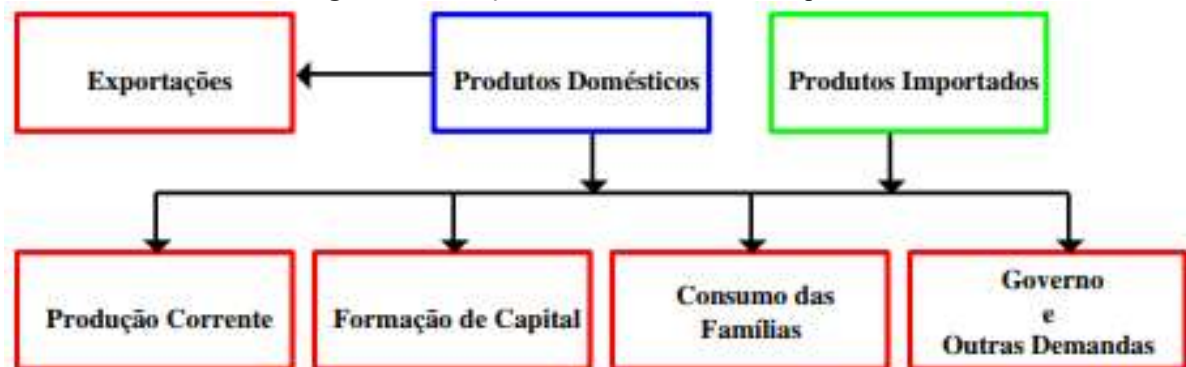
Figura 1: Relações fundamentais de insumo-produto

	Setores Compradores		
Set. Vend	Insumos Intermediários	Dem. Final	Prod Total
	Impostos Indiretos Líquidos (IIL)	IIL	
	Importações (M)	M	
	Valor Adicionado		
	Produção Total		

Fonte: Guilhoto (2025, p.16).

A Figura 2 mostra como é feita a utilização dos bens domésticos e importados, ou seja, como estes são utilizados na produção corrente de outros bens, na formação de capital, no consumo das famílias, pelo governo e outras demandas.

Figura 2: Utilização dos bens domésticos e importados.

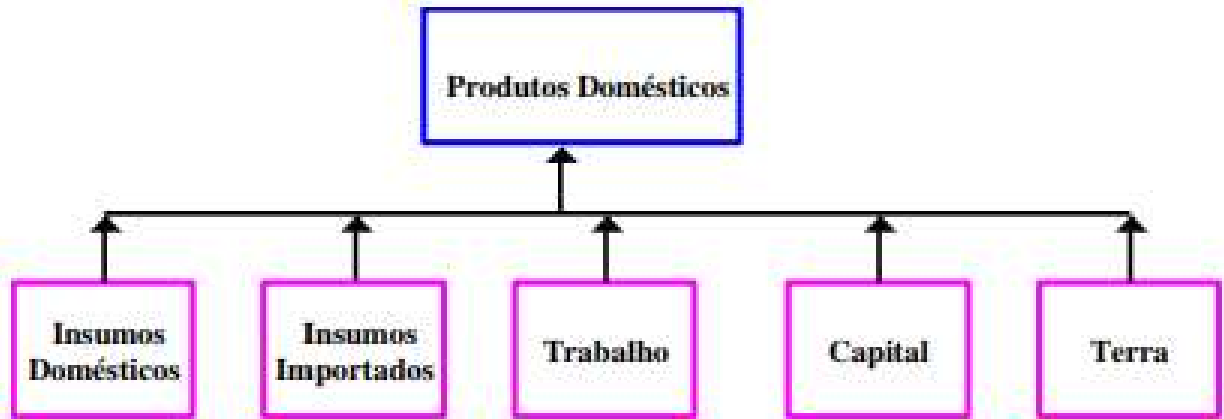


Fonte: Guilhoto (2025, p.16).

O modelo assume que somente os produtos domésticos são exportados, o que implica que os produtos importados devem necessariamente passar por um processo de produção interna antes de serem exportados.

Do lado da produção, como mostra a Figura 3, os produtos domésticos utilizam uma combinação de: insumos domésticos e importados, trabalho, capital e terra (no caso dos produtos agrícolas) para serem produzidos.

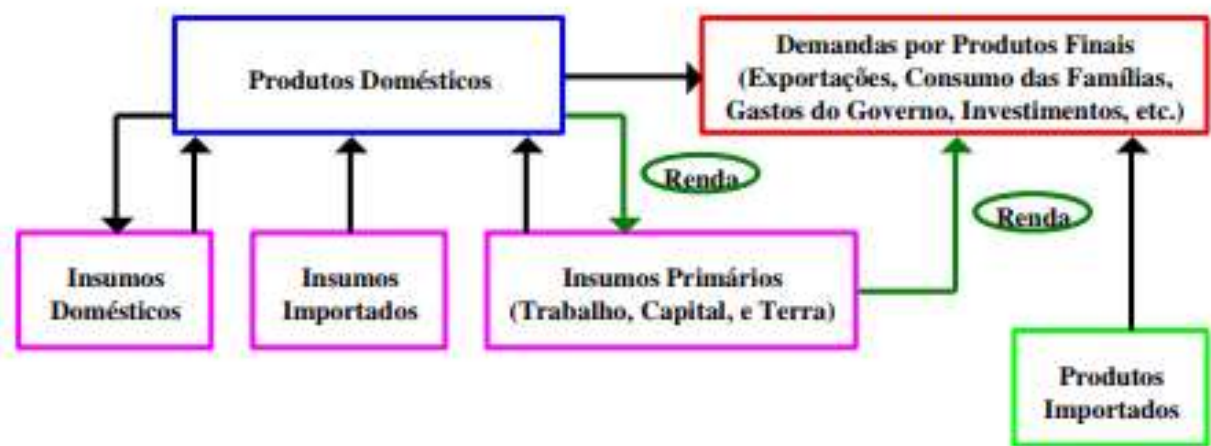
Figura 3: Elementos que geram os produtos domésticos



Fonte: Guilhoto (2025, p. 17).

Os fluxogramas mostrados nas Figuras 2 e 3 podem, então, ser combinados em um único, de modo a dar uma ideia sobre como o modelo funciona de uma maneira integrada. Veja a Figura 4.

Figura 4: Junção dos fluxogramas anteriores



Fonte: organizado a partir de Guilhoto (2025, p. 17).

A partir da Figura, 4 observa-se que são utilizados insumos domésticos (que foram obtidos através da produção doméstica), insumos importados e insumos primários (trabalho, capital, e terra) para a produção de produtos domésticos. Por sua vez, os produtos domésticos são utilizados pelas indústrias como insumos intermediários no processo produtivo ou são consumidos como produtos finais (exportações, consumo das famílias, gastos do governo, investimentos, etc.). As importações podem ser de insumos intermediários que se destinam ao

processo produtivo, ou de bens finais que são diretamente consumidos pelos consumidores finais.

Ainda acerca da Figura 4, a renda da economia é gerada por meio da remuneração do trabalho, do capital e da terra agrícola, que é utilizada para o consumo de bens finais, sejam eles destinados ao consumo direto ou ao investimento. O governo obtém sua receita a partir da cobrança de impostos pagos por empresas e indivíduos. O modelo pressupõe que todos os mercados da economia estão em equilíbrio.

Para ilustrar o funcionamento do MIP, considere o seguinte exemplo: o setor agrícola compra pouco diretamente do setor siderúrgico; mais especificamente, as suas aquisições concentram-se mais em máquinas agrícolas, como tratores, roçadeiras e colheitadeiras. No entanto, o setor de máquinas agrícolas adquire insumos da indústria siderúrgica para a fabricação desses equipamentos. Embora a conexão seja indireta, a agricultura está ligada à siderurgia. Da mesma forma, a indústria siderúrgica compra pouco diretamente da agricultura. Contudo, as vendas da agricultura para o setor de processamento de alimentos geram demandas indiretas sobre a siderurgia, como a necessidade de matéria-prima para a construção de caminhões que transportam produtos agrícolas ou para a fabricação de máquinas que processam esses produtos. Dessa forma, a siderurgia também está indiretamente conectada à agricultura.

A intensidade dessas interconexões será o foco principal da análise. Em outra situação, imagine que a demanda por um produto específico aumente, como no caso de motos elétricas fabricadas no Brasil. Esse crescimento sinaliza às montadoras de automóveis que devem aumentar sua produção. Consequentemente, as empresas que fornecem peças de automóveis (pneus, vidros, motores elétricos, etc.) também ampliam sua produção, assim como seus fornecedores. Esse fenômeno é conhecido como efeito multiplicador⁹.

Vale destacar que alguns setores estão mais envolvidos, direta ou indiretamente, nas compras de outros setores, o que faz com que os impactos dos multiplicadores variem conforme o produto e o setor. Em essência, cada setor possui um multiplicador distinto.

No entanto, esse efeito multiplicador (nesse caso chamado de multiplicadores do tipo I) não se limita apenas à demanda por insumos intermediários. No caso dos insumos primários – como a mão-de-obra – o processo também ocorre, mas de forma um pouco diferente. Um aumento na demanda por trabalho eleva o poder aquisitivo das famílias, o que, por sua vez,

⁹**Efeito multiplicador** é um conceito econômico que descreve a capacidade de uma mudança em um componente do sistema econômico gerar um impacto maior do que o valor inicial dessa mudança. Em outras palavras, o efeito multiplicador mostra como uma alteração em um setor da economia pode influenciar outros setores, resultando em um aumento geral na atividade econômica (Araujo, 2024).

aumenta a demanda por produtos finais. Isso gera um novo incremento na atividade dos setores produtivos, que passam a demandar mais insumos, incluindo mão-de-obra. Esse ciclo se repete, elevando novamente o poder aquisitivo e a demanda final das famílias, até que o sistema atinja o equilíbrio. Esse aumento no emprego, resultante do crescimento da demanda por consumo das famílias, é chamado de efeito induzido (ou multiplicadores do tipo II).

4.6 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA DA TEORIA DE INSUMO – PRODUTO

Com base no que foi apresentado no tópico de discussão anterior, a Tabela 1 apresenta de forma esquemática um exemplo de uma tabela de Insumo-Produto para uma economia com 2 setores, conforme elucida a seguinte tabela:

Tabela 1: Exemplo de tabela de Insumo-Produto para uma economia com 2 setores

	Setor 1	Setor 2	Consumo Famílias	Governo	Investimento	Exportações	Total
Setor 1	Z_{11}	Z_{12}	C_1	G_1	I_1	E_1	X_1
Setor 2	Z_{21}	Z_{22}	C_2	G_2	I_2	E_2	X_2
Importação	M_1	M_2	M_c	M_g	M_i		M
Impostos	T_1	T_2	T_c	T_g	T_i	T_e	T
Valor Adicionado	W_1	W_2					W
Total	X_1	X_2	C	G	I	E	

Fonte: elaborada pelo autor.

Em que:

- Z_{ij} é o fluxo monetário entre os setores i e j ;
- C_i é o consumo das famílias dos produtos do setor i ;
- G_i é o gasto do governo junto ao setor i ;
- I_i é a demanda por bens de investimento produzidos no setor i ;
- E_i é o total exportado pelo setor i ;
- X_i é o total de produção pelo setor i ;
- T_i é o total de impostos indiretos líquidos pagos por i ;
- M_i é a importação realizada pelo setor i ;
- W_i é o valor adicionado gerado pelo setor i ;

A tabela acima permite estabelecer a igualdade:

$$X_1 + X_2 + C + G + I + E = X_1 + X_2 + M + T + W \quad (1)$$

Eliminando X_1 e X_2 de ambos os lados, tem-se:

$$C + G + I + E = M + T + W \quad (2)$$

Rearranjando:

$$C + G + I + (E - M) = T + W \quad (3)$$

Portanto, a tabela de Insumo-Produto preserva as identidades macroeconômicas¹⁰.

A partir do apresentado, e generalizando para o caso de n setores, temos o seguinte:

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} + c_i + g_i + I_i + e_i = x_i \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Em que:

- z_{ij} é a produção do setor i utilizada como insumo intermediário pelo setor j ;
- c_i é a produção do setor i consumida domesticamente pelas famílias;
- g_i é a produção do setor i consumida domesticamente pelo governo;
- I_i é a produção do setor i destinada ao investimento;
- e_i é a produção do setor i exportada;
- x_i é a produção doméstica total do setor i .

Assumindo-se que os fluxos intermediários por unidade do produto final são fixos, pode-se derivar o sistema aberto de Leontief, ou seja,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i = x_i \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Em que:

- a_{ij} é o coeficiente técnico que indica a quantidade de insumo do setor i necessária para a produção de uma unidade de produto final do setor j e
- d_i é a demanda final por produtos do setor i , isto é, $c_i + g_i + I_i + e_i$.

¹⁰ A identidade macroeconômica fundamental expressa o equilíbrio entre a produção total de bens e serviços de uma economia e o dispêndio realizado pelos agentes econômicos. Na forma mais simplificada, essa relação é dada por $Y = C + I + G + (X - M)$, em que Y representa o Produto Interno Bruto (PIB), C o consumo das famílias, I o investimento, G os gastos do governo e $(X - M)$ o saldo líquido das exportações. Essa equação traduz o princípio de que toda a renda gerada na economia deve corresponder à soma dos gastos realizados, sendo uma das bases para modelos de análise econômica, como o de insumo-produto de Leontief (Mankiw, 2019).

Todas as outras variáveis já foram definidas anteriormente.

A última equação pode ser escrita em forma matricial como:

$$Ax + d = x \quad (6)$$

Em que:

- A é a matriz de coeficientes diretos de insumo de ordem $(n \times n)$
- x e d são vetores colunas de ordem $(n \times 1)$, onde:
 - x é chamado de matriz de produção;
 - d é chamado de matriz demanda externa;

Resolvendo a equação anterior, é possível obter a produção total que é necessária para satisfazer a demanda final, ou seja,

$$\begin{aligned} Ax + d &= x \\ x &= (I - A)^{-1} \cdot d \end{aligned} \quad (7)$$

Em que:

- $(I - A)^{-1}$ é a matriz de coeficientes diretos e indiretos, ou a matriz de Leontief.

Em $B = (I - A)^{-1}$, o elemento b_{ij} deve ser interpretado como sendo a produção total do setor i que é necessária para produzir uma unidade de demanda final do setor j .

4.7 TEOREMA 1 (EQUAÇÃO DE LEONTIEF):

Seja A a MIP de uma economia, d a matriz de demanda aberta do setor aberto e x a matriz de produção dos n setores que compõem a economia. $A \cdot x$ será a matriz de consumo interno. O modelo econômico pode ser descrito pela seguinte equação:

$$d = A \cdot x - x$$

O que é equivalente a:

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}$$

Ou seja, para quaisquer i e j pertencentes ao intervalo $[1, n]$, c_{ij} será o valor de produto fornecido pelo setor i ao setor j , d_i será o valor consumido do produto i pelo setor terciário, e p_i será o valor produzido pela indústria i .

A economia é considerada fechada para uma matriz d nulo. Caso contrário, denomina-se aberta. Se $d_i = 0$, o produto i não é enviado para o setor aberto.

4.8 TEOREMA 2 (ECONOMIA RENTÁVEL):

Seja A a MIP de uma economia aberta. Caso a soma de cada coluna seja inferior a 1, a matriz $I - A$ é invertível, as entradas de $(I - A)^{-1}$ são não negativas, e a economia é rentável.

Como já foi apontado, o total de consumo de uma indústria/setor i é determinado pela soma da i -ésima coluna da matriz $An \times n$. Considerando que os valores da matriz correspondem ao valor em reais envolvidos na produção de R\$1.00 de cada produto, caso a soma da i -ésima coluna seja inferior a R\$1.00, o setor i é considerado rentável (gasta menos do que produz). Se todos os n setores que compõem a economia forem rentáveis, a economia também o é.

4.9 TEOREMA 3:

Seja A uma matriz entrada-saída. Caso a matriz $I - A$ seja invertível, x existe e é único, sendo dado por:

$$x = (I - A)^{-1} \cdot d$$

Caso a economia em causa seja fechada, d será um vetor nulo, assim como x .

4.10 EXEMPLO PRÁTICO

Consideremos uma economia aberta simples com um setor aberto e três setores produtivos: manufatura, agricultura e serviços. Suponhamos que os insumos e produtos sejam medidos em R\$ e que os insumos requeridos pelos setores produtivos para produzir uma unidade monetária de valor de produto estão de acordo com a Tabela 2, a seguir.

Tabela 2: Síntese do fluxo de produtos na economia

		Insumo requerido para produzir R\$ 1,00		
		Manufatura	Agricultura	Serviços
Fornecedor	Manufatura	0,1	0,1	0,4
	Agricultura	0,4	0,2	0,1
	Serviços	0,2	0,4	0,05

Fonte: elaborada pelo autor.

Para entendimento da Tabela 2, considera-se o seguinte cenário.

- Para produzir R\$ 1,00 do setor de Manufatura, o respectivo setor gasta R\$ 0,10 do seu próprio produto, R\$ 0,40 da Agricultura e R\$ 0,20 de Serviços.
- Para produzir R\$ 1,00 do setor de Agricultura, o respectivo setor gasta R\$ 0,20 do seu próprio produto, R\$ 0,10 da Manufatura e R\$ 0,40 de Serviços.
- Para produzir R\$ 1,00 do setor de Serviços, o respectivo setor gasta R\$ 0,05 do seu próprio produto, R\$ 0,40 da Manufatura e R\$ 0,10 de Agricultura.

Nota-se que, apesar de para o exemplo ser considerado R\$ 1,00 como unidade de produção, poderia ser usada outra ordem de grandeza, como o dólar, ou euro, ou mesmo o número de produtos fabricados.

Os dados expressos na Tabela 2 podem ser expressos sob a forma de uma matriz insumo-produto A, definida por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{aa} & a_{ba} & a_{ca} \\ a_{ab} & a_{bb} & a_{cb} \\ a_{ac} & a_{bc} & a_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.10 & 0.40 \\ 0.40 & 0.20 & 0.10 \\ 0.20 & 0.40 & 0.05 \end{bmatrix}$$

Neste caso, vamos supor que o setor aberto necessita que a economia forneça bens manufaturados, produtos agrícolas e serviços com os valores em unidades monetárias logo a mais, na sequência. Portanto, a matriz demanda externa d tem a seguinte configuração:

- d_1 unidades monetárias de bens manufaturados;
- d_2 unidades monetárias de produtos agrícolas;
- d_3 unidades monetárias de serviços;

Como os setores produtivos consomem alguns de seus próprios produtos, o valor em unidades monetárias de seus produtos precisa cobrir suas próprias necessidades e a demanda externa. Então, cada item da matriz de produção x representa:

- x_1 unidades monetárias de bens manufaturados;
- x_2 unidades monetárias de produtos agrícolas;
- x_3 unidades monetárias de serviços;

Por fim, o consumo de cada setor pode ser representado pelas colunas da matriz A:

$$A_a = \begin{bmatrix} A_{aa} \\ A_{ab} \\ A_{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10 \\ 0.40 \\ 0.20 \end{bmatrix}$$

$$A_b = \begin{bmatrix} A_{ba} \\ A_{bb} \\ A_{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10 \\ 0.20 \\ 0.40 \end{bmatrix}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A_{ca} \\ A_{cb} \\ A_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.40 \\ 0.10 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

Logo, podemos inferir que, para a matriz consumo $A = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.10 & 0.40 \\ 0.40 & 0.20 & 0.10 \\ 0.20 & 0.40 & 0.05 \end{bmatrix}$, a porção

do vetor de produção x que será consumido pelos três setores produtivos é:

$$A_a \cdot \begin{bmatrix} 0.10 \\ 0.40 \\ 0.20 \end{bmatrix} + A_b \cdot \begin{bmatrix} 0.10 \\ 0.20 \\ 0.40 \end{bmatrix} + A_c \cdot \begin{bmatrix} 0.40 \\ 0.10 \\ 0.05 \end{bmatrix} = A \cdot x$$

A matriz $A \cdot x$ é denominada matriz demanda intermediária da economia.

Uma vez atendida a demanda intermediária, a porção da produção que resta para satisfazer as necessidades da demanda externa é $x - Ax$. Assim, sendo a matriz demanda externa d , então x deve satisfazer a equação:

$$x - A \cdot x = d$$

$$(I - A) \cdot x = d$$

em que:

- x é a quantidade produzida
- $A \cdot x$ é a demanda intermediária
- d é a demanda externa
- I é a matriz identidade

4.11 SITUAÇÃO – PROBLEMA

Considera-se a economia descrita na Tabela 2. Para efeitos de exemplo, informamos que o setor aberto tenha uma demanda externa no valor de R\$400 de produtos manufaturados, R\$200 de produtos agrícolas e R\$100 de serviços. A economia conseguirá atender essa demanda? Se conseguir, encontraremos um vetor de produção x que atenda exatamente essa demanda?

As matrizes de consumo, de produção e da demanda externa são, respectivamente:

$$A = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.10 & 0.40 \\ 0.40 & 0.20 & 0.10 \\ 0.20 & 0.40 & 0.05 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Para atender essa demanda, a matriz x deve satisfazer a equação de Leontief e, portanto, o problema se reduz a resolver o sistema linear, caso seja compatível:

$$I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.4 & 0.05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.9 & -0.6 \\ -0.4 & 0.8 & -0.9 \\ -0.8 & -0.6 & 0.95 \end{bmatrix}$$

Então, temos:

$$\begin{bmatrix} 0.9 & -0.1 & -0.4 \\ -0.4 & 0.8 & -0.1 \\ -0.2 & -0.4 & 0.95 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Utilizando a eliminação de Gauss em uma matriz aumentada, temos que:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0.9 & -0.9 & -0.6 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.80 & -0.9 & 0 & 1 & 0 \\ -0.8 & -0.60 & 0.95 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 775.00 \\ 0 & 1 & 0 & 708.33 \\ 0 & 0 & 1 & 566.67 \end{array} \right)$$

Logo, o vetor de produção é:

$$x = \begin{bmatrix} 775.00 \\ 708.33 \\ 566.67 \end{bmatrix}$$

4.12 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.12.1. Quantidade gasta internamente

A partir da resolução descrita no tópico anterior, pode-se concluir que, para $d = \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix}$, os setores de bens manufaturados, bens agrícolas e de serviços devem produzir, respectivamente, R\$775,00, R\$708,33 e R\$566,67.

Analisando criticamente o exemplo, salientamos que a maior parte da produção é direcionada para setores industriais e não para o mercado, o que indica que a economia é pouco eficiente. O valor absoluto da quantidade gasta internamente pode ser determinado por meio da diferença entre a quantidade produzida e a demandada, ou seja, uma matriz p , tal que $p = x - d$, em que a matriz p é a quantidade gasta internamente. Logo:

$$p = x - d = \begin{bmatrix} 775.00 \\ 708.33 \\ 566.67 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 375.00 \\ 508.33 \\ 466.67 \end{bmatrix}$$

Em uma economia, geralmente os valores das entradas da matriz A são menores, assim como é menor o consumo interno para as mesmas exigências do setor aberto. Logo, melhora a eficiência do panorama econômico.

4.12.2. Análise da invertibilidade da Matriz de Leontief

A matriz inversa de Leontief é um instrumento essencial na análise econômica, permitindo compreender as relações de interdependência entre os diversos setores de uma economia. Ela é obtida a partir da tabela de insumo-produto, uma estrutura fundamental para o estudo das atividades produtivas e de consumo de uma economia. Essa matriz é utilizada para

mensurar os efeitos das variações na demanda final sobre a produção de bens e serviços nos diferentes setores econômicos.

A matriz de Leontief $(I - A)^{-1}$ para o exemplo considerado é invertível pois, ao verificar o cálculo do determinante da matriz $I - A$ a partir da fórmula de Laplace, temos que:

$$\det(I - A) = \frac{12}{25} \neq 0$$

Assim, o que se verifica que a matriz $I - A$ é uma matriz inversível, expressa a seguir (arredondada para duas casas decimais):

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.53 & 0.68 \\ 0.83 & 1.61 & 0.52 \\ 0.67 & 0.79 & 1.41 \end{bmatrix}$$

Para o cenário supracitado, a análise da invertibilidade da Matriz infere que:

- Para satisfazer uma demanda final de R\$1,00 na produção de Manufatura, é necessário produzir R\$1,50 na Manufatura, R\$0,53 na Agricultura e R\$0,63 em Serviços;
- Para satisfazer uma demanda final de R\$1,00 na produção de Agricultura, é necessário produzir R\$0,83 na Manufatura, R\$1,61 na Agricultura e R\$0,52 em Serviços;
- Para satisfazer uma demanda final de R\$1,00 na produção de Serviços, é necessário produzir R\$0,67 na Manufatura, R\$0,79 na Agricultura e R\$1,41 em Serviços;

Face à procura externa, os setores industriais precisam averiguar se conseguem dar resposta e, caso consigam, informar a quantidade necessária de cada item para produzir o que estão fazendo. Como as indústrias consomem parte do seu próprio produto para o seu funcionamento, a produção deve ser tal que consiga cobrir os gastos internos e as exigências externas.

5. METODOLOGIA

5.1 ABORDAGEM DA PESQUISA

Esta pesquisa se caracteriza como qualitativa, e foi estruturada a partir da elaboração e aplicação de uma sequência didática voltada a estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com base nos pressupostos de Zabala (1998). Segundo o autor, a sequência didática constitui um “conjunto ordenado e articulado de atividades voltadas à promoção da aprendizagem significativa, integrando teoria e prática de modo sistemático e progressivo”.

Conforme Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa busca compreender fenômenos educacionais em seus contextos naturais, privilegiando o significado das experiências vividas pelos sujeitos. Do mesmo modo, Lüdke e André (1986) ressaltam que esse tipo de investigação se preocupa mais com o processo do que com os resultados, valorizando a interpretação e a subjetividade como dimensões essenciais da construção do conhecimento. Portanto, esta sequência didática buscou também compreender como os estudantes do Ensino Médio constroem o conhecimento matemático por meio da articulação entre Educação Financeira, Matrizes, Sistemas Lineares e o Modelo de Leontief, situados em um contexto econômico local.

O caminho metodológico adotado — entendido como o percurso que orienta o pesquisador na coleta, análise e interpretação dos dados — foi delineado conforme as diretrizes propostas por Zabala (1998). O autor enfatiza que as unidades didáticas devem ser concebidas como sequências de atividades articuladas em torno de objetivos de aprendizagem comuns, estruturadas de maneira a favorecer a construção progressiva do saber.

Desse modo, a sequência elaborada para esta investigação foi fundamentada na Unidade 2 da obra de Zabala (1998), e organizada em três momentos principais:

1. Iniciação, voltada à mobilização dos conhecimentos prévios e à contextualização do tema;
2. Construção, dedicada ao desenvolvimento conceitual e à resolução de situações-problema; e
3. Consolidação, que busca promover a síntese e a aplicação dos conteúdos em novos contextos.

Essas etapas, detalhadas nas seções seguintes, constituem o alicerce metodológico da pesquisa, assegurando a coerência entre os objetivos propostos, as estratégias de ensino e a análise dos resultados obtidos.

5.2 CONTEXTO E PARTICIPANTES DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) – Campus Brumado, localizado no sudoeste baiano, cerca de 530 km de Salvador (BA). O IFBA é uma instituição pública federal de ensino que integra formação geral e técnica, promovendo a articulação entre educação científica, tecnológica e humanística.

O estudo envolveu duas turmas do 2º ano do Ensino Médio Integrado, pertencentes aos cursos técnicos de Informática e de Edificações, com estudantes de ambos os sexos e faixa etária entre 16 e 18 anos. A disciplina foco foi Matemática, desenvolvida no âmbito do currículo regular do curso, dentro do eixo Matemática e suas Tecnologias.

A seleção desse público se justifica pela coerência com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que propõe que, nessa etapa da Educação Básica, os estudantes desenvolvam competências voltadas à compreensão de fenômenos econômicos, financeiros e sociais, ao uso da matemática para resolver problemas reais e à leitura crítica de informações quantitativas.

De modo mais específico, a BNCC (Brasil, 2018, p. 531) destaca, na Competência Específica 3 da área de Matemática e suas Tecnologias, que o estudante deve ser capaz de “utilizar diferentes registros de representação matemática para interpretar situações do cotidiano, especialmente aquelas relacionadas a aspectos econômicos e financeiros, tomando decisões de forma responsável”. Além disso, a Competência Geral 2 enfatiza a importância de “exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica e a imaginação para investigar causas, elaborar e testar hipóteses e formular e resolver problemas” (Brasil, 2018, p. 9).

Nesse sentido, a escolha do 2º ano do Ensino Médio se mostra pertinente, por ser o momento em que os conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares são formalmente introduzidos, o que favorece sua articulação com temas de Educação Financeira e com o Modelo de Insumo-Produto de Leontief, conforme proposto nesta sequência didática.

A aplicação da sequência ocorreu ao longo de duas aulas presenciais de Matemática (totalizando quatro horas/aula), complementadas por atividades extraclasse de pesquisa e reflexão (3 horas adicionais), resultando em nove horas de envolvimento pedagógico. As aulas foram ministradas com intervalo de quinze dias entre si, o que possibilitou aos estudantes realizarem coletas de dados e análises sobre dinâmicas produtivas e de consumo em seus contextos locais, fortalecendo a integração entre teoria, prática e realidade socioeconômica.

5.3 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

A coleta de dados ocorreu durante a aplicação da sequência didática e envolveu observação participante, registros escritos e gráficos produzidos pelos estudantes, além de anotações reflexivas do pesquisador. Esses instrumentos permitiram acompanhar o engajamento da turma, as interações entre os grupos e as estratégias utilizadas pelos alunos para modelar as situações econômicas propostas na SD.

Os dados foram reunidos com o objetivo de compreender como os estudantes interpretam e aplicam conceitos matemáticos na análise de fenômenos reais, especialmente aqueles relacionados às leis da oferta e da demanda, à produção e consumo local e à estrutura de interdependência econômica representada pelo Modelo de Leontief.

Durante as atividades, os grupos elaboram modelos matriciais simplificados representando setores produtivos locais (agropecuária, comércio, serviços, entre outros), aplicam métodos de resolução de sistemas lineares e interpretam tabelas econômicas, relacionando os resultados aos aspectos financeiros e sociais da comunidade.

O planejamento inicial da sequência didática prevê seis aulas para execução. Entretanto, em virtude de requisitos de tempo, algumas aulas tiveram que ser omitidas ou mesmo reescritas. Por exemplo, a SD previa o uso de planilhas digitais (Excel) para a sistematização das tabelas e visualização dos resultados, mas tal etapa não pôde ser implementada devido ao tempo reduzido disponibilizado para a aplicação. Além dessa aula, a discussão dos resultados, etapa posterior ao uso dos recursos tecnológicos, também não pode ser executada pelo mesmo motivo. Contudo, os registros realizados em sala permitiram observar o processo de construção e compreensão dos conceitos pelos estudantes. Não obstante, o uso da tecnologia foi previsto no produto educacional, conforme consta no Anexo I, na Aula 5.

As etapas da sequência estão apresentadas na Figura 5 e são descritas, logo na sequência.

Figura 5: Etapas da sequência didática



Fonte: elaborada pelo autor.

Essas etapas são descritas na sequência:

1. Exploração inicial (Iniciação)
 - Levantamento dos saberes prévios dos estudantes sobre produção, consumo e setores econômicos locais;
 - Leis da Oferta e Demanda;
 - Discussão inicial sobre interdependência econômica;
 - Competências BNCC mobilizadas: EM13MAT101; EM13MAT315; EM13MAT401; EM13MAT501.
2. Construção do conhecimento (Construção)
 - Introdução da Matriz de Leontief em linguagem acessível;
 - Atividades de leitura e interpretação de tabelas setoriais;
 - Resolução de sistemas lineares associados à matriz;
 - Competências BNCC mobilizadas: EM13MAT301; EM13MAT302;

3. Reflexão e aplicação crítica (Consolidação)

- Análise de cenários hipotéticos sobre impactos econômicos locais (ex.: variação de produção agrícola ou industrial);
- Discussão sobre implicações sociais, financeiras e ambientais;
- Produção de síntese pelos estudantes;
- Competências BNCC mobilizadas: EM13MAT501; EM13MAT401;

5.4 METODOLOGIA DE ENSINO

Para realização da atividade foram utilizadas 2 aulas de 90 minutos cada. As atividades realizadas em cada uma delas está disposta na tabela, a seguir.

Tabela 3: Atividades realizadas na SD

Aula	Duração	Tema	Tipo	Material Utilizado	Interação do Estudante
1ª	5 min	Apresentação	Expositiva	Quadro Branco, pincel	Mínima
1ª	10 min	Tópicos de Economia Básica	Questionadora	Conversação com o aluno, Quadro branco, pincel	Média
1ª	5 min	Anotações no quadro dos tópicos mais importantes	Expositiva, a partir das respostas dos alunos	Quadro branco, pincel	Média
1ª	10 min	Lei da Oferta	Interativa	Conversação com o aluno, papéis para representação dos preços pelos alunos	Máxima
1ª	10 min	Lei da Demanda	Interativa	Conversação com o aluno, papéis para representação dos preços pelos alunos	Máxima
1ª	5 min	Apresentação Gráfica	Interativa	Conversação com o aluno, quadro branco, pincel	Máxima
1ª	15 min	Cenário Local	Interativa	Conversação com o aluno, quadro branco, pincel	Máxima
1ª	15 min	Disposição dos dados em uma matriz	Interativa	Conversação com o aluno, quadro branco, pincel	Máxima
1ª	10 min	Elaboração da equação de Leontief	Interativa	Conversação com o aluno, quadro branco, pincel	Máxima

1ª	5 min	Atividade extraclasse	Divisão dos Grupos	Papel, lápis, borracha e caneta esferográfica	Máxima
2ª	10 min	Apresentação do modelo de Leontief	Atividade em Grupo	Quadro branco, pincel	Média
2ª	10 min	Delimitação dos Valores nas Matrizes	Atividade em Grupo	caneta, lápis, borracha e papel	Máxima
2ª	50 min	Desenvolvimento da atividade	Atividade em Grupo	Caneta, lápis, borracha e papel	Máxima
2ª	10 min	Apresentação do modelo feito pelos grupos	Atividade em grupo	Papel com as respostas	Máxima
2ª	10 min	Discussão dos resultados	Exposição dos resultados e relações com o cotidiano	Conversação	Máxima

Fonte: elaborada pelo autor.

6. APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A seguir, mostramos duas tabelas: a primeira com o resumo das Metodologias, os Recursos Didáticos, o Tempo; e a segunda apresentamos os Objetos de Conhecimento e Habilidades em consonância com a BNCC.

Tabela 4: Apresentação das Metodologias, Recursos Didáticos e o Tempo

Metodologias	• Instruções híbridas ou ensino híbrido • Interdisciplinaridade • Exemplos reais • Aulas expositivas • Exercício e Prática • Demonstração
Recursos Didáticos	• Quadro Branco • Piloto de quadro • Papeis A4 e A3 • Canetas Coloridas
Tempo	Tempo total estimado para todas as atividades: 5 horas, divididos em: • 3 horas em sala de aula • 2 horas extraclasse

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 5: Objetos de Conhecimento e Habilidades

Objetos de Conhecimento	Habilidades
Lei da Oferta e Demanda; Igualdade das Leis em gráfico	(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma. (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações

	geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
Matrizes e Sistemas Lineares: representação, operações e aplicações.	(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais. (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Fonte: elaborada pelo autor, a partir da BNCC.

6.1 APRESENTAÇÃO – CONCEITOS BÁSICOS DE ECONOMIA

- Objetivo: Promover situações em que os alunos construam o conceito de Economia
- Atividade:
 - A partir da escrita da palavra Economia no centro quadro, perguntar aos alunos o que vêm à mente deles quando ao lerem essa palavra.
 - Em seguida, perguntar aos alunos quais palavras têm relação com o termo Necessidades Ilimitadas e quais têm relação com o termo Recursos Limitados.
- Discussão:
 - Escrever no quadro as palavras ditas pelos alunos. Caso os alunos não sugerirem palavras que estejam correlacionadas com o tema, elaborar perguntas que remetem ao tema para suscitar novas palavras ditas pelos alunos.
 - Circular com piloto de caneta verde (preferencialmente) as palavras relacionadas ao termo Necessidades Ilimitadas.
 - Circular com piloto de caneta vermelha as palavras relacionadas ao termo Recursos Limitados.

- Colocar os termos e as respectivas palavras em cada lado do quadro e conceituar Economia a partir dos termos.

6.2 APRESENTAÇÃO – LEI DA OFERTA

- **Objetivo:** Promover situações em que os estudantes construam o conceito da Lei da Oferta.
- **Atividade:** Em um cenário fictício, os estudantes são vendedores de frutas e hortaliças, por exemplo, vendedores de tomate. Neste ambiente, cinco dos estudantes presentes na sala colocam, por conta própria, os preços que querem vender o quilograma do tomate e colocam, cada um deles em um papel com seus respectivos preços. Os estudantes, agora com os valores em mãos, são ordenados em uma fila em ordem crescente de valores e é perguntado aos alunos o seguinte:
 - *“Na visão do vendedor, qual o preço que os vendedores desejam ter para vender o quilo do tomate?”*.
- **Discussão:**
 - Dividir o quadro em duas partes.
 - Escrever “Lei da Oferta” em um lado do quadro.
 - Pedir para os alunos descrever a conclusão a partir da dinâmica do grupo e da pergunta feita.
 - Explicar a Lei da Oferta.

6.3 APRESENTAÇÃO – LEI DA DEMANDA

- **Objetivo:** Mediar práticas pedagógicas que possibilitem aos estudantes aprender os fundamentos da Lei da Demanda
- **Atividade:** Neste cenário, estudantes são convidados para representar compradores da mesma fruta que foi apresentada na Lei da Oferta. Esses alunos registram em uma folha de papel, por conta própria, os preços que querem comprar do quilograma do tomate e, colocam, cada um deles, em um papel com os seus respectivos preços para compra. Os valores são ordenados em uma fila em ordem crescente e é perguntando à turma o seguinte:
 - *“Na ótica do comprador, qual o preço que os compradores desejam ter para comprar o tomate?”*
- **Discussão:**
 - Escreva “Lei da Demanda” no outro lado do quadro.

- Peça para os alunos descrever a conclusão a partir da dinâmica do grupo e da pergunta feita.
- Explique a Lei da Demanda.

6.4 JUNÇÃO DAS LEIS DA OFERTA E DA DEMANDA

- Atividade: Incentivar os estudantes a relacionar conceitos de funções matemáticas com a elaboração dos gráficos de Oferta e Demanda.
- Discussão:
 - Incentivar os alunos a lembrar qual função matemática é possível representar as duas Leis no gráfico.
 - Representar essas duas leis em um gráfico.
 - Incentivar os alunos a interpretar o significado da interseção existente entre as retas.

6.5 CENÁRIO LOCAL – SETORES ECONÔMICOS

- Atividade: Estimular os estudantes a criar um cenário econômico a partir de informações trazidas por eles a respeito da economia local, partindo da premissa que a quantidade de Oferta é igual à quantidade Demandada.
- Discussão:
 - Perguntar aos alunos quais setores econômicos existem na cidade.
 - Dentre os setores, pedir aos alunos para citarem os três mais importantes e o porquê que são.
 - Perguntar aos alunos se há alguma relação de comércio entre os setores econômicos escolhidos pelos alunos. Além disso, perguntar se esses setores produzem para a população em geral.

6.6 CONSTRUÇÃO DA MATRIZ DE LEONTIEF

- Atividade: Com o intuito de estimular questionamentos e suscitar conceitos prévios, fazer oralmente os seguintes questionamentos aos alunos:
 - *Baseado em um cenário onde a oferta e demanda são iguais, para onde e para quem os produtos ofertados são vendidos?*

- *Se parte dos produtos ofertados é direcionado para os setores econômicos, qual a porcentagem que cada setor exerce influência de oferta no outro setor, inclusive a si mesmo, ou seja, qual a participação que o setor de A tem sobre o setor B, o C, e sobre o próprio setor?*
- Discussão:
 - Estimular a construção matemática de representações econômicas.
 - Perguntar aos estudantes como são relacionados os setores econômicos e como seria a sua representação matemática.
 - Perguntar aos alunos como seria o percentual matemático de cada setor sobre o outro, inclusive o próprio setor.

6.7 MODELO ABERTO DE LEONTIEF

- Atividade: Estimular o desenvolvimento do modelo de Leontief por meio do conhecimento prático dos alunos sobre comercialização de produtos entre setores e a sociedade. Além disso, cabe incentivar os alunos a responderem entre eles algumas perguntas tais como:
 - *Analizando uma empresa A, qual o público que ela oferta os produtos? Será que fornece é somente as indústrias e os outros setores econômicos?*
 - *Os produtos ofertados pelo setor B objetivam somente abastecer as outras indústrias? O público externo também demanda esses produtos?*
 - *O setor C atua mais na população em geral ou nos setores econômicos da cidade?*
- Discussão:
 - Conduzir a discussão dos alunos para a formação do modelo de Leontief.
 - Incentivar o aluno a compreender o modelo por meio do problema proposto em sala de aula.

6.8 EQUAÇÃO DE LEONTIEF

- Atividade: Desenvolvimento, por parte dos alunos, da equação de Leontief:
- Discussão:
 - Divisão dos estudantes em 3 grupos.
 - Cada grupo resolverá a equação de Leontief.

- Monitorar os grupos e pedir para que tomem cuidado ao colocar os valores na matriz de produção.
- Ao final da aula, informar aos alunos que a atividade também será realizada utilizando planilhas eletrônicas, tais como o Excel, do pacote *Office*.

6.9 SUPORTE TECNOLÓGICO

- Atividade: oferecer suporte tecnológico na resolução da atividade proposta, auxiliando o estudante no uso correto da ferramenta.
- Discussão:
 - Conduzir os alunos para o laboratório de informática.
 - Pedir para ligarem os computadores.
 - Com o sistema operacional em funcionamento, pedir aos discentes para abrirem o programa de planilhas. Para o proposto, será utilizado o programa Excel, do pacote *Office*.
 - Auxiliar os discentes a digitarem as seguintes matrizes:
 - matriz resultante da diferença entre a matriz identidade e a matriz de coeficientes técnicos.
 - Matriz de Oferta.
 - Auxiliar os discentes a escolher tres células consecutivas dispostas em uma coluna e digitar o comando =MATRIZ.MULTI(MATRIZ.INVERSO(ITEM 1);ITEM 2).
 - Auxilie-os para usarem o comando “Ctrl+Shift+Enter”.
 - Pedir aos estudantes para fazerem o mesmo processo com as alterações pedidas em sala na aula anterior.

6.10 ENTREGA DOS RESULTADOS

- Atividade: Apresentação dos resultados obtidos pelos alunos na resolução da equação de Leontief.
- Discussão: A forma de resolver a equação pode ser pela Eliminação de Gauss-Jordan, por Cramer, ou por Sistemas Lineares, com o uso das tecnologias. Os resultados foram discutidos em sala de aula, revelando as respostas obtidas e como os dados são importantes para a análise econômica da região.

7. RELATO DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

7.1 INTRODUÇÃO

A presente seção é dedicada à análise dos resultados obtidos com a aplicação da sequência didática desenvolvida para o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares no Ensino Médio, tendo como eixo estruturante o Modelo de Insumo-Produto de Leontief. O objetivo é compreender como os princípios teóricos de Zabala (1998), Ausubel (2003) e Biembengut (2009) se materializaram na prática pedagógica e contribuíram para o desenvolvimento de aprendizagens significativas.

Os dados analisados resultam da observação das aulas, dos registros dos estudantes, das produções escritas e das discussões em grupo, evidenciando aspectos cognitivos, afetivos e atitudinais. A escolha desses três referenciais teóricos deve-se à complementaridade entre suas proposições: Zabala (1998) oferece a estrutura metodológica da Sequência Didática; Ausubel (2003) fundamenta os processos cognitivos de aprendizagem significativa; e Biembengut (2009) consolida a abordagem da Modelagem Matemática como eixo interdisciplinar que dá sentido à construção do conhecimento.

A aplicação da sequência didática sobre Matrizes, Sistemas Lineares e Modelo de Insumo-Produto de Leontief permitiu observar, no contexto real da sala de aula, como a integração entre Matemática, Educação Financeira e elementos da Economia pode favorecer a compreensão dos conteúdos por meio da contextualização. Durante as atividades, os estudantes foram convidados a relacionar os conceitos matemáticos à dinâmica da oferta, demanda e circulação econômica, ainda que de forma introdutória. As discussões emergiram principalmente quando os alunos relacionaram as Leis da Oferta e Demanda com a exploração da ideia de setores produtivos e suas interdependências, elemento central do modelo de Leontief.

Essa abordagem propiciou aos discentes a percepção de que a Matemática não se limita a um conjunto de procedimentos formais, mas constitui uma ferramenta que auxilia na leitura crítica dos fenômenos socioeconômicos. Assim, temas como consumo, produção, variação de preços e impacto das decisões econômicas — usualmente mais presentes em disciplinas como Geografia ou Sociologia — passaram a ser objeto de reflexão matemática, em consonância com as competências da BNCC relacionadas à Educação Financeira.

No desenvolvimento da proposta, as orientações de Zabala (1998) sobre a estruturação de uma sequência didática se mostraram fundamentais tanto no planejamento quanto na análise

da prática. A situação inicial consistiu na apresentação das Leis da Oferta e Demanda por meio de situações cotidianas, com a finalidade de, a partir da situação da igualdade das Leis referidas, contextualizar um problema a respeito da circulação de bens em setores fictícios. Tal situação provocou curiosidade e promoveu sentido para os conteúdos que seriam posteriormente explorados. Os estudantes foram incentivados a levantar hipóteses sobre como os setores dependem uns dos outros e como isso poderia ser representado matematicamente.

Em seguida, durante o desenvolvimento, ocorreram atividades progressivas com aumento gradual de complexidade, articulando conceitos de matrizes, operações matriciais e sistemas lineares. As tarefas incluíram interpretação de tabelas econômicas simplificadas, construção de esquemas e resolução de problemas que envolviam a produção setorial. Nessa fase, foi possível perceber avanços na aprendizagem, sobretudo quando os alunos visualizaram, por meio das matrizes, como pequenas variações na demanda final repercutem na economia como um todo.

A etapa de síntese, como propõe Zabala, foi realizada por meio de uma atividade final em que os estudantes precisaram interpretar um mini-modelo de insumo-produto, relacionando a matriz dos coeficientes técnicos ao sistema linear correspondente. A síntese permitiu identificar se os alunos compreenderam as relações entre os setores e reconheceram a utilidade dos procedimentos matemáticos empregados. Finalmente, o processo culminou em uma avaliação formativa, na qual os estudantes apresentaram soluções, justificativas e interpretações econômicas. Esse momento foi decisivo para observar tanto o domínio conceitual quanto a capacidade de adequar e utilizar o conhecimento matemático para outras áreas, reforçando o caráter interdisciplinar da proposta.

No entanto, ao longo da aplicação, algumas diferenças entre o planejamento inicial e a realidade da escola tornaram-se evidentes. Em primeiro lugar, algumas atividades previstas — especialmente as que exigiam coleta de dados reais, pesquisa de índices econômicos atualizados e o uso de recursos digitais — não puderam ser realizadas devido a limitações de tempo. Além disso, o ritmo das aulas precisou ser adaptado, pois os estudantes demonstraram dificuldades iniciais na interpretação de tabelas e na manipulação de matrizes, exigindo momentos adicionais de retomada conceitual.

Caso a sequência didática fosse reaplicada, seria recomendável incluir mais atividades de pré-conhecimento, o uso de ferramentas tecnológicas, tais como uso de planilhas gráficas (programa *Excel*, do Pacote *Office*), exercícios intermediários de leitura de dados e exemplos

mais próximos do cotidiano dos alunos, como análise de setores ligados ao comércio local ou serviços da região em que vivem.

A vivência em sala também evidenciou algumas potencialidades importantes da proposta. A contextualização econômica se mostrou altamente motivadora para os estudantes, que demonstraram interesse ao perceber que os conceitos matemáticos têm usos reais e influenciam decisões que afetam o cotidiano. A interdisciplinaridade constituiu outro ponto positivo: muitos alunos relataram compreender melhor fenômenos discutidos em outras disciplinas ao visualizarem sua representação matemática. Por outro lado, a experiência revelou limites que precisam ser considerados: a necessidade de maior tempo para o trabalho com competências de Educação Financeira, a dificuldade de parte dos estudantes em transitar entre linguagem matemática e linguagem verbal, e a necessidade de maior integração com professores de outras áreas.

Por fim, o relato da prática reforça que a sequência didática, fundamentada em Zabala (1998) e articulada à aprendizagem significativa, apresenta grande potencial para o ensino de Matrizes e Sistemas Lineares. Entretanto, sua efetividade depende de ajustes contínuos, da sensibilidade do professor em reconhecer as necessidades reais da turma e de um planejamento flexível que considere as condições concretas da escola. A experiência permitiu reafirmar a relevância de propostas que aproximem Matemática e Educação Financeira, oferecendo aos estudantes ferramentas para compreender não apenas o funcionamento da economia, mas também sua posição como agentes que participam e influenciam a dinâmica produtiva e social.

Por conta da atividade ser realizada em um espaço de tempo muito curto, o item 6.7 da sequência didática não pôde ser desenvolvido. Para fornecer informações mais específicas sobre as ideias centrais de cada um dos três autores base que tratam acerca da sequência didática, bem como da aplicação da SD e das evidências observadas, elaboramos o seguinte quadro síntese.

Tabela 6: Síntese das ideias de Zabala, Ausubel e Biembengut e sua relação com os resultados da aplicação da sequência didática

Autor(a)	Ideias Centrais	Aplicação na Sequência Didática	Evidências observadas
ZABALA (1998)	Defende que o ensino deve ser planejado em etapas interdependentes — introdução, desenvolvimento e síntese —, favorecendo a progressão cognitiva e a	A sequência foi organizada em três momentos: (1) contextualização econômica inicial; (2) estudo formal de matrizes e sistemas	Os alunos demonstraram domínio crescente sobre os conceitos, articulando operações com matrizes à interpretação de problemas econômicos.

	coerência entre objetivos, conteúdos e estratégias.	lineares; (3) aplicação prática no modelo de Leontief.	
AUSUBEL (2003)	Propõe que a aprendizagem significativa ocorre quando o novo conhecimento se ancora em estruturas cognitivas prévias, mediadas por organizadores e pela contextualização do conteúdo.	O professor explorou conhecimentos prévios sobre consumo, produção e trocas econômicas, usando-os como base para introduzir o conceito de matriz e sistema linear.	Os registros indicaram que os estudantes relacionaram espontaneamente os novos conceitos a situações familiares, demonstrando compreensão e retenção dos conteúdos.
BIEMBENGUT (2009)	Enfatiza a modelagem matemática como instrumento integrador entre Matemática e realidade, promovendo protagonismo, interdisciplinaridade e criticidade.	O modelo de Leontief foi trabalhado como situação-problema interdisciplinar, articulando Matemática e Economia, em consonância com as competências da BNCC (EM13MAT305).	Observou-se engajamento, autonomia e argumentação dos alunos ao analisar dados econômicos reais, identificando a utilidade social da Matemática.

Fonte: elaborado pelo autor, com base em Zabala (1998), Ausubel (2003) e Biembengut (2009).

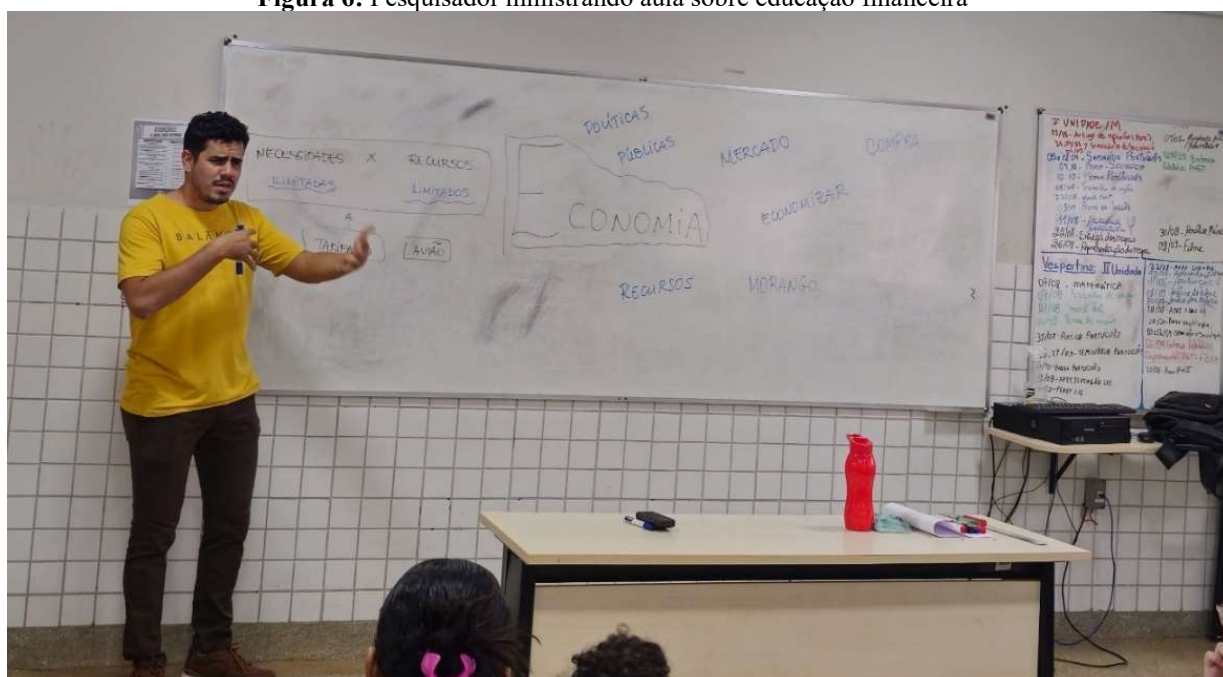
A análise dos resultados foca em duas situações: i) analisar os resultados para promoção da Educação Financeira; e ii) analisar cenários econômicos reais utilizando matrizes e sistemas lineares.

No tocante à promoção da Educação Financeira, o objetivo, aqui, é analisar aspectos econômicos utilizando Matrizes, Porcentagem e Sistemas Lineares.

7.2 INTRODUÇÃO – APRESENTAÇÃO DO TEMA

A etapa introdutória da SD teve como finalidade contextualizar o tema e aproximá-lo das relações econômicas presentes no cotidiano dos estudantes. Para isso, eles foram convidados a expressar, de forma espontânea, palavras, ideias e associações que julgavam relacionadas ao assunto. Essa atividade buscou mobilizar conhecimentos prévios e permitir que os próprios alunos identificassem conexões iniciais entre a Matemática e a Economia. O conjunto dessas contribuições foi sistematizado coletivamente e encontra-se na Figura 6.

Figura 6: Pesquisador ministrando aula sobre educação financeira



Fonte: autor.

As palavras ditas pelos alunos e foram colocadas no quadro foram:

- Políticas Públicas
- Recursos
- Mercado
- Compra
- Economizar

A apresentação do tema foi conduzida com foco na mobilização dos conhecimentos prévios dos estudantes, conforme a perspectiva da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), que enfatiza que “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe” (AUSUBEL, 2003, p. 58). Para isso, os alunos foram convidados a listar palavras e ideias associadas à Economia, revelando um repertório variado que incluía elementos do cotidiano, do mercado e da produção, configurando esquemas conceituais ainda difusos, mas significativos.

Essa etapa, correspondente à Iniciação da sequência didática segundo Zabala (1998), foi marcada pela mediação docente voltada à organização do diálogo, ao incentivo à argumentação e à construção coletiva de sentidos, em vez da transmissão direta de conteúdos. Paralelamente, o momento se articulou ao processo investigativo da Modelagem Matemática descrito por Biembengut e Hein (2013), pois os estudantes começaram a identificar aspectos relevantes de

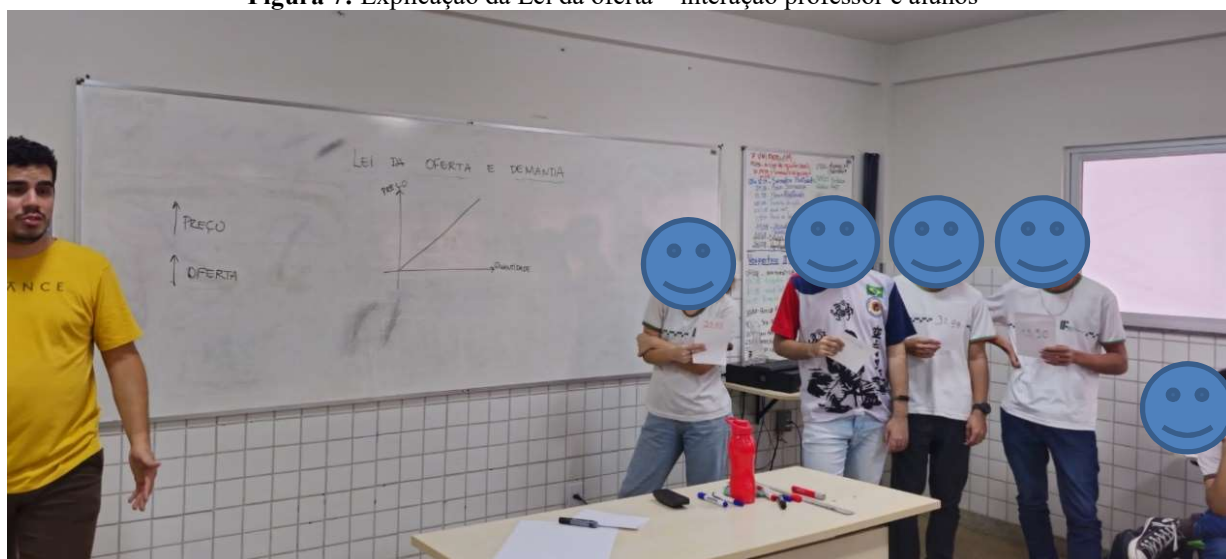
um problema real e a formular hipóteses iniciais sobre a dinâmica econômica, antecipando relações que seriam aprofundadas posteriormente no estudo do Modelo de Leontief. A sistematização final dessa atividade — sintetizada na Figura 13 — expressou não apenas uma lista de termos, mas o mapa conceitual inicial produzido pelos próprios alunos, que orientou as etapas subsequentes da sequência didática.

7.2.1 Apresentação – Lei da Oferta

A exploração da Lei da Oferta deu continuidade à apresentação do tema ao permitir que os estudantes identificassem, a partir de situações concretas, como princípios econômicos podem ser formalizados matematicamente. A atividade consistiu na escolha de um produto comum na região e na simulação, pelos próprios alunos, de diferentes cenários de preços, ordenando-os e discutindo coletivamente como essas variações influenciariam a oferta.

Nesse processo, os estudantes formularam hipóteses, compararam resultados e observaram regularidades geradas por suas próprias decisões, enquanto o professor atuou apenas como mediador, organizando a dinâmica e estimulando justificativas e argumentações. A sistematização dessas observações possibilitou a construção da representação gráfica da Lei da Oferta — apresentada na Figura 7 — em que a relação entre quantidade ofertada e preço foi formalizada por meio de uma função crescente de 1º grau, consolidando a transposição da experiência prática para o registro matemático.

Figura 7: Explicação da Lei da oferta – interação professor e alunos



Fonte: autor.

A atividade sobre a Lei da Oferta articulou de forma concreta as contribuições de Ausubel (2003), Zabala (1998) e Biembengut (2009), uma vez que os estudantes mobilizaram conhecimentos prévios ao estimarem e ordenarem preços, justificarem suas escolhas e integrarem novos significados aos esquemas já existentes, em consonância com a aprendizagem significativa defendida por Ausubel (2003).

No âmbito da sequência didática de Zabala (1998), essa etapa ainda corresponde ao momento de Iniciação, pois constrói a base conceitual necessária para avanços posteriores, especialmente na compreensão do Modelo de Leontief. Sob a ótica da Modelagem Matemática de Biembengut, a formalização realizada pelos alunos, materializada no gráfico que relaciona quantidade ofertada e preço, representa um movimento inicial de abstração, no qual a experiência vivenciada em sala de aula é transformada em uma representação matemática capaz de expressar a variação dos valores em função da quantidade ofertada.

7.2.2. Apresentação – Lei da Demanda

De forma semelhante ao trabalho realizado com a Lei da Oferta, a exploração da Lei da Demanda envolveu uma nova dinâmica em que os estudantes assumiram posição ativa na construção do conceito econômico. Para essa etapa, outros alunos foram convidados a representar diferentes situações de demanda, discutindo entre si como alterações no preço influenciariam o interesse dos consumidores em adquirir um produto hipotético.

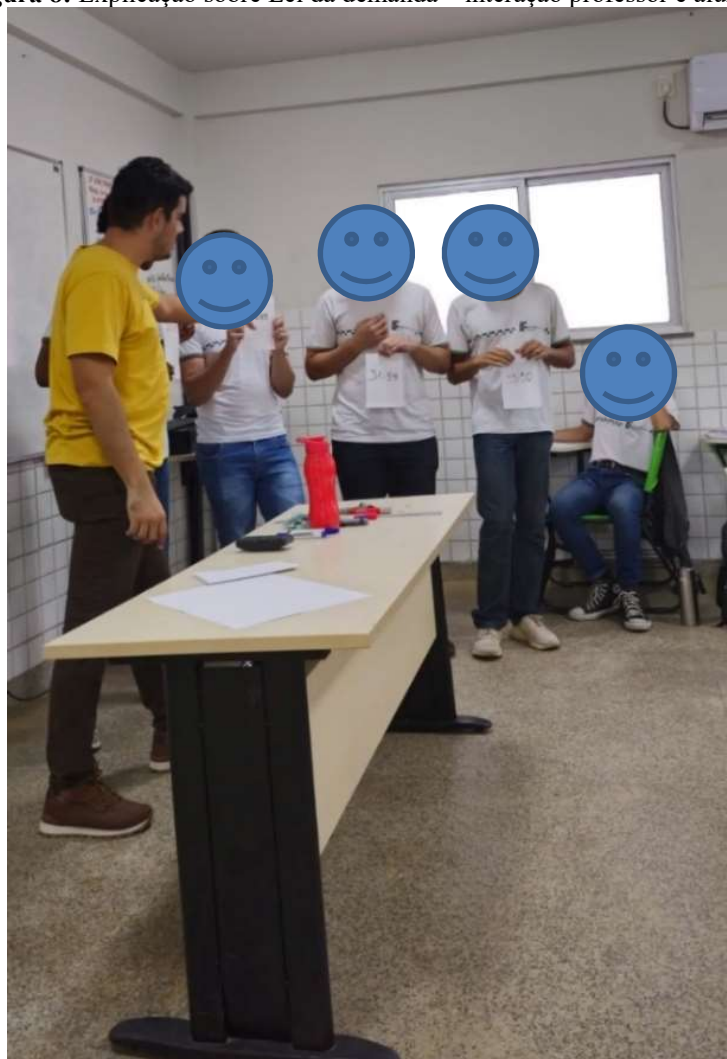
Ao longo da atividade, os grupos levantaram hipóteses, compararam percepções e justificaram suas escolhas com base em experiências pessoais, como compras no comércio local, promoções e variações de preço observadas no cotidiano. Uma das turmas, por exemplo, comentou que preços muito elevados “afastariam os compradores”, enquanto outro destacou que valores mais baixos “atrairiam mais gente”, revelando compreensão intuitiva da relação inversa que caracteriza a Lei da Demanda.

Durante a organização dos dados, os próprios estudantes decidiram ordenar os preços em sequência crescente e debateram quais valores seriam plausíveis para representar diferentes níveis de procura. Essa negociação permitiu observar como argumentavam, avaliavam possibilidades e ajustavam suas decisões a partir da fala dos colegas. Três estudantes, que aparecem na Figura 8, registraram os valores escolhidos por considerarem que representavam situações “de pouca procura”, “procura moderada” e “procura muito baixa”, segundo suas próprias justificativas. Enquanto isso, o professor atuou apenas mediando a atividade, fazendo

perguntas que ajudavam os grupos a explicitar suas razões e garantindo que todos os participantes tivessem voz no processo.

A sistematização final — o gráfico da Lei da Demanda — foi construída a partir dos valores definidos e discutidos pelos estudantes, permitindo que eles próprios reconhecessem a tendência decrescente da função. Ao observar a inclinação negativa da curva, alguns alunos verbalizaram que “quanto maior o preço, menor a demanda”, articulando espontaneamente a dinâmica praticada em sala com a formalização matemática do conceito. Portanto, a atividade não apenas tornou visível a participação efetiva dos estudantes, mas também evidenciou como suas decisões e interpretações serviram de base para a construção da representação gráfica da demanda.

Figura 8: Explicação sobre Lei da demanda – interação professor e alunos.



Fonte: autor.

A atividade sobre a Lei da Demanda, bem como a realizada para a Lei da Oferta, articulou de modo concreto as contribuições de Ausubel (2003), Zabala (1998) e Biembengut

(2009), uma vez que os estudantes mobilizaram conhecimentos prévios ao estimarem e justificarem preços, organizarem valores e interpretarem diferentes níveis de procura, favorecendo a integração de novos significados conforme a aprendizagem significativa.

A mediação docente centrou-se na explicitação dessas ideias e na orientação da sistematização coletiva. Inserida ainda no momento de Iniciação da sequência didática de Zabala (1998), essa etapa contribuiu para consolidar a base conceitual necessária ao avanço posterior rumo ao Modelo de Leontief. À luz da Modelagem Matemática de Biembengut (2009), a construção do gráfico da Lei da Demanda, produzida pelos próprios estudantes a partir dos dados que geraram, representa um movimento inicial de abstração, no qual uma situação real é investigada, organizada e transformada em uma representação matemática que expressa a relação inversa entre preço e quantidade demandada.

7.2.3 Junção das Leis da Oferta e da Demanda

Após concluírem as atividades referentes às Leis da Oferta e da Demanda, os estudantes foram convidados a produzir uma síntese que articulasse os dois conceitos. Esse momento se revelou especialmente rico, pois os próprios alunos passaram a comparar espontaneamente os gráficos que haviam construído e a discutir como as duas funções se relacionavam na dinâmica dos mercados. Diferentes percepções surgiram entre os grupos: alguns afirmaram que “a oferta sobe porque quem vende quer ganhar mais”, enquanto outros destacaram que “a demanda cai quando o preço aumenta, porque as pessoas deixam de comprar”. Essas interpretações, surgidas de forma autônoma, indicaram uma compreensão inicial, mas significativa, sobre a lógica das interações econômicas.

Durante a construção da síntese no quadro, os estudantes decidiram registrar, no lado esquerdo, o termo “Economia” dentro de um retângulo, e, em seguida, acrescentaram a expressão “Recursos Limitados $\times$ Necessidades Ilimitadas”. Essa formulação não foi sugerida pelo professor, ela emergiu das conversas entre os alunos que discutiam sobre situações cotidianas em que “falta dinheiro para comprar tudo o que a gente quer”. Esse diálogo coletivo permitiu que reconhecessem um dos princípios estruturantes da economia e, ao mesmo tempo, conectassem-no às representações matemáticas analisadas.

No lado direito do quadro, os próprios alunos construíram o plano cartesiano. Alguns discutiram sobre a melhor forma de posicionar os eixos, outros relembrou situações anteriores da aula para justificar a inclinação das retas. Um dos estudantes sugeriu que “a reta

da oferta precisa subir, porque quem vende quer lucro”, enquanto outro explicou que “a reta da demanda tem que descer, porque as pessoas compram menos se estiver caro”. O professor apenas mediou essas interações, incentivando que justificassem suas decisões e verificassem se a representação gráfica correspondia às interpretações que verbalizavam.

As duas retas — a crescente, referente à quantidade ofertada, e a decrescente, referente à quantidade demandada — foram desenhadas pelos alunos com base nas análises que construíram coletivamente. Esse registro visual tornou-se uma síntese concreta do conhecimento produzido ao longo da atividade: uma representação gráfica resultante das hipóteses, comparações, debates e negociações entre os próprios estudantes. A Figura 9 ilustra esse momento, ainda que a inversão causada pela filmagem em modo selfie altere a disposição visual original.

Figura 9: Representação no quadro das leis da Oferta e Demanda



Fonte: autor.

A síntese produzida pelos estudantes ao articular as Leis da Oferta e da Demanda evidencia a convergência entre Ausubel (2003), Zabala (1998) e Biembengut (2009), pois em todas essas perspectivas o conhecimento é construído progressivamente a partir da ação cognitiva dos alunos. Sob o enfoque de Ausubel (2003), a aprendizagem significativa ocorre quando novas informações encontram ancoragem em estruturas já existentes, e isso se manifestou quando os estudantes confrontaram suas ideias iniciais sobre mercado e comportamento do consumidor com os gráficos que eles mesmos elaboraram, reorganizando seus subsunçores e ampliando seu repertório conceitual.

Na perspectiva de Zabala (1998), essa etapa permanece no momento de Iniciação, mas em nível mais elaborado, haja vista que os discentes não apenas mobilizam saberes prévios, como também os reconstroem por meio de análises e interpretações que permitem integrar Economia e Matemática de maneira contextualizada, com o professor atuando apenas como mediador do processo.

Já sob o prisma de Biembengut (2009), o trabalho dos estudantes corresponde às fases de investigação, estruturação e representação da Modelagem Matemática, uma vez que transformaram situações reais de mercado em entidades matemáticas ao construírem, colaborativamente, o plano cartesiano com as retas da oferta e da demanda, realizando um movimento genuíno de abstração característico da modelagem.

7.2.4 Cenário Local – Setores Econômicos

Após a síntese construída sobre as Leis da Oferta e da Demanda, a turma avançou para investigar conhecimentos prévios sobre a economia local e a interdependência produtiva, discutindo quais setores julgavam mais representativos em Brumado. As falas revelaram referências a vivências cotidianas e conteúdos de outras disciplinas, salientando a mineração como atividade central, além da importância dos transportes e da agropecuária para o emprego e o fluxo de mercadorias. À medida que novas sugestões surgiam, os estudantes negociavam coletivamente quais setores comporiam a lista final, justificando suas escolhas com exemplos concretos da cidade, o que culminou na identificação consensual de Mineração, Transportes e Agropecuária, registrados pelos próprios alunos no quadro, conforme a Figura 10.

Na etapa seguinte, a turma foi desafiada a representar graficamente esses setores por meio de uma matriz, o que gerou debates sobre critérios de organização e sobre a função das matrizes na sistematização de informações. No lado esquerdo do quadro, os estudantes

construíram uma matriz de ordem 3 com linhas e colunas rotuladas pelos setores escolhidos, discutindo como representar as relações de dependência entre eles. No lado direito, registraram novamente os mesmos setores para reforçar a estrutura representacional e facilitar análises futuras.

O grupo demonstrou autonomia ao discutir a finalidade da matriz e concluir, por iniciativa própria, que ela serviria para “organizar os setores para ver como um precisa do outro”, antecipando intuitivamente a noção de interdependência produtiva que seria aprofundada na sequência didática. Nesse processo, o professor atuou apenas como mediador, estimulando questionamentos, orientando a organização dos registros e garantindo a explicitação das justificativas apresentadas pelos estudantes.

Figura 10: Retratação dos setores econômicos da cidade de Brumado - BA



Fonte: autor.

A etapa em que os estudantes identificaram os setores econômicos mais relevantes de Brumado evidencia a articulação entre Zabala (1998), Ausubel (2003) e Biembengut (2009), pois, sob a ótica de Zabala, compõe a fase de Iniciação ao mobilizar, organizar e problematizar conhecimentos prévios revelados pelos próprios alunos, que espontaneamente destacaram Mineração, Transportes e Agropecuária a partir de debates e negociações coletivas.

Na perspectiva de Ausubel (2003), esses saberes prévios funcionaram como subsunçores essenciais para a construção significativa da matriz intersetorial, permitindo que

os estudantes relacionassem os novos conteúdos à realidade local, enquanto o professor apenas mediou e sistematizou as contribuições. À luz de Biembengut (2009), essa etapa corresponde à dimensão investigativa da Modelagem Matemática, visto que, ao selecionar variáveis relevantes e discutir relações entre os setores produtivos, os alunos iniciaram a compreensão de um problema real e anteciparam a noção de interdependência econômica que fundamenta o Modelo de Leontief, tornando a posterior construção da matriz não uma imposição externa, mas uma necessidade percebida pelos próprios estudantes no processo de abstração e representação.

7.2.5 Construção da Matriz de Leontief

Ainda na fase de Iniciação, houve um avanço para uma discussão coletiva sobre a interdependência entre os setores produtivos identificados pelos estudantes. A turma foi convidada a refletir sobre como Mineração, Transportes e Agropecuária se relacionam no cotidiano do município, o que gerou uma série de conexões espontâneas. Alguns alunos pontuaram que a atividade mineradora depende do transporte para escoamento da produção, enquanto outros notaram que a agropecuária fornece insumos e demanda serviços logísticos, criando relações de mão dupla entre os setores. Essas interpretações surgiram do diálogo entre os próprios estudantes, que compararam situações reais e construíram, de forma colaborativa, hipóteses sobre o funcionamento integrado da economia local.

A partir dessas análises, os estudantes foram levados a perceber que as relações discutidas poderiam ser representadas matematicamente. A mediação docente concentrou-se em formular questões que ajudassem a turma a reconhecer padrões e dependências, conduzindo-os a identificar que a interação entre oferta e demanda possibilita a construção de uma equação capaz de sintetizar esse equilíbrio econômico.

Esse movimento culminou na representação apresentada na Figura 11, construída a partir das contribuições dos alunos, mostrando que a igualdade entre as duas leis pode expressar, de forma formal, as relações produtivas debatidas anteriormente. Por isso, a etapa permitiu que os próprios estudantes transitassem do nível discursivo para o nível simbólico, compreendendo que fenômenos econômicos reais podem ser traduzidos em estruturas matemáticas significativas.

Figura 11: Construção da Matriz de Leontief (parte 1)



Fonte: autor (2025)

Nessa etapa, a sequência didática permanece situada na fase de Iniciação proposta por Zabala (1998), uma vez que se dedica à identificação, valorização e reorganização dos conhecimentos prévios dos estudantes sobre a interdependência entre setores produtivos de Brumado, promovendo uma situação de aprendizagem ativa, na qual os alunos confrontam ideias, justificam hipóteses e constroem significados compartilhados.

Sob a perspectiva de Ausubel (2003), esse processo favorece a aprendizagem significativa ao ancorar novos conceitos em estruturas cognitivas já existentes, alimentadas por vivências pessoais, conteúdos de outras disciplinas e observações do cotidiano, funcionando como subsunçores que preparam a construção da matriz intersetorial. Nesse contexto, a mediação docente, centrada em organizar interpretações e favorecer a explicitação das ideias, reforça o papel do professor como facilitador. À luz da Modelagem Matemática de Biembengut (2009), essa etapa representa o início efetivo do processo de modelar, pois, ao discutirem as relações entre Mineração, Transportes e Agropecuária, os estudantes identificam variáveis

relevantes e começam a estruturar mentalmente as conexões que futuramente serão formalizadas na matriz quadrada do modelo de Leontief, demonstrando que essa fase não apenas prepara o conteúdo, mas inaugura a transposição da realidade observada para uma representação matemática significativa.

7.2.6 Modelo de Leontief - Construção

Na etapa de transição para a construção da matriz de Leontief, os estudantes foram conduzidos a reconhecer que as relações de interdependência discutidas anteriormente poderiam ser organizadas de forma sistemática por meio de uma matriz quadrada. Ao perceberem que cada setor identificado — Mineração, Transportes e Agropecuária — dependia e, ao mesmo tempo, influenciava os demais, os alunos passaram a discutir como essa estrutura poderia ser representada matematicamente. A mediação docente restringiu-se a suscitar questionamentos que orientassem essa percepção, enquanto a turma decidiu coletivamente como dispor linhas e colunas correspondentes aos setores.

O registro final, produzido pelos próprios estudantes e ilustrado na Figura 12, revela a consolidação dessa compreensão, evidenciando que a construção da matriz emergiu das interpretações, negociações e escolhas feitas pelos alunos durante a sequência didática.

Figura 12: construção da matriz de Leontief (parte 2)



Fonte: autor.

A construção da matriz de Leontief constituiu um momento central da sequência didática, pois os estudantes, após discutirem a interdependência entre os setores produtivos, passaram a reconhecer que essas relações poderiam ser sistematizadas matematicamente em uma matriz quadrada, avanço decorrente das interpretações e comparações realizadas de forma colaborativa, em consonância com a fase de Iniciação proposta por Zabala (1998). Sob a perspectiva de Ausubel (2003), esse processo evidenciou a aprendizagem significativa ao integrar novos conceitos aos esquemas cognitivos já existentes, uma vez que a compreensão da matriz emergiu das experiências e análises sobre a economia local.

À luz da Modelagem Matemática de Biembengut (2009), essa etapa marcou o início efetivo do processo de modelar, no qual os estudantes transformaram uma situação real em uma representação abstrata capaz de organizar matematicamente as interações identificadas, enquanto o professor atuou apenas como mediador, orientando a explicitação dos raciocínios e a estruturação das linhas e colunas. O resultado final, registrado pelos próprios alunos e ilustrado na Figura 19, formaliza a interdependência produtiva discutida e evidencia que a matriz surgiu de um percurso investigativo no qual teoria e prática se articularam pela ação cognitiva dos estudantes, conforme defendem Zabala (1998), Ausubel (2003) e Biembengut (2009).

7.2.7 Modelo de Leontief – Interpretação das Tabelas Setoriais

Após a construção da matriz intersetorial, os estudantes avançaram para a etapa de interpretação das tabelas setoriais, discutindo coletivamente como cada setor influencia e é influenciado pelos demais. Durante essa análise, os próprios alunos identificaram que a produção realizada por um setor não se destina apenas ao público externo, mas também é demandada internamente pelos demais setores da economia local. Essa percepção, resultante das comparações e justificativas apresentadas pelos estudantes, levou-os a reconhecer que tais relações poderiam ser expressas por meio de uma equação matricial. A mediação docente se concentrou em formular questionamentos que ajudassem os estudantes a explicitar essas conexões e a compreender a necessidade de formalizar matematicamente o que haviam discutido.

Na Figura 13, aparece o registro produzido pelos alunos da matriz de Leontief e, na Figura 14, vê-se o início da construção da equação correspondente, em que concluíram que a produção total ofertada — representada pela incógnita X — resulta da soma entre a demanda

dos próprios setores, expressa pelo produto AX , e a parcela destinada ao público externo. Consequentemente, a formalização emergiu como consequência natural das interpretações construídas pelos estudantes, consolidando a passagem do nível conceitual para o nível simbólico da modelagem.

Figura 13: Construção da Matriz de Leontief



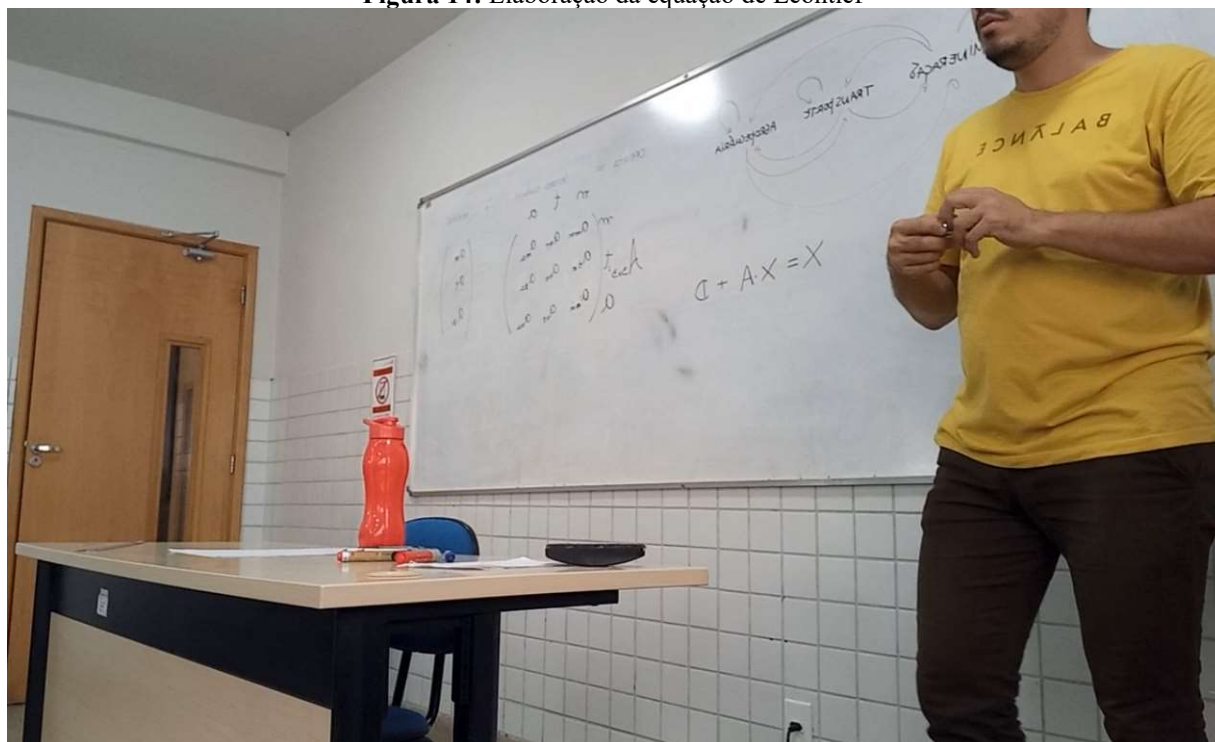
Fonte: autor.

A etapa em que os estudantes interpretam as tabelas setoriais e organizam Mineração, Transportes e Agropecuária em uma matriz quadrada marca, na perspectiva de Zabala (1998), o início efetivo da fase de Construção, momento em que os conhecimentos prévios deixam de ser apenas mobilizados e passam a ser reorganizados e aprofundados, permitindo aos alunos compreenderem que a realidade econômica local pode ser representada de forma sistemática e relacional.

Sob a ótica de Ausubel (2003), essa etapa reforça a aprendizagem significativa ao articular novos conceitos matemáticos com situações reais reconhecidas pelos estudantes, integrando experiências anteriores à formalização da matriz intersetorial e garantindo vínculos substantivos com estruturas cognitivas já existentes, favorecidos por uma mediação docente que estimula questionamentos e organização de ideias. À luz de Biembengut (2009), o trabalho realizado revela o início pleno da Modelagem Matemática, pois, ao identificar setores, discutir relações produtivas e transformar essa realidade em uma matriz quadrada, os estudantes

percorrem as etapas fundamentais do processo de modelar — compreender o fenômeno, selecionar variáveis, estruturar relações e representá-las matematicamente — produzindo um modelo inicial que traduz um fenômeno real em linguagem matemática e evidencia que estão não apenas aprendendo matemática, mas produzindo matemática de forma ativa.

Figura 14: Elaboração da equação de Leontief



Fonte: autor.

A introdução da matriz de Leontief, construída a partir das interpretações e decisões dos estudantes, situa-se na fase de Construção da sequência didática proposta por Zabala (1998), pois envolve a organização e elaboração de significados mais complexos a partir dos conhecimentos previamente mobilizados. Ao perceberem que as relações produtivas discutidas poderiam ser formalizadas em uma equação matricial, os alunos avançaram na compreensão do fenômeno econômico ao articular a realidade local com estruturas matemáticas mais abstratas, reforçando a aprendizagem significativa defendida por Ausubel (2003).

Nessa etapa, a formalização surge como necessidade reconhecida pelos próprios estudantes para representar a interdependência entre setores e, à luz de Biembengut (2009), caracteriza um momento essencial da Modelagem Matemática, no qual uma situação real é traduzida em representação formal, evidenciando o início efetivo do processo de modelar por meio da construção e interpretação da matriz de Leontief.

7.2.8 Modelo de Leontief – Desenvolvimento em Sala

Nesta etapa da fase de Construção, os estudantes avançaram na compreensão do modelo de Leontief ao desenvolver os valores da matriz intersetorial e da matriz de demanda externa, relacionando-os à dinâmica econômica previamente discutida. A partir das análises realizadas pelos próprios alunos, foi possível interpretar coletivamente como a produção de cada setor atende simultaneamente às demandas internas e externas. Isso, por sua vez, permitiu que os discentes identificassem a estrutura geral do modelo. A mediação docente concentrou-se em organizar as contribuições e suscitar questionamentos que ajudassem a explicitar o significado econômico das relações representadas.

A Figura 15 registra esse processo, no qual os estudantes visualizaram a formalização do modelo e compreenderam sua lógica a partir do trabalho que realizaram. Nesse contexto, informações sobre Wassily Leontief, seu percurso intelectual e a relevância de seu modelo para os estudos econômicos foram integradas ao debate como forma de ampliar o entendimento conceitual da turma, sem substituir o protagonismo dos alunos na construção da equação final.

Figura 15: Modelo aberto de Leontief

The image shows a whiteboard with handwritten mathematical equations and matrices for the Leontief model. The text is as follows:

14/06 MODELO DE LEONTIEF

OFERTA = DEMANDA

$$P = DI + DM$$
$$P = \hat{A}P + d$$
$$P - \hat{A}P = d$$
$$(\hat{I} - \hat{A})P = d$$

$\hat{I}$ is a 3×3 matrix, $\hat{A}$ is a 3×3 matrix, P is a 3×1 vector, and d is a 3×1 vector.

$$\hat{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & T & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ T \\ M \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,4 \\ 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,4 & 0,05 \end{pmatrix} \end{matrix}_{3 \times 3}$$
$$d = \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$
$$P_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} a \\ t \\ m \end{bmatrix}$$
$$\hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Fonte: autor.

A síntese apresentada na Figura 15 evidencia a convergência entre Ausubel (2003), Zabala (1998) e Biembengut (2009) na fase de Construção, pois resulta de um percurso investigativo no qual os estudantes levantaram saberes prévios, discutiram a interdependência produtiva, organizaram os setores em uma matriz quadrada e analisaram fluxos econômicos até consolidarem o modelo de Leontief como representação estruturada de suas interpretações. Sob a perspectiva de Ausubel (2003), essa formalização não é apenas matemática, mas a integração substantiva de novos significados às estruturas cognitivas dos estudantes, já que conceitos como produção total, demanda intersetorial e fluxos entre setores encontraram ancoragem em vivências significativas relacionadas à economia de Brumado e às discussões coletivas.

Na abordagem de Zabala (1998), essa etapa representa a consolidação da Construção, momento em que os alunos reorganizam e ampliam suas compreensões por meio de atividades planejadas para promover progressão cognitiva, resultando em uma síntese que integra múltiplas aprendizagens em um entendimento mais abstrato e coerente do fenômeno estudado. À luz de Biembengut (2009), a matriz e a equação de Leontief configuram o produto típico da Modelagem Matemática, pois os estudantes investigaram a realidade, selecionaram variáveis, estabeleceram relações e formalizaram o fenômeno econômico, vivenciando uma prática autêntica de modelagem ao traduzirem um sistema produtivo real na estrutura $X = AX + D$.

7.2.9 Modelo de Leontief – Resolução de Sistemas Lineares

Após a discussão coletiva sobre o modelo de Leontief, os estudantes se organizaram em três grupos para aplicar o que haviam compreendido, construindo, a partir dos dados registrados por eles mesmos ao longo da sequência, as matrizes de oferta correspondentes. Cada grupo analisou os valores definidos anteriormente, discutiu sua coerência e elaborou a matriz resultante, processo documentado na Figura 16. Nesse momento, a mediação docente limitou-se a acompanhar as interações, suscitar questionamentos e apoiar a explicitação dos raciocínios, mantendo o protagonismo dos estudantes na tarefa.

Essa etapa integra o momento final da fase de Construção na perspectiva de Zabala (1998), pois implica a reorganização ativa dos conhecimentos acumulados ao longo da sequência. À luz de Ausubel (2003), trata-se de um momento em que a aprendizagem significativa se concretiza pela aplicação dos conceitos em uma situação prática e contextualizada. Já na perspectiva de Biembengut (2009), esse trabalho representa a efetivação da Modelagem Matemática, uma vez que os alunos utilizam o modelo para representar e

interpretar uma realidade construída por eles, culminando na formalização das matrizes de oferta.

Figura 16: Divisão da sala em grupos



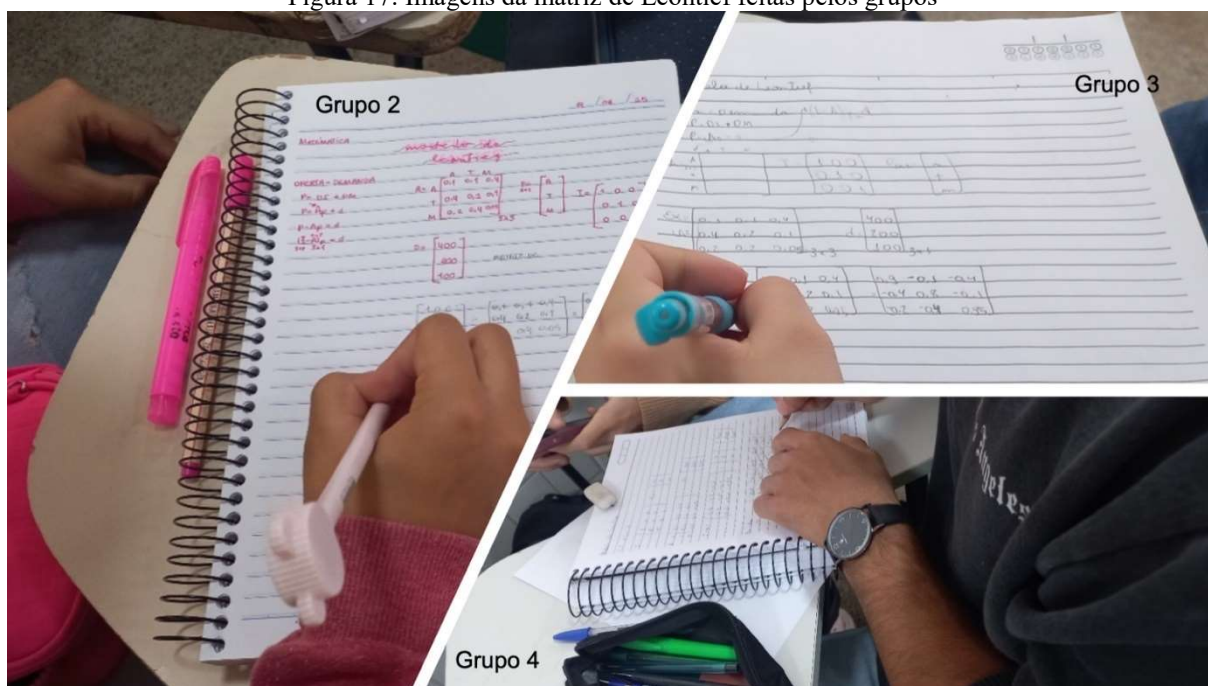
Fonte: autor.

A etapa em que os grupos definem estratégias próprias para interpretar o modelo de Leontief evidencia a convergência entre Zabala (1998), Ausubel (2003) e Biembengut (2009), pois marca o momento em que os estudantes deixam de reproduzir informações e passam a reorganizar e transformar os conhecimentos construídos ao longo da sequência. Ao decidir como representar, operar e validar a matriz, cada grupo realizou uma elaboração conceitual ativa, revelando progressão cognitiva e autonomia. A diversidade de procedimentos registrados na Figura 17 reforça o caráter aberto da atividade, alinhado à concepção de Zabala (1998) sobre práticas pedagógicas que estimulam reflexão e diferentes caminhos de resolução.

Sob a perspectiva de Ausubel (2003), o desenvolvimento de estratégias próprias reforça a aprendizagem significativa, pois os estudantes selecionam e reorganizam procedimentos matemáticos com base em experiências anteriores, atribuindo sentido às operações realizadas. Essa escolha consciente revela diferenciação progressiva e reconciliação integradora, articulando matrizes, sistemas lineares, funções e economia em um entendimento coerente do modelo. A mediação docente, centrada em perguntas e explicitação de raciocínios, cumpre o papel de favorecer relações significativas sem substituir a ação cognitiva do aluno.

Na perspectiva de Biembengut (2009), essa etapa representa um momento decisivo da Modelagem Matemática, pois os estudantes passam a operar e validar o modelo de Leontief, testando valores, identificando erros e verificando a coerência com o fenômeno real. A autonomia na escolha de procedimentos confirma o caráter investigativo da modelagem, na qual os alunos analisam dados, justificam caminhos e utilizam a matemática para interpretar um sistema produtivo, compreendendo-a como linguagem que descreve e organiza relações entre variáveis.

Figura 17: Imagens da matriz de Leontief feitas pelos grupos



Fonte: autor.

7.2.10 Consolidação – Síntese produzida pelos Estudantes

A etapa de Consolidação sintetiza a convergência entre Zabala (1998), Ausubel (2003) e Biembengut (2009), pois marca o momento em que os estudantes reorganizam, validam e apresentam os resultados construídos ao longo da sequência, conforme se apresenta na Figura 18. Em Zabala (1998), essa fase representa o fechamento do ciclo de aprendizagem, no qual os alunos sistematizam conhecimentos e evidenciam a progressão cognitiva alcançada.

As apresentações dos grupos mostram que a Consolidação não é apenas exposição de respostas, mas verificação da coerência conceitual construída desde a Iniciação e Construção; mesmo com apenas dois encontros, os estudantes demonstraram autonomia e compreensão

global do modelo de Leontief. À luz de Ausubel (2003), essa etapa representa a culminância da aprendizagem significativa, pois evidencia que conceitos como demanda intersetorial e equação matricial foram integrados às estruturas cognitivas previamente ativadas, permitindo aos estudantes explicar, justificar e aplicar o modelo com autonomia, o que confirma a construção de significados.

Para Biembengut (2009), trata-se da fase de validação e interpretação na Modelagem Matemática: ao resolverem a equação de Leontief, compararem valores e justificarem diferenças, os grupos verificaram a coerência interna do modelo e realizaram sua validação social ao apresentá-lo aos colegas, demonstrando que transitaram entre realidade, formalização e interpretação de forma coerente com a proposta de modelagem.

Figura 18: Entrega dos resultados (grupo 01)

Handwritten mathematical work showing the solution of a Leontief model. The work includes the coefficient matrix A , demand vector d , and price vector p .

$$A = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,4 \\ 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,4 & 0,05 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} a \\ t \\ m \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The equation $(I-A)p = d$ is derived, leading to the system of linear equations:

$$\begin{bmatrix} 0,9 & -0,1 & -0,4 \\ -0,4 & 0,8 & -0,1 \\ -0,2 & -0,4 & 0,95 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ t \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 200 \\ 100 \end{bmatrix}$$

The work shows several attempts to solve the system using matrix inversion and Cramer's rule. The final solution is:

$$a = 775, \quad t = 708,65, \quad m = 566,66$$

Fonte: elaborada pelos estudantes.

7.2.11 Consolidação

Com o intuito de identificar se a sequência didática proporcionou indícios de aprendizagens que ultrapassaram os conteúdos estritamente matemáticos, foi realizada uma breve entrevista com três estudantes participantes da aplicação. As respostas foram registradas em áudio, a pedido de um dos entrevistados, e as identificações foram preservadas por meio de iniciais. A entrevista foi guiada por duas perguntas centrais:

1. *Quais saberes foram acessados para resolução da proposta didática?*
2. *O que foi aprendido de novo?*

As falas dos estudantes revelam indícios de aprendizagem, tanto no que diz respeito aos conteúdos econômicos e matemáticos explorados na sequência didática, quanto às competências relacionadas à Educação Financeira previstas pela BNCC (Brasil, 2018). Tais competências incluem a compreensão crítica de fenômenos econômicos, a leitura e interpretação de dados, a modelagem de situações reais e a tomada de decisões fundamentadas em princípios de cidadania financeira.

O estudante C.J. destacou que compreender aspectos de Economia foi facilitado pelo uso de situações práticas. Em suas palavras:

[...] para aprender sobre Economia foi mais simples, porque o professor utilizou situações práticas para entendermos as Leis da Oferta e Demanda. Já na equação de Leontief, fomos mais exigidos mentalmente, porque foram acessados conhecimentos a respeito da economia do município para conseguirmos montar a matriz de Leontief e imaginarmos como seria a equação a partir de informações que nós mesmos trouxemos em sala.

Esse comentário evidencia mobilização de saberes prévios, elemento central da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), bem como o reconhecimento de que fenômenos econômicos podem ser analisados matematicamente. Ao relatar que a construção da matriz de Leontief exigiu refletir sobre “conhecimentos a respeito da economia do município”, o estudante demonstra ter entendido a função da modelagem na leitura crítica da realidade — alinhando-se às competências EM13MAT401 e EM13MAT501, que tratam da análise de variáveis econômicas e de modelagem de situações reais.

Ao responder à segunda pergunta, C.J. afirmou que *não imaginava que esse assunto poderia ser relacionado com uma situação importante da nossa vida, que é entender como funciona a economia da cidade sabendo somente montar uma equação matricial*, o que revela

a articulação entre matemática e contexto social, reforçando o caráter interdisciplinar da Educação Financeira e sua função formativa.

O estudante A.A. também apontou relações diretas entre os conteúdos trabalhados e os conceitos mobilizados, indicando que *saber os preços dos produtos e entender gráfico de função para saber as Leis da Oferta e Demanda é ideal para começar a aprender a equação de Leontief*. Sua fala indica compreensão da integração entre funções, variações de preços, oferta e demanda, e da forma como esses elementos estruturam o modelo matemático estudado. Ao acrescentar que é importante *associar matemática a algo que seja da nossa realidade*, demonstra alinhamento à perspectiva da BNCC que orienta o uso da matemática como ferramenta para compreender fenômenos econômicos, sociais e ambientais.

A estudante A.L., por sua vez, vinculou diretamente o conteúdo estudado a sua vivência familiar, afirmando que conhecer variações de preços e relacioná-las a funções não foi algo difícil, já que seus pais trabalham no comércio. Vejam:

[...] *conhecer os preços e as variações deles, assim como relacionar os preços com funções, não era um exercício difícil, pois meus pais trabalham no comércio há muito tempo e eu já conhecia indiretamente a Lei da Oferta e da Procura; só não representava isso aqui na sala. [...] “fiquei muito surpresa por saber que posso representar a economia de Brumado conhecendo os setores econômicos e sabendo quem mais influencia quem; vou comentar até para os meus pais a respeito, porque eles podem ficar interessados.*

Esse relato evidencia a valorização do saber cultural e cotidiano, ponto enfatizado por Zabala (1998) na etapa de Iniciação da sequência didática. Ao concluir dizendo que ficou surpresa ao perceber que poderia *representar a economia de Brumado conhecendo os setores econômicos e sabendo quem mais influencia quem*, a estudante demonstra compreensão clara do princípio de interdependência econômica — núcleo do modelo de Leontief — e desenvolvimento de leitura crítica do território, aspecto fortemente relacionado à Educação Financeira crítica prevista na BNCC.

Em síntese, as opiniões dos estudantes revelam que a sequência didática promoveu aprendizagens que transcendem o domínio técnico do conteúdo matemático. Elas evidenciam:

- compreensão das relações de oferta, demanda e variações de preços;
- uso de funções e matrizes para interpretar fenômenos econômicos reais;
- leitura crítica da economia local;
- articulação entre matemática, contexto social e tomada de decisões;

- desenvolvimento de competências de Educação Financeira de caráter crítico e cidadão.

Esses indícios reforçam que a abordagem adotada — integrando matemática, economia e realidade local — favorece aprendizagens significativas, emancipatórias e alinhadas às diretrizes da BNCC.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da sequência didática baseada no Modelo de Leontief permitiu aproximar os estudantes de situações reais de produção, consumo e interdependência econômica, favorecendo uma compreensão mais significativa dos conteúdos matemáticos envolvidos. O modelo permite, dentro de uma sequência didática, favorecer a aprendizagem de Matrizes e Sistemas Lineares, afirmação que norteia a investigação desta dissertação. Além disso, a SD contribui para que ela seja integrada ao ensino de Matrizes e Sistemas Lineares no Ensino Médio, promovendo a aprendizagem contextualizada.

Trabalhar com fenômenos do cotidiano mostrou-se um caminho potente para atribuir sentido à aprendizagem, visto que os alunos puderam relacionar porcentagens, proporcionalidade, matrizes, sistemas lineares e funções às dinâmicas econômicas presentes em sua própria comunidade.

Apesar do tempo reduzido, apenas duas aulas disponibilizadas para a execução, a SD possibilitou observar diferentes formas de engajamento dos estudantes. Os grupos conseguiram interpretar tabelas econômicas, representar setores produtivos e discutir relações entre oferta, demanda e produção, ainda que de maneira inicial. As interações revelaram que, quando o conteúdo matemático é contextualizado, os estudantes se mostram mais motivados a buscar explicações e construir interpretações próprias.

Algumas etapas previstas no planejamento original não puderam ser implementadas, como o uso do Excel para sistematização das tabelas e visualização dos resultados do modelo. A ausência dessa etapa tecnológica decorreu exclusivamente da limitação de tempo. Em uma nova aplicação, o uso das planilhas certamente ampliaria a autonomia dos estudantes, permitindo manipular dados, testar cenários e interpretar resultados de forma mais dinâmica.

A partir da perspectiva da Educação Financeira, o Modelo de Leontief oferece um quadro potente para ampliar o repertório dos estudantes sobre como o dinheiro e os bens circulam numa economia local. Ao representar setores produtivos e suas dependências, o modelo possibilita que os alunos visualizem como variações na demanda repercutem na produção, nos preços e na geração de renda em diferentes cadeias produtivas. Essa visão sistêmica contribui para um letramento financeiro que vai além do orçamento pessoal: ensina a reconhecer vulnerabilidades econômicas, interdependências setoriais e os efeitos indiretos das escolhas de consumo sobre a comunidade.

Mesmo com as adaptações necessárias, a SD evidenciou que trabalhar temas econômicos na Educação Básica é viável e enriquecedor, desde que as atividades estejam

organizadas para promover a participação ativa dos estudantes. A experiência reforça, ainda, a importância de sequências didáticas flexíveis, que possam ser ajustadas conforme o tempo disponível, as características da turma e os desafios que emergem durante a prática.

Como sugestões para aprimoramento, destacam-se:

- incorporar, no início da SD, uma breve apresentação sobre Leontief e o contexto de criação do modelo, utilizando recursos visuais;
- disponibilizar um material de apoio simples (folheto ou cartilha) que auxilie os estudantes a reconhecer, no cotidiano, situações de interdependência econômica;
- incluir um vídeo curto com explicações visuais do modelo, adequado à linguagem dos alunos;
- ampliar a etapa investigativa, preferencialmente com atividades práticas fora da sala de aula, que permitam observar setores produtivos locais.

Em síntese, a experiência demonstrou que sequências didáticas contextualizadas contribuem para o desenvolvimento de competências matemáticas e para a formação crítica dos estudantes, especialmente quando articulam fenômenos sociais, econômicos e matemáticos de forma integrada. A SD aplicada representa um passo inicial, o qual pode ser ampliado e aperfeiçoado em futuras implementações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGECON. **The North Dakota Input-Output Model: A Tool for Analyzing Economic Linkages**. Disponível em: <https://ageconsearch.umn.edu/record/23304/?v=pdf> . Acesso em: 28 abr. 2025

ALMEIDA, R. C. **Educação Financeira Crítica: Uma Sequência Didática para o Ensino Médio**. 2019. 145 f. **Dissertação** (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

AMORIM, M. R. de. **Educação matemática financeira por meio de sequências didáticas**. Instituto Federal do Espírito Santo, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/190> . Acesso em: 05 out. 2025.

ARAÚJO, I. **O que é Efeito Multiplicador?**. Disponível em: <https://glossariofinanceiro.com/glossario/o-que-e-efeito-multiplicador/#:~:text=O%20efeito%20multiplicador%20%C3%A9%20um,aumento%20gera%20na%20atividade%20econ%C3%B4mica> . Acesso em: 27 mar 2025

BECKER, K. L.; BRÖNSTRUP, T. M. **Educação Financeira nas escolas: estudo de caso de uma escola privada de Ensino Fundamental no município de Santa Maria (RS)**. Caminhos – Revista de Educação, Franca (SP), 2018. Disponível em: <https://periodicos.franca.unesp.br/index.php/caminhos/article/view/1922/1825>. Acesso em: 27 out. 2025.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. Blumenau: Edifurb, 2009

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994

BRASIL. BNCC. **Educação é a base**. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 11 set. 2025.

CANCILLIER, S. G.; CARDOSO, E. F. M.; MADEIRA, K.; UGGIONI, E. **Percepção dos estudantes sobre o componente de Educação Financeira no Novo Ensino Médio**. SciELO Preprints, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.7812>. Acesso em: 27 out. 2025.

CORECON. **Wassily Leontief (1906 - 1999)**. Disponível em: <https://www.corecon-rj.org.br/portal/interna2.php?i=1485432880/wassily-leontief-1906-1999-> . Acesso em: 07 abr. 2025

DIAS, D. C. **Educação Financeira: Fundamentos e Práticas para a Sala de Aula**. 2. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2015

FAVERO, A. L. **Matemática financeira: uma proposta de sequência didática para o ensino médio**. **Dissertação** (Mestrado) — UFES, 2024. Disponível em:

<https://repositorio.ufes.br/items/ec363f86-de06-4617-967b-ca48ac89e814> . Acesso em: 05 out. 2025.

FERREIRA, A. B. **Tecnologias Digitais e Educação Financeira: Novas Perspectivas para o Ensino Médio.** *Revista Brasileira de Educação e Finanças*, Rio de Janeiro, v. 12, n. 1, p. 45-60, jan./mar. 2021

FERREIRA, V. D. T. **As contribuições de uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira.** Tese (Doutorado) — PUC-SP, 2019. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/22327> . Acesso em: 05 out. 2025.

FONTE, A. **INPUT-OUTPUT DE LEONTIEF: Aplicações da álgebra linear.** Disponível em: <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/1126518382274861/i-o-leontief.pdf> . Acesso em 27 mar. 2025

FREITAS, N. S. **Sequência didática de educação financeira: uma investigação da mobilização da argumentação em matemática.** Dissertação (Mestrado) — UFS, 2023. Disponível em: <https://ri.ufs.br/handle/riufs/17719> . Acesso em: 05 out. 2025.

FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO. **Tabela de Recursos e Usos (TRU-MG) e Matriz Insumo-Produto (MIP).** Disponível em: <https://fjp.mg.gov.br/tabela-de-recursos-e-usos-tru-mg-e-matriz-insumo-produto-mip/> . Acesso em: 25 abr. 2025

GUILHOTO, J. J. M. **Input-Output Analysis: Theory and Foundations.** Disponível em: https://mpra.ub.uni-muenchen.de/32566/2/MPRA_paper_32566.pdf . Acesso em 27 mar 2025

HARTMANN, A. L. B. **Educação Financeira no Ensino Médio: uma análise de atividades didáticas relacionadas a séries periódicas uniformes sob o ponto de vista da Educação Matemática Crítica.** *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP), v. 35, n.70, p.167–187, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/bx5cbhbVLdRCFy8GVFNGtkJ/?format=pdf>>. Acesso em: 27 out. 2025.

HOFFMANN, J. **Avaliar para promover: as setas do caminho.** 12. ed. Porto Alegre: Mediação, 2018.

IBGE. **Matriz de Insumo – Produto.** Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais/9085-matriz-de-insumo-produto.html?=&t=o-que-e> . Acesso em: 25 abr. 2025

IFBA. **Plano de Desenvolvimento Institucional 2019–2023.** Salvador: IFBA, 2019. Disponível em: <https://portal.ifba.edu.br/institucional/documentos-oficiais/pdi>. Acesso em: 08 nov. 2025

IMEC. **Os nove capítulos da arte matemática, de Liu Hui, do Século II d.C.** Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/lem/material-de-apoio/nove-capitulos-arte-matematica-liu-hui-seculo-ii-dc> . Acesso em 27 maio 2025.

IPARDES. **Matriz Insumo – Produto.** Disponível em: <https://www.ipardes.pr.gov.br/Pagina/Matriz-Insumo-Produto> . Acesso em: 25 abr. 2025.

IPEA. **Matriz Insumo – Produto Regional.** Disponível em: https://www.ipea.gov.br/redeipea/index.php?option=com_content&view=article&id=98:matri-z-insumo-produto-regional&catid=89:projetos-de-pesquisa&Itemid=206 . Acesso em: 25 abr. 2025

LIMA, R. S.; SANTOS, P. A. **Por uma Educação Financeira Crítica: Para Além do Ensino Técnico.** In: Congresso Nacional de Educação, 7., 2020, Belo Horizonte. **Anais [...]**. Belo Horizonte: PUC Minas, 2020. p. 75-85.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MANKIW, N.G. **Macroeconomia.** 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

MELO, D. P. **A educação financeira escolar proposta no Ensino Médio: um olhar para documentos curriculares, livros didáticos e professores.** Tese (Doutorado) — UFPE, 2024. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/57402> . Acesso em: 05 out. 2025.

MENDES, F. R.; SANTOS, L. P. **Simulação da Vida Financeira: Uma Sequência Didática para o Ensino de Matemática Financeira.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 78-95, maio/ago. 2021.

MIC. **Outline of the Input-Output Tables for Japan.** Disponível em: https://www.soumu.go.jp/english/dgpp_ss/data/io/outline.htm . Acesso em: 28 abr. 2025.

MILLER, R.E; BLAIR, P. **Input-Output Analysis: Foundations and Extensions.** Disponível em: <http://digamo.free.fr/io2009.pdf> . Acesso em: 27 mar 2025

MINAYO, M. C. de S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde.** 9. ed. São Paulo: Hucitec, 2001.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Programa de Educação Financeira é apresentado pelo MEC.** Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/2025/abril/programa-de-educacao-financeira-e-apresentado-pelo-mec> . Acesso em 02 out. 2025

MORAES, M. L. F. **Sequência de ensino investigativo: uma proposta para o ensino de Educação Financeira Escolar.** Educação Matemática Debate, 2025. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/10104998.pdf> . Acesso em: 05 out. 2025.

MORETTA, K. C. C. **Educação financeira na escola: por uma perspectiva educacional ampliada.** Tese (Doutorado) — USP, 2023. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-24052023-204850/publico/VERSAO_CORRIGIDA.pdf . Acesso em: 05 out. 2025.

NEREUS. **Matrizes de Insumo – Produto.** Disponível em: <https://www.usp.br/nereus/?fontes=dados-matrizes> . Acesso em: 25 abr. 2025

OLIVEIRA, B. S. **Educação Financeira na Educação Básica: análise documental e proposta de atividade para o Ensino Médio.** Revista Acadêmica Digital, São Paulo, v. ?, n.

?, 2024. Disponível em: <https://souzaeadrevistaacademica.com.br/revista/75-julho-2024/02-beatriz-dos-santos-oliveira.pdf>. Acesso em: 27 out. 2025.

OLIVEIRA, M. T. **Desafios na Formação de Professores para a Educação Financeira**. Educação & Sociedade, Campinas, v. 38, n. 139, p. 25-40, abr./jun. 2017.

OLIVEIRA, T. B. **Matrizes e a Matriz Energética Brasileira: Uma Proposta Interdisciplinar**. In: encontro nacional de educação matemática, 13., 2020, Cuiabá. **Anais [...]**. Cuiabá: SBEM, 2020. p. 1-15.

PEREIRA, A. C. **O Lúdico no Ensino de Matrizes: Uma Proposta de Sequência Didática**. Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 23, n. 58, p. 120-135, jan./abr. 2018.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens — entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

SANTANA, A.C. **Cartilha sobre Matriz Insumo – Produto**. Disponível em: <<https://www.gov.br/mdr/pt-br/assuntos/desenvolvimento-regional/pcdr/analises-estrategicas-de-desenvolvimento-regional-e-territorial/cartilha-estruturacao-e-analise-dos-resultados-da-matriz-de-insumo-produto-dos-estados-da-regiao-norte-1999-2005.pdf>>. Acesso em: 25 abr. 2025.

SCN. **Sistemas de Contas Nacionais**. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/contas-nacionais.html>>. Acesso em: 27 maio 2025.

SILVA, J. P. A. **Educação Financeira e a Lógica Neoliberal: Desconstruindo Discursos**. Petrópolis: Editora Vozes, 2019.

SILVA, M. A.; COSTA, J. L. **Sequência Didática para o Ensino de Matrizes com Abordagem na Modelagem Matemática**. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 33, n. 64, p. 105-120, ago. 2019

SILVA, N. S. M. **Matemática e educação financeira: proposta integradora no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado) — IFPB, 2024. Disponível em: <https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/4123/1/Dissertacao%20Nataly%20Revisada.pdf>. Acesso em: 05 out. 2025.

SANTOS, M. T. S; OLIVEIRA, M. C. S. **Educação Financeira nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo de caso**. REASE – Revista Acadêmica em Educação, Ciência e Tecnologia, 2023. Disponível em: <https://periodicorease.pro.br/rease/article/download/14580/7445/31279>. Acesso em: 27 out. 2025.

SODRÉ, A. A. **Como ajudar Laura a comprar um carro: uma sequência didática**. REMat-SP, 2020. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/153>. Acesso em: 05 out. 2025.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998. Disponível em: <https://www.ifmg.edu.br/ribeiraodasneves/noticias/vem-ai-o-iii-ifmg-debate/zabala-a-pratica-educativa.pdf>. Acesso em: 05 out. 2025.

ANEXO I – MATRIZES

1.1 Definição

Sejam m e n números naturais não nulos. Uma matriz do tipo ou formato $m \times n$ (ou simplesmente $m \times n$) é uma tabela de $m \cdot n$ números reais dispostos em m linhas (filas horizontais) e n colunas (filas verticais). Representamos usualmente uma matriz colocando seus elementos (números) entre parênteses ou entre colchetes. Menos frequente é a colocação de duas barras verticais à esquerda e à direita.

Vejamos alguns exemplos:

$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$ é uma matriz 2×2 , pois o número m de linhas e n colunas é 2.

$B = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 2 & 9 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}$ é uma matriz 3×2

$C = \begin{bmatrix} 12 & 4 & 7 & 8 \\ 2 & -9 & 5 & 0 \\ 3 & -3 & -14 & 1 \end{bmatrix}$ é uma matriz 3×4

1.2 Representação de uma matriz

Consideremos uma matriz A do tipo $m \times n$. Um elemento qualquer dessa matriz será representado pelo símbolo a_{ij} , no qual o índice i refere-se à linha que se encontra tal elemento, e o índice j refere-se à coluna do mesmo elemento. As linhas são numeradas de cima para baixo, e as colunas, da esquerda para a direita.

De modo geral, uma matriz A do tipo $m \times n$ é representada por $A = (a_{ij})_{m \times n}$, em que i e j são inteiros positivos tais que $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$, e a_{ij} é um elemento qualquer de A . Vejamos os exemplos a seguir:

Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

- O elemento que está na linha 1, coluna 1, é $a_{11} = -1$.
- O elemento que está na linha 1, coluna 2, é $a_{12} = 0$.
- O elemento que está na linha 2, coluna 1, é $a_{21} = -2$.

- O elemento que está na linha 1, coluna 1, é $a_{22} = 5$.
- O elemento que está na linha 1, coluna 1, é $a_{31} = 3$.
- O elemento que está na linha 1, coluna 1, é $a_{32} = 4$.

1.3 Matrizes Especiais

- a. **Matriz Linha:** matriz que tem somente uma linha.

$A = (0 \ 2 \ 4)$ é uma matriz linha 1×3 ;

$B = [1 \ -8]$ é uma matriz linha 1×2 ;

- b. **Matriz Coluna:** é uma matriz formada por uma única coluna.

$C = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ é uma matriz coluna 3×1 ;

$D = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ é uma matriz coluna 1×4 ;

- c. **Matriz Nula:** é uma matriz cujos elementos são todos iguais a zero. Pode-se indicar a matriz nula $m \times n$ por $0_{m \times n}$

$0_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ é a matriz 2×3

$0_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ é a matriz 2×2

- d. **Matriz Quadrada:** é uma matriz que possui o número de linhas igual ao número de colunas.

$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ é uma matriz quadrada 2×2 . Dizemos que a matriz A é uma matriz quadrada de ordem 2.

$F = \begin{bmatrix} -1 & -9 & 12 \\ -2 & 5 & 2 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ é uma matriz quadrada 3×3 . Dizemos que B é uma matriz quadrada de ordem 3.

Seja A uma matriz quadrada de ordem n , temos que:

- os elementos de A cujo índice da linha é igual ao índice da coluna constituem a diagonal principal de A . Se A é uma matriz quadrada de ordem 3, os elementos a_{11} , a_{22} e a_{33} formam a diagonal principal de A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Os elementos de A cuja soma dos índices da linha e da coluna é igual a $n + 1$ constituem a diagonal secundária de A . Retomando o exemplo anterior, os elementos a_{31} , a_{22} e a_{13} formam a diagonal secundária de A .

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- e. **Matriz Diagonal:** é uma matriz quadrada (m, n) onde $a_{ij} = 0$, para $i \neq j$, isto é, os elementos que não estão na “diagonal” são nulos.

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ são exemplos de matrizes diagonais.}$$

- f. **Matriz Identidade:** é a matriz diagonal (ou seja, matriz quadrada) em que $a_{ii} = 1$ e $a_{ij} = 0$, para $i \neq j$. Normalmente a matriz identidade é representada com a letra I

$$I_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ são exemplos de matriz identidade.}$$

- g. **Matriz Triangular Superior:** é uma matriz quadrada onde todos os elementos abaixo da diagonal principal são nulos, isto é, $m = n$ e $a_{ij} = 0$, para $i > j$.

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- h. **Matriz Triangular Inferior:** é a matriz quadrada onde todos os elementos acima da diagonal principal são nulos, isto é, $m = n$ e $a_{ij} = 0$, para $i < j$.

$$F_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -8 \end{bmatrix} \text{ e } F_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

1.4 Igualdade de Matrizes:

Duas matrizes $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{m \times n}$ são iguais quando $a_{ij} = b_{ij}$ para todo i ($i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$) e todo j ($j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$). Isto significa que, para serem iguais duas matrizes devem ser do mesmo tipo e apresentar todos os elementos correspondentes {elementos com índices iguais} iguais.

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}, \text{ pois } a_{11} = b_{11}, a_{12} = b_{12}, a_{21} = b_{21} \text{ e } a_{22} = b_{22}$$

1.5 Operações com Matrizes

- a. **Adição:** A soma de duas matrizes de mesma ordem, $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ e $B_{m \times n} = [b_{ij}]$, é uma matriz $m \times n$, que denotaremos $A + B$, cujos elementos são somas dos elementos correspondentes de A e B . Isto é,

$$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -2 & 5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Observe que, pela forma com que foi definida, a adição de matrizes tem as mesmas propriedades que a adição de números reais.

Propriedades: Dadas as matrizes A , B e C de mesma ordem $m \times n$, temos:

- $A + B = B + A$ (comutatividade)
- $A + (B + C) = (A + B) + C$ (associatividade)
- $A + 0 = A$, onde 0 denota a matriz nula $m \times n$.

- b. **Produto de uma Matriz por Escalar:** Seja $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ e k um número, então definimos uma nova matriz,

$$k \cdot A = [ka_{ij}]_{m \times n}$$

Exemplo:

$$-2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -8 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$$

Propriedades: Dadas matrizes A e B de mesma ordem $m \times n$ e números k , k_1 e k_2 , temos:

- $k(A + B) = kA + kB$
- $(k_1 + k_2)A = k_1A + k_2A$
- $0 \cdot A = 0$, isto é, se multiplicarmos o número zero por qualquer matriz A , teremos a matriz nula.
- $k_1(k_2A) = (k_1k_2)A$

- c. **Multiplicação de Matrizes:** Sejam $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ e $B = [b_{rs}]_{n \times p}$. Definimos $AB = C = [c_{uv}]_{m \times p}$, onde:

$$c_{uv} = \sum_{k=1}^n a_{uk}b_{kv} = a_{u1}b_{1v} + \cdots + a_{un}b_{nv}$$

Como podemos perceber, só é possível efetuar o produto de duas matrizes $A_{m \times n}$ e $B_{l \times p}$ se o número de colunas da primeira for igual ao número de linhas da segunda, isto é, $n = l$. Além disso, a matriz resultado $C = AB$ será de ordem $m \times p$, ou seja, a linha corresponde à primeira matriz e a coluna corresponde à segunda matriz.

Ademais, cada elemento c_{ij} (i -ésima linha e j -ésima coluna da matriz-produto) é obtido, multiplicando os elementos a i -ésima linha da primeira matriz pelos elementos correspondentes da j -ésima coluna da segunda matriz, e somando estes produtos.

Exemplo 1:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 & 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 4 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 4 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 \\ 5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 & 5 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Exemplo 2:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Nesse exemplo, não é possível efetuar esta multiplicação, porque o número de colunas da primeira é diferente do número de linhas da segunda.

Propriedades:

- Em geral, $AB \neq BA$ (podendo mesmo um dos membros estar definido e o outro não).

Exemplo:

$$\text{Sejam } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Então } AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } BA = \begin{bmatrix} -11 & 6 & -1 \\ -22 & 12 & -2 \\ -11 & 6 & -1 \end{bmatrix}$$

Note, ainda, que $AB = 0$, sem que $A = 0$ ou $B = 0$.

Assumindo que sejam possíveis as operações, podem ser aplicadas as seguintes:

- $AI = IA = A$ (Isto justifica o nome da matriz identidade).
- $A(B + C) = AB + AC$ (distributividade à esquerda da multiplicação, em relação à soma)
- $(A + B)C = AC + BC$ (distributividade à direita da multiplicação, em relação à soma)
- $(AB)C = A(BC)$ (associatividade)
- $(AB)^t = B^t A^t$, desde que respeitada essa ordem
- $0 \cdot A = 0$ e $A \cdot 0 = 0$

1.6 Transposição de uma matriz:

Dada uma matriz $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, podemos obter outra matriz $A^t = [b_{ij}]_{n \times m}$, cujas linhas são as colunas de A , isto é, $b_{ij} = a_{ji}$. A^t é denominada transposta de A .

Exemplo 1

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

Exemplo 2:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow B^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Exemplo 3:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}^t = [1 \quad 2]$$

Propriedades:

- Uma matriz é simétrica se, e somente se, ela é igual à sua transposta, isto é, se, e somente se $A = A^t$ (Exemplo 2).
- $A^{tt} = A$. Isto é, a transposta da transposta de uma matriz é ela mesma.
- $(A + B)^t = A^t + B^t$. Em outras palavras, a transposta de uma soma é igual à soma das transpostas.
- $(kA)^t = kA^t$, onde k é qualquer escalar.

1.7 Matrizes Inversíveis

Seja A uma matriz quadrada de ordem n . Dizemos que A é *matriz inversível* se existir uma matriz B tal que $AB = BA = I_n$. Se A não é inversível, dizemos que A é uma matriz singular. Caso B seja a matriz inversa de A , utilizamos a notação A^{-1} , onde A^{-1} é a matriz inversa de A .

Exemplo:

A matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ é inversível e $A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, pois

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

PRODUTO EDUCACIONAL

SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA MATRIZES E SISTEMAS
LINEARES USANDO O
MODELO DE LEONTIEF



Interdisciplinaridade
Aulas expositivas
Exercício e Prática
Demonstração

Metodologias

Produto Educativo Modelo de Leontief

Recursos

Quadro Branco
Piloto de quadro
Papeis A4

Objetos de Conhecimento

Tempo

Tempo total estimado: 5 horas,
divididos em:

3 horas em sala de aula
2 horas extraclasse

Habilidades

Lei da Oferta e Demanda; Igualdade das Leis em gráfico	(EM13MAT315) Reconhecer um problema algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma. (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
Matrizes e Sistemas Lineares: representação, operações e aplicações.	(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais. (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Esse produto educacional é uma sequência didática da matriz de Leontief utilizada como uma contextualização do assunto Matrizes e Sistemas Lineares no contexto da Educação Básica. Este produto pode ser utilizado para discussões a respeito de Economia e Educação Financeira.

Aprendizagem Personalizada (atividades online para preparação da aula)

Professor, para desenvolver a aprendizagem personalizada, recomendam-se os vídeos citados abaixo e disponíveis no site www.youtube.com. Na ordem sugerida dos links, esses vídeos abordam:

- conceitos básicos de Economia;
- leis da oferta e demanda;

- o modelo de Leontief;
- o histórico do modelo;
- exemplo resolvido desse modelo utilizando matrizes.
- resolução de sistemas lineares utilizando Excel.

Seguem abaixo, os links dos vídeos:

- Conceitos básicos sobre Economia:
<https://youtu.be/Nj0AN2p1coQ?si=hSJdYmXa4HSkpYOz>.
- Lei da Oferta e Demanda para Iniciantes:
<https://youtu.be/fEKanZL7WLE?si=V5drYxUnJSGdU4x5>.
- Introdução ao Modelo de Leontief (Visão Geral): <https://youtu.be/6t7xpnokVXI?si=-OKI9rMfjFc6K5vi>.
- Antecedentes Históricos do Modelo de Leontief:
<https://youtu.be/OTYtHx0zLIs?si=BrUut9RNB8UQpX2i>
- Exercício resolvido Modelo Aberto de Leontief:
<https://youtu.be/43mfkvZ1pSM?si=1hOJrkXn9TYz7jaL>
- Resolução de Sistemas Lineares Utilizando Excel:
<https://www.youtube.com/watch?v=LDII-JaxQ5k>.

Os vídeos no Youtube são de acesso gratuito e disponibilizados pela plataforma para visualização. Professor, no momento de apresentar aos alunos sites que existem os modelos de Leontief, recomende esses sites:

- <https://ageconsearch.umn.edu/record/23304/?v=pdf> .(no arquivo pdf, a partir da página 23);
- <https://drive.google.com/file/d/1tvnbFBSHodjiv15Z5eObQm9jCOkiQvYe/view>
(cartilha matriz Insumo-Produto)
- https://www.ipardes.pr.gov.br/sites/ipardes/arquivos_restritos/files/documento/2019-09/Matriz%20Insumo%20Produto%20-%20PDF.pdf .(matriz insumo-produto do Paraná)
- https://www.soumu.go.jp/english/dgpp_ss/data/io/outline.htm.(Matriz Insumo-Produto no Japão)
- <https://www.usp.br/nereus/?fontes=dados-matrizes> (Matriz Insumo-Produto Brasil)

Aprendizagem Compartilhada (Atividades presenciais)

Aula 1: Introdução à Economia

Professor, a aula 1 tem como objetivo que o aluno desenvolva a capacidade de definir, partir das próprias vivências, o conceito de Economia.

Para desenvolvê-la, orienta-se a realização das seguintes ações:

- a. Escreva no centro do quadro o nome Economia e pergunte aos alunos o que vêm à mente deles quando leem o termo Economia.
- b. Anote no quadro as palavras que os alunos disseram.
- c. Caso os alunos estejam um pouco acanhados em participar ou até mesmo ocorra a falta de palavras que tenham identificação com o tema, converse com eles sobre situações cotidianas que envolvam transações financeiras, comércio, entre outras palavras relacionadas.
- d. Agrupe as palavras no quadro em dois tipos: Necessidades Ilimitadas e Recursos Limitados.
- e. Escreva essas palavras em cada lado do quadro e pergunte aos alunos quais palavras escritas estariam relacionadas com o termo "Necessidades Ilimitadas", circulando-as com piloto de cor verde. Para o termo Recursos Limitados, circule as palavras com piloto vermelho.
- f. Organize o quadro utilizando as palavras selecionadas pelos alunos colocando, de um lado, o termo Necessidades Ilimitadas juntamente com as palavras circuladas e, no outro lado, o termo Recursos Limitados, juntamente com as palavras relacionadas. Separe os lados com um 'X' entre os termos.
- g. Explique o conceito de Economia utilizando os termos escritos no quadro. Comece pela etimologia da palavra e reflita a ideia original, que é administrar os recursos para satisfazer necessidades humanas em um contexto de recursos escassos.
- h. Explique que na Economia existem várias leis que orientam como funciona o mercado, dentre elas as Leis da Oferta e da Demanda.
- i. Solicite, ao final da aula, que cada um dos alunos faça uma pesquisa a respeito dessas Leis e elaborem um resumo a respeito do tema.

Aula 2: Leis da Oferta e da Demanda

Professor, a aula 2 tem como objetivo que o aluno visualize as leis da oferta e demanda por meio de uma dinâmica da sala, com a participação dos alunos.

Para desenvolvê-la, siga os passos a seguir.

- a. Pergunte aos alunos como foi a pesquisa do que foi pedido no final da aula anterior.
- b. Comece perguntando o que eles encontraram a respeito da Lei da Oferta.
- c. Escreva no lado do quadro o nome Lei da Oferta.
- d. Pergunte aos alunos o que eles entenderam em relação à Lei e escreva no quadro o conceito dito por eles.
- e. Inicie a dinâmica perguntando aos alunos a respeito de um produto que é de uso comum no dia a dia e que seja acessível a todos. Tome cuidado ao escolher o produto dito pelos alunos. Quando houver vários produtos citados pelos alunos, escolha algum que seja vendido por quilo (tomate, por exemplo) ou o pacote (café, por exemplo).
- f. Convide cinco alunos para ficarem em frente à sala.
- g. Distribua uma folha de papel A4 e um piloto (preferencialmente de cor preta) a cada um dos alunos.
- h. Peça para que cada um deles anote o preço que eles entendam valer do produto referido. Tome cuidado com a especificação do produto (por kilo, unidade, tipo).
- i. Ao terminarem de anotar os respectivos preços, peça-os para mostrar a turma os valores.
- j. Organize os alunos na ordem crescente de preços.
- k. Pergunte aos alunos: "Na visão do VENDEDOR, qual seria o melhor preço que todos eles iriam querer vender o produto?". Relacione o preço e o produto com a Lei da Oferta.
- l. Pergunte aos alunos como a Lei da Oferta seria interpretada graficamente.
- m. Peça que algum aluno informe qual seria, no plano cartesiano, o eixo horizontal e o eixo vertical. Peça a algum aluno que escreva no quadro, a partir dos valores informados na dinâmica, o gráfico da Lei da Oferta.
- n. Peça para os alunos que participaram irem às suas carteiras. Explique, agora, a partir da dinâmica trabalhada em sala e do gráfico, a Lei da Oferta.
- o. Repita o mesmo processo da letra 'a' até a 'e', a lei da Demanda.
- p. Na etapa de organização dos alunos em ordem crescente, pergunte aos alunos: "Na visão do COMPRADOR, qual seria o melhor preço que todos eles iriam querer COMPRAR o produto?". Relacione o preço e o produto com a Lei da Demanda.
- q. Pergunte aos alunos como a Lei da Demanda seria interpretada graficamente. Peça que algum aluno informe qual seria, no plano cartesiano, o eixo horizontal e o eixo vertical.
- r. Peça a algum aluno que escreva no quadro, a partir dos valores informados na dinâmica, o gráfico da Lei da Demanda.

- s. Pergunte aos alunos o significado de, no gráfico, haver um ponto de interseção entre os gráficos das Leis. Discuta o que significa e as condições para que essa interseção ocorra.
- t. Ao final da aula, solicite aos alunos uma pesquisa a respeito de como funcionam as relações econômicas em uma cidade, estado ou mesmo país.

Aula 3: Introdução ao Modelo de Leontief

Professor, nesta aula, você deve criar situações em sala para que os alunos cheguem ao modelo de Leontief. Em resumo, crie um cenário que possibilite aos alunos elaborarem a equação.

Para desenvolvê-la, siga os passos a seguir:

- a. Comece perguntando aos alunos os resultados das pesquisas.
- b. Verifique se algum aluno pesquisou a respeito do modelo de Leontief ou de algo relacionado ao modelo de Insumo-Produto.
- c. Observe as respostas dadas e, diante dos resultados, estabeleça para os alunos um cenário econômico para que você comece a implementar o modelo de Leontief em sala.
- d. Questione aos alunos quais os setores econômicos existentes na cidade. Dentre os setores, pergunte aos alunos os três setores que eles entender ser os mais importantes na cidade e o porquê destes serem escolhidos.
- e. Pergunte aos alunos se existe alguma chance dos setores gerarem seus produtos e distribuírem somente para a população, ou se os seus produtos podem ser ofertados para os outros setores, inclusive para o mesmo setor.
- f. Peça a eles exemplos a respeito dos setores ofertarem os produtos entre eles.
- g. Questione aos alunos como ficaria essa oferta em forma de equação.
- h. Escreva no quadro os resultados dos alunos e peça para que eles encontrem, diante das equações elaboradas por eles, qual equação se encaixaria melhor diante da situação.
- i. Após a equação estar escrita no quadro, questione aos alunos como seria essa equação na forma matricial.
- j. Convide um aluno para que ele represente a equação matricial, representando as ordens das matrizes e o que cada um representa.
- k. Pergunte aos alunos qual valor, em percentual, que cada setor influencia no outro setor e em si próprio.
- l. Questione juntamente com os alunos o porquê do valor de cada setor e o quanto de oferta de cada um dos setores estaria destinado à população.
- m. Após discussão dos valores, estabeleça uma atividade a partir da discussão:
 - 1. Divida a sala em três grupos.

2. Informe que cada grupo irá construir a matriz dos setores (matriz de produção) com os valores em percentuais e os valores da matriz de demanda (valores não percentuais).
3. Peça para os alunos tomarem cuidado quando, ao colocar os valores da matriz de produção, a soma dos valores das linhas dessa matriz não ultrapassar de 1(um).
4. Peça a equação elaborada por cada grupo e solicite, ao final da aula, uma pesquisa pelos alunos a respeito do modelo de Leontief.

n. Informe que a resolução da equação será feita na aula seguinte.

Aula 4: Resolução da Equação de Leontief

Professor, agora, com as equações dos grupos em mãos, observe as resoluções dos alunos em sala de aula e acompanhe o desenvolvimento não só matemático, como também o trabalho em grupo e as discussões nos grupos com as mudanças dos valores.

Para desenvolvê-la, siga os passos, a seguir.

- a. Entregue as equações para cada grupo e peça para que resolvam a equação. A matriz a ser encontrada é a matriz de oferta, que será distribuída para a matriz de produção e matriz de demanda.
- b. Monitore cada grupo na resolução, ajudando nos ajustes dos valores e na forma como estão resolvendo.
- c. Após a resolução, solicite que cada grupo escolha um setor (que não pode ser igual ao outro) e peça para que cada um faça alterações percentuais na respectiva coluna (por exemplo, grupo que ficou com setor 'A' faça alterações percentuais na linha 'A').
- d. Peça para cada grupo que resolvam novamente a equação com as mudanças realizadas.
- e. Peça para resolverem o sistema linear utilizando o software de planilha Excel (pacote Office), discutirem os impactos das mudanças percentuais dos setores e apresentarem os resultados a atividade em sala.

Aula 5: Uso das ferramentas tecnológicas.

Professor, como sugestão, essa aula pode ser realizada após a resolução, no papel, dos sistemas lineares feitos pelos grupos. Ressalte a importância que as ferramentas tecnológicas têm nesse desenvolvimento, visto que em situações reais, são vários setores e, quanto mais complexo, mais necessário será o uso da tecnologia.

Para desenvolvê-la, siga os passos a seguir:

- a. Em paralelo às atividades realizadas em sala, leve os alunos ao laboratório de informática.
- b. No laboratório, peça para os alunos abrirem o programa Excel.
- c. Com os alunos com o computador ligado, dê as seguintes instruções:
 1. Digitar o resultado da diferença da matriz identidade com a matriz de produção.
 2. Digitar a matriz de demanda.
 3. Selecionar três colunas vazias em sequência.
 4. Digitar o comando =MATRIZ.MULTI(MATRIZ.INVERSO(ITEM 1);ITEM 2)
 5. Pressionar o comando (sem aspas) "Ctrl + Shift + Enter".
- d. Peça para repetirem o processo anterior com as equações em que houveram mudanças nas linhas.
- e. Peça para eles usarem a aula e modificarem os valores e observar os resultados.
- f. Pergunte aos alunos qual impacto dessas mudanças numa escala regional.
- g. Indique aos alunos os sites que possuem os modelos de Insumo-Produto (como é chamado o modelo de Leontief).
- h. Peça-os para observarem as matrizes das cidades, estados e dos países.
- i. Ao final da aula, peça para os alunos organizarem as tabelas e os resultados para apresentação dos mesmos.

Aula 6: Apresentação dos Resultados

Professor, esta aula representa o fechamento da sequência. Após a indicação da forma de apresentação do trabalho, estimule a discussão dos alunos em relação aos resultados obtidos e as perspectivas a partir dos valores obtidos.

Para desenvolvê-la, siga os passos a seguir.

- a. em caso de apresentação em sala por programas de apresentação, além da forma a ser apresentada, peça para os alunos indicarem a resolução da matriz no programa de planilhas e a discussão dos impactos das mudanças das linhas na matriz de produção
- b. estimule a discussão dos resultados entre os alunos. Faça perguntas, tais como: "Qual o impacto das mudanças na cidade? O que mudaria para os estudantes e para os responsáveis? Qual comércio ficaria mais afetado?"
- c. em caso de atividade avaliativa, atribua uma nota observando os requisitos citados no item 'a' da aula 6.